



Master

2010

Open Access

This version of the publication is provided by the author(s) and made available in accordance with the copyright holder(s).

Un exemple de jeux de tâches pour explorer le milieu des puissances en
6P

Thévenaz, Krystel

How to cite

THÉVENAZ, Krystel. Un exemple de jeux de tâches pour explorer le milieu des puissances en 6P.
Master, 2010.

This publication URL: <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:12528>



**UNIVERSITÉ
DE GENÈVE**

**FACULTÉ DE PSYCHOLOGIE
ET DES SCIENCES DE L'ÉDUCATION**

**UN EXEMPLE DE JEU DE TÂCHES POUR EXPLORER
LE MILIEU DES PUISSANCES EN 6P.**

**MEMOIRE REALISE EN VUE DE L'OBTENTION DE LA
LICENCE MENTION ENSEIGNEMENT**

PAR

KRYSTEL THEVENAZ

DIRECTEUR DU MEMOIRE

CHRISTINE DEL NOTARO

JURY

FRANCOIS CONNE

JEAN-MICHEL FAVRE

GENEVE JUIN 2010

UNIVERSITE DE GENEVE

FACULTE DE PSYCHOLOGIE ET DES SCIENCES DE L'EDUCATION

SECTION SCIENCES DE L'EDUCATION

RESUME

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la didactique des mathématiques. Il a pour thème principal les jeux de tâches, ayant eux-mêmes pour particularité le suivi des élèves dans une démarche d'exploration du milieu.

Dans le cadre de cette recherche, je me suis interrogée sur les apports et les limites d'un tel jeu.

Dans le but de répondre à mes questions, j'ai choisi de créer un jeu de tâches et de le proposer à des élèves de sixième primaire.

Pour cela, j'ai moi-même entamé une exploration du milieu, autour d'un exercice sur les puissances. J'ai ensuite constitué une liste de tâches non hiérarchisées, support de la passation du jeu.

Lors de mes entretiens avec les élèves, séparés en quatre groupes de niveaux homogènes, j'ai laissé les élèves explorer le milieu, intervenant moi-même plutôt sous forme de questions, mais n'effectuant pas de validations ou d'institutionnalisation avant la fin du jeu.

J'ai alors suivi la démarche des élèves, sortant mes tâches comme des cartes d'un jeu, et en créant de nouvelles si les propositions des élèves le justifiaient.

Une fois le jeu de tâches terminé, j'ai effectué une analyse basée sur l'enchaînement des tâches, ainsi que sur le choix de ces tâches, de la liste de départ au jeu effectif.

Finalement, j'ai effectué un zoom sur le jeu du groupe 1, étant le groupe le moins à l'aise en mathématiques, avant de procéder aux conclusions.

Table des matières :

1. Introduction.....	p. 1
1.1. Plusieurs années pour un cheminement	p. 1
1.2. Des cours répétitifs à la didactique des mathématiques 1	p. 1
1.3. Naissance d'un premier projet	p. 2
1.4. Du premier projet au projet définitif	p. 2
2. Théorie.....	p. 4
2.1. Une définition du jeu de tâches (Favre 2008)	p. 4
2.2. Jeu de tâches et situation fondamentale	p. 5
2.3. Ma posture de recherche concernant le jeu de tâches	p. 6
2.4. Savoir et connaissance	p. 7
2.5. Le démon des maths et le triangle de Pascal	p. 8
3. Méthodologie.....	p. 11
3.1. Préparation du jeu de tâches	p. 11
3.2. Organisation des groupes avec l'enseignante	p. 11
3.3. Passation du jeu de tâches	p. 12
3.4. Analyse : l'enchaînement des tâches	p. 12
3.5. Analyse : de la liste de tâches au jeu effectif	p. 13
3.6. Analyse : pourquoi ne pas parler des moments de surprise ?	p. 13
3.7. Analyse : zoom sur le groupe 1	p. 14

4. Analyse.....	p. 15
4.1. Une situation de départ: l'exercice 15	p. 15
4.2. Enchaînement des tâches : groupe 1	p. 20
4.3. Enchaînement des tâches : groupe 2	p. 24
4.4. Enchaînement des tâches : groupe 3	p. 27
4.5. Enchaînement des tâches : groupe 4	p. 30
4.6. De la liste de tâches au jeu effectif	p. 33
4.7. Zoom sur le groupe 1	p. 40
5. Conclusion.....	p. 60
5.1. Regard sur l'analyse	p. 60
5.2. Retour aux questions de départ	p. 61
5.3. Projections futures	p. 63
6. Bibliographie.....	p. 64
7. Annexes.....	p. 66
7.1. Notes de terrain	p. 67
7.2. Travaux d'élèves	p. 130

1. Introduction

1.1. Plusieurs années pour un cheminement

Ce mémoire de licence est le résultat de questionnements, tâtonnements et recherches sur une durée d'environ sept ans. Il s'est construit petit à petit et a beaucoup évolué au fur et à mesure de ma formation LME et de mes rencontres avec Christine Del Notaro.

1.2. Des cours répétoires à la didactique des mathématiques 1

Il y a sept ans, alors que j'étais encore en troisième année du collège, j'ai commencé à donner des cours répétoires à des élèves de l'école primaire. Je faisais de l'aide aux devoirs en mathématiques, ainsi que du soutien, reprenant ce qui n'avait pas été compris en classe.

J'ai très vite pu me rendre compte que ce qui posait le plus de difficultés aux élèves était la situation-problème ou le problème ouvert. En effet, pour un même thème, ils étaient capables de réussir un exercice d'application presque facilement, alors qu'ils bloquaient face à un problème.

Je me suis alors posé plusieurs questions, telles que :

- Pourquoi les situations-problèmes génèrent plus d'échecs que les situations d'application ?
- Où se situe la difficulté concernant les situations-problèmes ?

Suite à cela, quatre années sont passées, durant lesquelles mes questions sont restées en suspens. J'étais alors en LME 1. Dans le cadre du cours *Didactique des mathématiques I*, nous devons choisir une question didactique, qui constituait une mini recherche à faire en classe.

C'est à ce moment que j'ai pensé à reprendre mon questionnement. Pour cela, j'ai choisi de proposer aux élèves de cinquième primaire de la classe dans laquelle je faisais mon stage deux exercices. Le premier était une situation-problème. Vu que les élèves commençaient le

thème 12 sur les puissances, j'ai choisi un exercice dans le livre de l'élève, qui s'est trouvé être le 15, dont la consigne est :

« Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ? »

Le deuxième était une situation d'application, qui proposait simplement quelques nombres élevés à une puissance donnée dont il fallait trouver le résultat.

Après cela, j'ai comparé les résultats, espérant en tirer quelques conclusions. Mais vu le peu d'ampleur de la recherche, je suis restée sur ma faim.

1.3. Naissance d'un premier projet

L'année d'après est venu le moment de se lancer dans le mémoire de licence. Cherchant un sujet qui me tiendrait à cœur, j'ai repensé à ce questionnement et à ce début de recherche. Je suis alors allée voir Christine Del Notaro, à qui j'avais présenté ma question didactique, qui s'est montrée partante pour m'accompagner dans ce projet.

Elle m'a alors proposé de reprendre ce même exercice 15, sur lequel j'avais déjà travaillé, et de chercher à observer quelles connaissances les élèves mettaient en œuvre pour parvenir au résultat.

N'étant pas encore suffisamment au clair sur le cadre de mon mémoire, j'ai décidé de prendre un peu de temps pour y réfléchir et essayer de me projeter dans ce travail.

1.4. Du premier projet au projet définitif

Après une pause d'une année, j'ai repris contact avec Christine Del Notaro. Cette dernière était en plein dans sa thèse, et m'a expliqué qu'elle travaillait sur les jeux de tâches.

Elle m'en a brièvement décrit les règles, ainsi que le rôle du groupe DDMES dans sa conception, et m'a proposé de participer à leurs recherches à travers mon mémoire de licence.

Son enthousiasme, ainsi que la perspective de participer à des travaux en cours et d'apporter ma petite pierre à l'édifice, m'ont rapidement séduite. De plus, tout cela titillait ma curiosité, et plusieurs questions me sont venues à l'esprit :

- Qu'est-ce que le jeu de tâches de façon plus approfondie ?
- Comment est-ce que cela se déroule vraiment ?
- Quel est l'intérêt pour les élèves ?
- Et pour l'enseignant ?
- Vu que le jeu de tâches a été développé dans le cadre de l'enseignement spécialisé, est-il réalisable avec des élèves issus de l'ordinaire ?
- Quelles en sont les limites ?

Ayant vraiment envie d'essayer de répondre à ces questions, j'ai décidé de me lancer et de tenter de créer un jeu de tâches, en partant de l'exercice 15 du thème 12 du livre de l'élève de cinquième primaire.

C'est donc de cette manière que s'est créé le projet définitif de mon mémoire de licence.

2. Théorie

2.1. Une définition du jeu de tâches (Favre 2008)

Dans le cadre de l'enseignement spécialisé, l'enseignant se trouve souvent confronté à l'échec des élèves et ne peut pas s'appuyer sur leur réussite. C'est pour cette raison que le groupe « ddmes », dont fait partie Jean-Michel Favre, a développé le jeu de tâches, comme voie alternative aux méthodes traditionnellement utilisées, en ayant à l'esprit l'idée d'enrichir et de dynamiser les échanges didactiques.

Pour cela, ils ont cherché à mettre au point un nouveau mode d'interactions pour mener des entretiens avec les élèves de l'eo. Ils le voulaient favorisant les restitutions indirectes (n'étant pas des réponses à des demandes directes de l'enseignant) et permettant d'effectuer des tentatives de relances. De plus, ils avaient comme but d'utiliser l'effet de surprise.

Ces recherches ont permis le développement du jeu de tâches, qui se joue entre un expérimentateur et un groupe d'élèves. Au début, le jeu paraît asymétrique, car c'est l'expérimentateur qui possède les connaissances et propose les tâches, comme s'il pilotait le jeu. De plus, l'ignorance des élèves pour le milieu renforce cette impression, en faisant d'eux des exécutants du jeu.

Mais la donne change en cours de partie. En effet, alors que l'expérimentateur essaie, comme le dit Favre, d' « *entretenir et faire durer les interactions élèves-milieu* » et de « *les dynamiser par l'aménagement de surprises* », il engage ses propres connaissances du milieu, ainsi que les savoirs mathématiques dont il dispose « *pour interpréter et contrôler le déroulement des interactions* ». En réponse aux tâches qui leur sont proposées, les élèves mettent également en jeu leurs connaissances mathématiques.

L'expérimentateur joue alors ses cartes dans le but de surprendre les élèves, mais il arrive souvent que les actions de ces derniers, ainsi que leur effet sur le milieu, provoquent chez lui aussi un effet de surprise.

Au fur et à mesure que le jeu avance, des surprises apparaissent des deux côtés. Mais elles ne sont en principe pas les mêmes, car elles se situent « *à des moments et à des niveaux différents* ».

Le but du jeu est alors d'accumuler des surprises, produites « *par un « signe », représentant d'un savoir jusqu'ici intégré dans le milieu, que le joueur est amené à produire et/ou à rencontrer au cours du jeu* », et de faire en sorte que l'élève cherche à les reproduire, afin qu'il se mette à les contrôler petit à petit, lui apprenant quelque chose de nouveau sur le milieu. D'après Favre, « *de ce fait, le milieu s'en trouvera dès lors enrichi et lui apparaîtra comme transformé* ».

2.2. Jeu de tâches et situation fondamentale

Dans le cadre de sa thèse de doctorat, Christine Del Notaro s'est arrêtée sur la différence entre situation fondamentale et jeu de tâches. En effet, si la première a une vocation d'enseignement, le deuxième est encore essentiellement tourné vers la recherche, car en cours de construction. Le jeu de tâches est encore peu théorisé et pour l'instant, axé sur l'investigation du milieu.

Une situation fondamentale (Brousseau, 1996) est formée d'une série de tâches constitutives d'un savoir, permettant de répondre à une question d'enseignement.

Dans la recherche, la dimension expérimentale comporte une analyse a priori s'appuyant sur une anticipation des actions des élèves. Le jeu de tâches dans une certaine mesure prend également en compte les anticipations des actions des élèves, mais cherche en plus à répondre à une question épistémologique. L'expérimentateur se laisse surprendre par les connaissances des élèves afin de les comprendre et d'interagir. On retrouve tout de même notre analyse a priori, présente dans l'exploration du milieu sous forme d'analyse préalable de la tâche, mais l'expérimentateur ne s'arrête pas là, se lançant dans une exploration des mathématiques propres à lui-même. Il est dans une interaction de connaissances avec celles des élèves.

Contrairement aux autres recherches faites par le groupe « *ddmes* », Christine Del Notaro a choisi de mener ses entretiens dans l'enseignement ordinaire, partant ainsi du postulat que le jeu de tâches, développé dans le cadre de l'enseignement spécialisé, avait aussi sa place en ordinaire.

Elle explique alors : « *La conception de notre jeu de tâches est véritablement de suivre l'élève dans son raisonnement, de le comprendre, de le contredire en lui opposant des suggestions éventuellement déstabilisantes, afin de saisir de quelle manière il va soutenir le fil de sa pensée et peut-être la modifier.* »

On voit donc apparaître ici une idée de déstabilisation des élèves, dans l'idée de les pousser encore plus loin dans l'engagement de leurs connaissances et donc dans l'enrichissement du milieu, mais aussi dans le but de mieux cerner le pourquoi de leurs démarches. Cela devient donc un outil dans le jeu de l'expérimentateur, peut-être peu utilisé avant car dangereux dans le cadre de l'enseignement spécialisé, mais gagnant à être mis en œuvre dans les classes ordinaires.

2.3. Ma posture de recherche concernant le jeu de tâches

Après les explications de Christine Del Notaro et la lecture de l'article de Favre (2008) sur le jeu de tâches, je me suis fait une image de ce dernier : celle d'une partie de ping pong (tennis de table).

Dans ma représentation, l'expérimentateur servirait, puis chacun s'engagerait avec le même sérieux dans la partie.

Il s'agirait pour chaque joueur de rattraper au bond la balle de l'autre.

Pour cela, il serait nécessaire de ne pas se contenter d'attendre, mais d'anticiper afin de se placer au bon endroit et d'être en mesure de répondre.

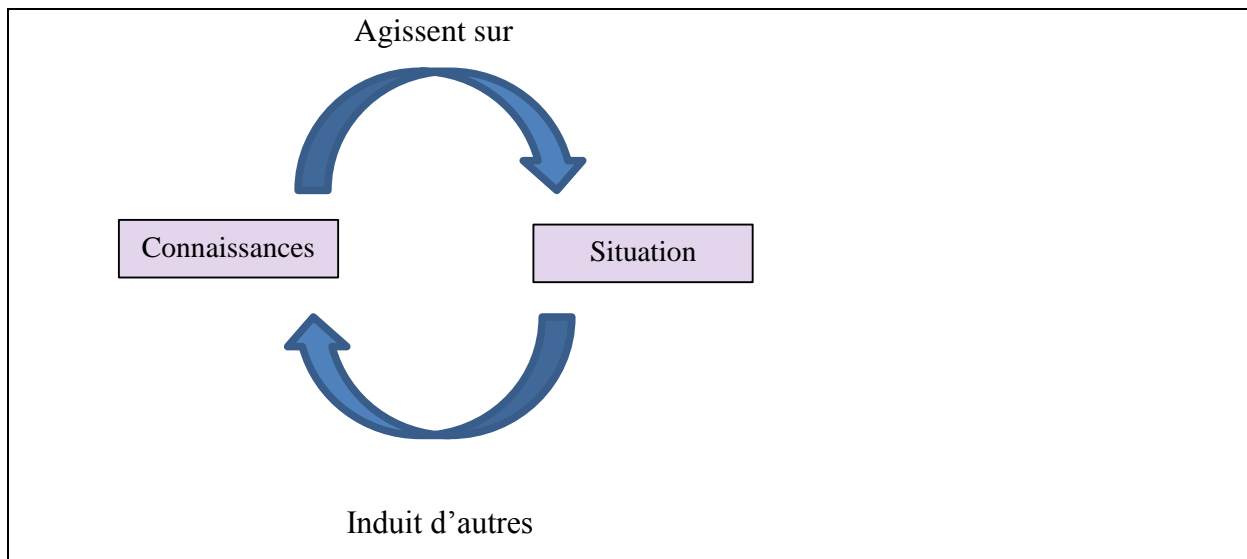
De plus, chaque joueur, en s'engageant dans la partie, pourrait être en proie à la surprise que peut occasionner les réactions et les renvois de balle de l'autre.

Du coup, chacun apprendrait du jeu en le jouant puis, en cherchant à l'analyser et à le maîtriser, apprendrait sur le jeu lui-même, donc sur le milieu, qui s'en trouverait de ce fait transformé.

2.4. Savoir et connaissance

Dans le cadre de son article « *Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique* », Conne marque une différence entre le savoir et la connaissance.

Pour lui, la situation est inductrice de connaissances, qui permettent elles-mêmes d'agir sur la situation, formant comme un cercle :



D'après Conne, « *lorsque le sujet reconnaît le rôle actif d'une connaissance sur la situation, pour lui, le lien inducteur de la situation sur cette connaissance devient inversible, il sait. Une connaissance ainsi identifiée est un savoir, c'est une connaissance utile, utilisable, dans ce sens qu'elle permet au sujet d'agir sur la représentation* ».

De plus, même si savoir et connaissance diffèrent, il est impossible d'évoquer la connaissance sans un rapport au savoir, car toute connaissance est inscrite dans un savoir de base, pris comme modèle.

Le savoir est donc une connaissance qui ne se contente pas d'être engagée dans une situation, mais qui la contrôle, elle et ses transformations, amenant ainsi à la création de nouvelles connaissances.

Mais, si le savoir est utile, il faut savoir que ce critère présente deux aspects. Tout d'abord, il y a celui de transformation des situations dont nous avons déjà parlé. Ensuite, il y a le fait qu'il existe un tas de situations ou de finalités à ces transformations inductrices de

connaissances. De ce fait, les savoirs se transforment eux-mêmes au fur et à mesure des situations et des connaissances qu'elles induisent. Du coup, d'après Conne, « *la connaissance est toujours disponible à elle-même (la connaissance est assimilatrice)* ».

Ce dernier explique cela de cette façon : « *Autrement dit, nous transférons notre connaissance avec nous-mêmes dans les situations où nous nous trouvons impliqués. Ceci a une conséquence sur le savoir : en même temps qu'il transforme les situations, il fait évoluer, chez les acteurs, les connaissances engagées. Si l'utilité du savoir est de transformer les situations, celle-ci peut se prolonger à l'impact que ces transformations ont sur le développement des connaissances. Dès lors l'enseignement est un usage particulier du savoir. Le processus d'enseignement part des savoirs à enseigner, puis il cherche à atteindre (induire) la connaissance au moyen des transformations de situations relatives à ces savoirs, et se conclut par le retour à ces savoirs de départ* ».

Dans le cas des interactions entre plusieurs élèves, il est important de se rendre compte que nous avons à faire à un milieu ne comportant non pas uniquement des objets, mais aussi des sujets agissant sur ce milieu selon les connaissances qu'ils possèdent. En réponse à ces connaissances engagées, le milieu réagit soit de façon directe, soit par les actions qu'il provoque chez les élèves. Dispositif et connaissances ne se renvoient donc pas l'un à l'autre comme dans une situation isolée. Au contraire, lorsqu'un élève engage une connaissance, cette dernière se répercute sur les connaissances des autres, provoquant un phénomène d'amplification et de décentration. Pour Conne, « *quoique les connaissances mobilisées par chacun de ces acteurs ne soient pas toutes identiques, les échanges et les collaborations font qu'elles ont une part commune, identifiable à la façon dont elles transforment la situation, selon les modèles que chacun s'en fait, et la finalité de la collaboration.* ».

2.5. Le démon des maths¹ et le triangle de Pascal

Le livre « Le démon des maths » m'a été d'un grand soutien pour mener mon exploration du milieu sur la tâche du triangle de Pascal. Etant un ouvrage de vulgarisation des mathématiques, il m'a été bien plus facile de transposer les différentes idées dans le contexte de mon jeu de tâches.

¹ Enzensberger, H. M. (1998). *Le démon des math.* Seuil / Métailié.

Voici l'histoire que j'y ai découverte :

Pierre, enfant totalement réfractaire aux mathématiques, rencontres dans ses rêves un petit démon qui, durant 12 nuits, va lui faire découvrir le monde fascinant des nombres.

Lors de la septième nuit, le démon choisit de lui présenter le triangle de Pascal.

En construisant ce dernier, Pierre va se rendre compte que tous les nombres sur les bords ne sont que des 1.

Puis il va voir que ceux qui sont à côté des 1 et qui descendent en biais sont les nombres « 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; ... ».

En regardant de plus près la troisième série de nombres qui descendent en biais, il va alors reconnaître les nombres triangulaires, déjà rencontrés lors d'une précédente nuit. Ces derniers fonctionnent de cette manière :

$$1 + 2 = 3$$

$$3 + 3 = 6$$

$$6 + 4 = 10$$

$$10 + 5 = 15$$

Etc.

Pour continuer, le démon propose à Pierre d'additionner les nombres de chaque ligne, ce qui donne « 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; ... », reconnu par l'enfant comme étant les puissances de 2.

C'est ce passage en particulier qui m'a permis de faire le lien entre l'exercice 15 du thème 12 du livre de l'élève de cinquième primaire, sur les puissances, et le triangle de Pascal.

Après s'être occupé des séries qui descendent en biais et des lignes, le démon choisit de traiter les diagonales. Là aussi, il propose à Pierre d'en additionner les nombres, qui lui donneront cette suite : « 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; ... ».

L'enfant reconnaît la suite de Fibonacci, également rencontrée lors d'une autre nuit avec le démon, et qui s'explique comme cela :

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 5 = 8$$

Etc.

Pour finir, le démon choisit de montrer à l'enfant ce qu'il se passe si on cherche les multiples d'un nombre dans le triangle de Pascal. Pour commencer, il va mettre en évidence les nombres pairs. Pierre est émerveillé de voir que cela donne des triangles dans le triangle. Puis le démon termine en faisant de même avec les multiples de 5, ce qui surprend encore l'enfant, car donnant également des triangles.

Ce qui est extrêmement intéressant dans le livre, c'est l'idée que l'enfant puisse apprendre les mathématiques, et surtout y découvrir enfin un intérêt, en suivant les surprises aménagées par le démon des maths. Cela s'accorde bien avec le contexte du jeu de tâches.

3. Méthodologie

3.1. Préparation du jeu de tâches

Après avoir lu l'article de Favre (2008), il a été temps pour moi de commencer à créer mon propre jeu de tâches. Suivant les recommandations, j'ai commencé par une exploration du milieu.

Pour cela, j'ai cherché quels étaient les savoirs cachés, les buts propres au thème des puissances, mais aussi les finalités du problème ouvert. J'ai également réfléchi aux procédures envisageables, ainsi qu'aux tâches que le milieu était à même de me faire imaginer et aux relances à prévoir.

Ensuite, j'ai repris ces tâches et j'en ai fait une liste, dans laquelle piocher lors des entretiens avec les élèves.

Finalement, j'ai préparé tout le matériel nécessaire pour leur réalisation, afin d'avoir avec moi ce qu'il fallait, quelle que soit la tâche sélectionnée sur le moment.

3.2. Organisation des groupes avec l'enseignante

Ayant l'exercice 15 comme point de départ pour mon jeu de tâche, j'avais prévu de mener mes entretiens dans une classe de cinquième primaire. Or, l'enseignante qui m'a reçu cette année avait une sixième primaire.

Après discussion, il s'est avéré qu'elle n'imaginait pas ses élèves réussir l'exercice 15 de façon immédiate et que je pouvais donc le conserver.

La classe étant composée de 20 élèves, nous avons décidé de faire 4 groupes de 5. La question restante était de savoir si nous opterions pour une composition homogène ou hétérogène.

Très rapidement, nous avons formulé l'hypothèse que, dans le cadre de groupes hétérogènes, les élèves étant le plus à l'aise en mathématiques risqueraient de mâcher le

travail à ceux ayant le plus de difficulté, et ne leur laisseraient pas la possibilité de participer pleinement à l'exploration. En revanche, nous pensions que des groupes homogènes permettraient à chacun de trouver sa place, un espace de parole et du temps pour une exploration qui n'irait pas trop vite pour eux. C'est pour cette raison que nous avons fait le choix des groupes homogènes.

Pour les constituer, l'enseignante a fait appel à sa connaissance des élèves, ainsi qu'à son jugement professionnel. Je n'ai pas cherché à modifier la composition de ces groupes et les ai pris tels qu'elle les avait imaginés.

3.3. Passation du jeu de tâches

J'ai démarré le jeu de tâches par ma tâche de départ, c'est-à-dire l'exercice 15 du thème 12 du livre de l'élève de cinquième primaire. Elle a été au centre de la première séance d'entretiens avec les quatre groupes.

Ensuite, chaque groupe a pris un chemin différent. En effet, en fonction des interactions entre les cinq élèves, ainsi qu'entre les élèves et le milieu, j'ai fait appel à ma propre conception des mathématiques pour sélectionner les tâches qui me semblaient les plus pertinentes à un moment donné.

C'est donc la richesse des propositions des élèves et des réponses du milieu, ainsi que la façon dont j'y ai réagi, qui ont amené à l'intérêt du jeu de tâches.

3.4. Analyse : l'enchaînement des tâches

Une fois le jeu de tâches terminé, j'ai mis mes notes de terrain au net puis, sur leur base, je me suis attelée à schématiser l'enchaînement des tâches pour chaque groupe.

Pour cela, j'ai réfléchi à chaque fois en me demandant quelle tâche j'avais proposé aux élèves, quel constat j'en avais fait et quelle hypothèse cela m'avait amenée à imaginer. Puis j'ai cherché la manière dont j'avais répondu à cette hypothèse, en principe par une nouvelle tâche.

Une fois les schémas construits pour les quatre groupes, j'ai développé sous forme de texte, afin que le lecteur puisse suivre la démarche qui a été la mienne et en comprendre le raisonnement.

3.5. Analyse : de la liste de tâches au jeu effectif

Pour que le lecteur puisse saisir la globalité de ma démarche, il était encore nécessaire qu'il ait accès à ma liste de tâches. C'est pour cette raison que je l'ai inscrite une première fois, telle que je l'avais construite avant la passation du jeu de tâches, sous formes de cartes que j'aurais sorties au fur et à mesure.

Après cela, j'ai construit une deuxième liste, contenant les tâches que j'avais conservées, puis une troisième, répertoriant les tâches abandonnées et les raisons de leur abandon.

Finalement, la mention d'une tâche apparue en cours de jeu complète le passage de la liste de départ à celle utilisée dans le cadre du jeu effectif.

3.6. Analyse : pourquoi ne pas parler des moments de surprise ?

Les moments de surprise constituent une étape fondamentale du jeu de tâches, et en font intégralement partie. Pourtant, j'ai choisi de ne pas développer ce sujet dans le cadre de mon mémoire de licence.

En effet, les moments de surprise dans les jeux de tâches ont déjà fait l'objet d'un excellent mémoire de licence d'Yves Auckenthaler, intitulé « *Jouer la surprise, oui mais comment ? Analyses de jeux de tâches géométriques et de leurs moments de surprise* ».

Je renvoie donc le lecteur qui souhaiterait plus de détails sur le sujet à sa lecture.

3.7. Analyse : zoom sur le groupe 1

Ayant trouvé le jeu particulièrement intéressant chez le groupe 1, j'ai choisi de regarder de plus près ce qui s'y était passé.

Pour cela, j'ai mis en évidence les répliques (des élèves et de moi-même) que je trouvais les plus importantes pour comprendre l'échange didactique.

Ensuite, j'ai cherché à les analyser en mettant en avant les connaissances engagées, les réponses du milieu et la façon dont j'y ai réagi.

J'ai également voulu montrer comme, en partant d'un milieu saturé par le grand nombre de connaissances engagées, j'ai réussi à reprendre le dessus au fil du jeu de tâches.

4. Analyse

4.1. Une situation de départ: l'exercice 15²

Dans le cadre de la passation du jeu de tâches, les quatre groupes ont bénéficié du même point de départ.

En effet, j'ai commencé la première séance avec l'exercice 15 du thème 12 du livre de l'élève de cinquième primaire, dont la consigne est :

« Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ? »

Vu que l'exercice que j'ai choisi est issu du livre de l'élève de 5^{ème} primaire, mes premières explorations se sont portées vers la méthodologie de mathématiques de 5^{ème} primaire, ainsi que dans « *Apprentissage et enseignement des mathématiques* », plus communément appelés « pages jaunes ». Je suis également allée consulter le plan d'étude de mathématiques.

² Chastellain, M. & Jaquet, F. (2001). Exercice 15, Thème 12. In *Mathématiques Cinquième année Livre de l'élève*. COROME.

D'après la méthodologie de 5ème primaire, « Les **finalités** du thème Puissances sont :

- Étendre le répertoire de problèmes à ceux des multiplications itérées ;
- Reconnaître cette catégorie particulière de multiplications pour approcher le concept de puissance (et se créer de premiers modèles de « croissance » exponentielle) ;
- Représenter les situations de manière organisée ;
- Apprendre les conventions de notation des puissances ;
- Effectuer quelques opérations élémentaires à partir de ces notations ;
- Expliciter des procédures de calcul réfléchi. »

De plus, il est précisé que, « comme les activités de ce thème portent avant tout sur la résolution de problèmes, les **savoir-faire** attendus sur le plan opératoire se réduisent à quelques points :

- Passer d'une écriture multiplicative à une écriture exponentielle, et inversement
 $2 \times 2 \times 2 = 2^3$;
- Calculer des puissances élémentaires : $3^4 = 81$; $5^2 = 25$; ... ;
- Connaître et utiliser les premières puissances de dix : 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; ... ;
- Traduire une situation multiplicative répétitive sous forme de produit ou de puissance, sans « tout compter » ni « tout dessiner ». »

Ces quelques points concernant les finalités et les savoir-faire attendus dans ce thème des puissances nous permettent de nous rendre compte qu'il s'agit de « l'introduction d'une nouvelle opération : l'élévation à une puissance ».

En revanche, vu que j'ai travaillé sur l'exercice 15 avec des élèves de sixième primaire, il ne s'agissait plus pour eux d'une nouveauté. En effet, les puissances avaient déjà été abordées à deux reprises : en cinquième primaire lors du thème 12, puis dans le cadre du thème 2 en sixième primaire, peu de temps avant mon intervention.

D'après le livre du maître de sixième primaire, « *le thème 2. Nombres naturels et opérations de sixième année n'aborde pas de notions nouvelles par rapport aux thèmes correspondants de cinquième année : 2. Nombres naturels et opérations, 6. Division dans N et 12. Puissances. Mais il se propose de reprendre toutes les connaissances précédentes et de les amener à un degré de construction plus élevé.* »

Si l'on s'intéresse au troisième chapitre de « *Apprentissage et enseignement des mathématiques* », intitulé « *La résolution de problèmes* », on apprend que « *la résolution de problèmes prend des formes différentes suivant l'objectif que l'on s'est fixé : situation-problème, problème ouvert ou jeu* ».

L'exercice 15 du thème 12 (Puissances) du livre de l'élève de cinquième primaire ne concernant pas le jeu, c'est donc une des deux autres formes qui va correspondre. Or, le même chapitre 3 nous précise que « *situations-problèmes et problèmes ouverts présentent de nombreux points communs* ». Pour les différencier, nous revenons donc à l'objectif que l'on se fixe. En effet, « *la situation-problème vise la construction de nouvelles connaissances* », tandis que « *le problème ouvert consiste plutôt en une initiation à la recherche* ».

Si l'on met en parallèle ces définitions, les connaissances déjà présentes des élèves et le cadre du jeu de tâches que j'avais en tête, la notion d' « *initiation à la recherche* » propre au problème ouvert prend tout son sens. D'ailleurs, en continuant la lecture de la définition, on voit que « *ce type d'activité, qui peut être de longue haleine, développe les compétences scientifiques en amenant l'élève à « mathématiser », c'est-à-dire à organiser les données pour trouver une loi, généraliser, etc.* ». Si l'on veut encore plus de précisions, on voit dans la « *Planification de l'enseignement* » du *Secteur des mathématiques* que, « *lorsque l'on propose un problème ouvert aux élèves, c'est, toutes proportions gardées, dans le but de les placer dans la situation du chercheur en mathématiques. Il s'agit de susciter et de favoriser des attitudes nécessaires à la résolution de problème, comme : se représenter une tâche, stocker des résultats et les organiser, conjecturer, tester, déduire, vérifier ses solutions, rendre ses résultats accessibles, les communiquer et argumenter sur leur validité...* ». Ayant envie de lancer les élèves dans une exploration plus poussée que celles que les enseignants ont le temps de se permettre en classe, ainsi que les familiariser à une attitude de recherche souvent pas assez développée, le cadre du problème ouvert me semblait propice pour le démarrage de mon jeu de tâches.

Pour en revenir à la résolution de problèmes en général, « *Apprentissage et enseignement des mathématiques* » nous dit qu' « *il y a problème chaque fois que le répertoire des réponses immédiatement disponibles ne permet pas de fournir une réponse appropriée.* ». Or, le jeu de tâches s'appuie sur le fait que les élèves ne trouveront pas la réponse immédiatement. Plus que ça, cela devient même un but, pour permettre au jeu de perdurer et de ne pas prendre fin de suite, de manière à ce que les élèves poursuivent l'exploration du milieu amorcée par l'enseignant.

L'élève doit alors « *mettre en œuvre ce qu'il sait, l'investir, se faire une idée de la situation et lui conférer du sens.* ». Mais là où le problème se présente, c'est que l'élève se retrouve confronté à un obstacle qui va l'obliger à trouver une nouvelle procédure et donc à se forger de nouvelles connaissances. Car l'élève se rend compte que les connaissances qu'il possède déjà ne suffisent pas et qu'il faut donc « *les adapter, les modifier ou les enrichir.* ». Je pense que c'est également là un des principes du jeu de tâches, avec en plus l'intérêt des interactions, non pas seulement avec le milieu, mais aussi avec l'enseignant et le reste du groupe.

Pour ce qui est des procédures attendues, la première est la multiplication itérée qui, comme on a pu le voir dans la méthodologie de cinquième primaire, relève des finalités du thème des puissances. Puis, idéalement, on aimerait voir apparaître l'utilisation des exponentiations. Mais, ayant déjà travaillé l'exercice 15 lors d'un stage, j'ai pu me rendre compte qu'une procédure à laquelle il faut s'attendre est celle de la multiplication. Il est donc important de trouver une façon de se sortir de cette « *fausse route* » afin de permettre aux élèves de prendre la bonne direction, sans pour autant les guider, mais plutôt en les laissant trouver le chemin par eux-mêmes.

Revenons maintenant au point de départ du jeu de tâches, lors de la première séance des quatre groupes.

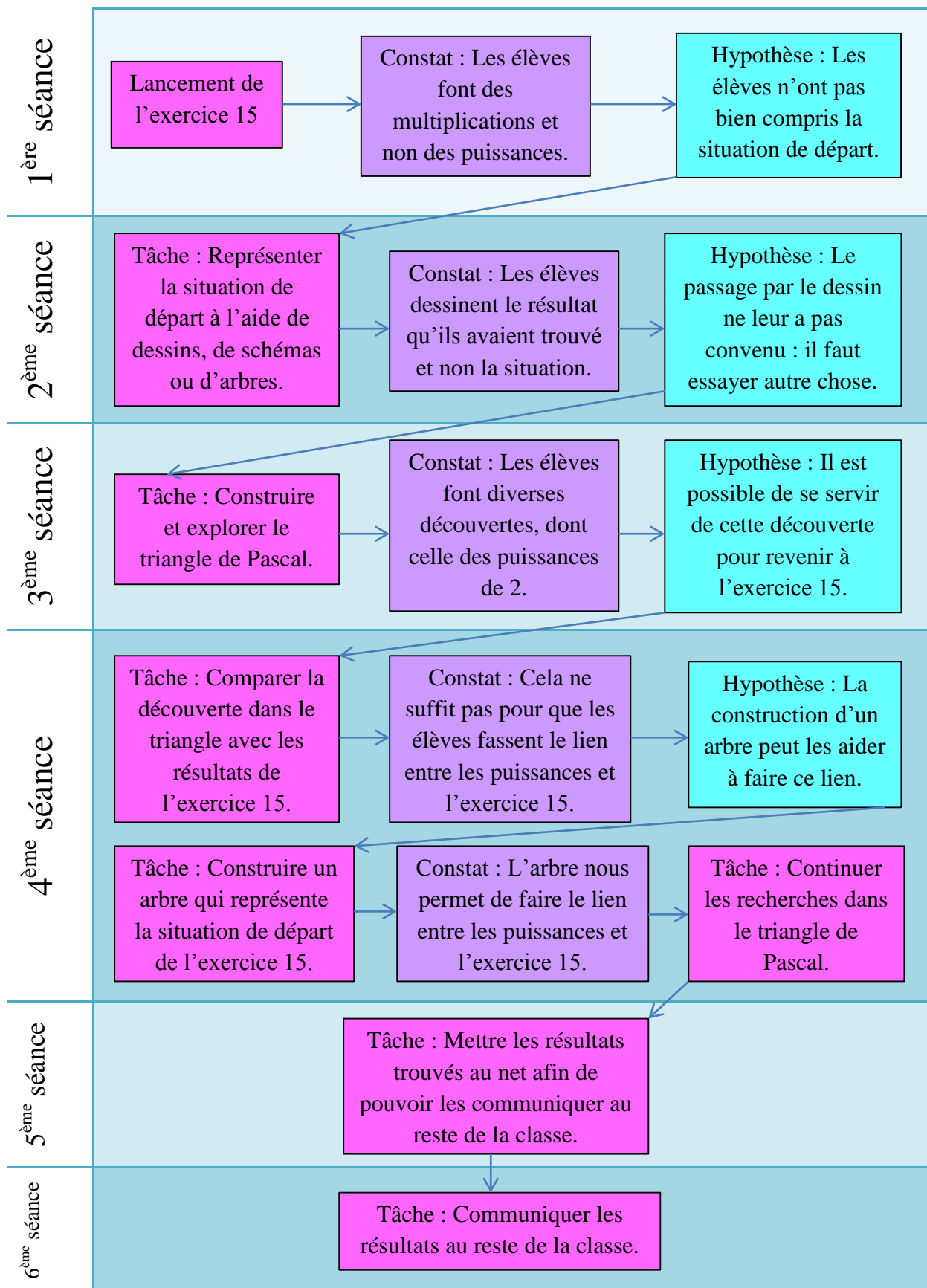
J'ai laissé les élèves se plonger dans l'exercice et faire connaissance avec ce dernier tout au long de la première séance.

Ensuite, j'ai proposé des tâches différentes en fonction de ce que les élèves amenaient dans les groupes. Ceux-ci y ont répondu de façons toutes aussi différentes.

Au final, nous sommes donc arrivés à la situation où les quatre groupes avaient suivis quatre chemins bien distincts, qu'ils avaient eux-mêmes tracés au fur et à mesure des séances et du jeu de tâches.

C'est ces quatre chemins que je vais maintenant vous décrire en détaillant l'enchaînement des tâches pour chacun des quatre groupes.

4.2. Enchaînement des tâches : Groupe 1



Lors de la première séance, j'ai pu me rendre compte que les élèves n'avaient effectué ni puissances, ni multiplications itérées. Ils avaient en effet utilisé les multiplications, ce qui leur donnait comme réponse pour la quatrième semaine « $4 \times 4 = 16$ », et pour la dixième « $4 \times 10 = 40$ ».

Je me suis alors demandée ce qui avait pu les emmener dans cette direction, et j'ai finalement fait l'hypothèse que les élèves n'avaient pas bien compris la situation de départ, qu'ils ne s'étaient pas fait le bon film. J'ai alors cherché un moyen de les aider à se faire une représentation qui correspondait à la situation sur laquelle nous étions en train de travailler.

Me disant qu'ils avaient besoin de visualiser ce qu'il se passait, j'ai voulu me servir du dessin. J'ai alors proposé au groupe 1 de représenter la situation de départ à l'aide d'un dessin, d'un schéma ou d'un arbre. Ils se sont lancés dans cette tâche avec réticence et difficulté.

J'ai rapidement constaté que les élèves ne dessinaient non pas la situation, mais le résultat qu'ils avaient trouvé la semaine précédente. C'est-à-dire qu'ils esquisaient 40 lettres.

Après cela, j'ai été obligée de m'avouer que mon idée de dessin n'avaient pas été utile pour les élèves, et qu'il fallait donc trouver un autre moyen de leur faire comprendre l'exercice 15.

Je me suis alors replongée dans diverses lectures. Arrivée au « Démon des maths », j'ai directement été à la première page traitant du triangle de Pascal. En effet, François Conne nous en avait parlé dans son cours « *Didactique des mathématiques. Transposition didactique à fins d'enseignement et de vulgarisation* », et cela m'avait beaucoup intéressée. Néanmoins, je ne voyais pas comment relier cela à l'exercice 15. C'est alors que j'y ai vu la solution que j'attendais ! En effet, en additionnant tous les nombres de chaque ligne, on obtient les puissances de 2. Ce qui fait qu'en prenant une ligne sur deux, on se retrouve avec les puissances de 4 : je tenais enfin mon lien !

N'imaginant pas dans un premier temps proposer de suite le triangle de Pascal au groupe 1, j'avais imaginé les guider vers l'utilisation de l'arbre. Puis, lors d'une rencontre avec Christine Del Notaro, ma directrice de mémoire, ainsi que quatre autres étudiants, est apparu le pari que l'on pouvait lancer directement les élèves du groupe 1 dans le triangle comme une carte leur permettant de tisser des liens nécessaires à la compréhension de l'exercice 15.

Ressortant de l'entrevue dans le doute, car n'étant vraiment pas sûre que les élèves puissent faire ce lien, j'ai tout de même décidé de tenter le pari et de relever le défi.

Lors de la troisième séance, j'ai donc proposé au groupe 1 la construction et l'exploration du triangle de Pascal. J'ai insisté sur le rôle de « scientifiques qui font des recherches » que je leur conférais. Ils se sont alors lancés dans une exploration et ont découvert :

- Un effet de symétrie entre la droite et la gauche du triangle
- Le fait que les bords sont uniquement constitués de « 1 »
- Une suite de nombres consécutifs allant de 1 à l'infini sur la deuxième série qui descend en biais
- Les nombres triangulaires sur la troisième série qui descend en biais
- Les puissances de 2 sur chaque ligne

Surprise, mais extrêmement satisfaite que les élèves aient trouvé les puissances de 2 dans le triangle de Pascal, j'ai alors pensé que nous pourrions nous relancer dans l'exercice 15, et que les élèves pourraient cette fois-ci le comprendre.

Lors de la quatrième séance, je leur ai donc demandé de comparer leur découverte sur le triangle avec ce qu'ils avaient fait dans l'exercice 15. J'ai insisté pour qu'ils mettent en parallèle les puissances de 2 avec les nombres qu'ils avaient proposés comme réponse.

Après comparaison, les élèves se sont rendu compte qu'on retrouvait les puissances de 4 dans la liste des puissances de 2, alors que ce n'était pas le cas pour les multiples de 4. Néanmoins, cela n'a pas suffi pour qu'il fasse vraiment un lien, et ils ont continué à penser que la bonne réponse se situait dans les multiples de 4.

J'ai alors fait l'hypothèse qu'il manquait encore un élément pour faire ce lien que je recherchais. Me demandant ce que je pourrais utiliser, j'ai alors repensé à l'arbre que je voulais utiliser dans un premier temps, et dont j'avais abandonné l'idée. Je me suis alors dit que, placé à ce moment-là, il pourrait être la solution qui relierait nos deux exercices.

Etant toujours en pleine séance 4, je me suis empressée de ressortir les feuilles que j'avais préparées pour eux. Ces dernières représentaient le bonhomme avec qui les envois commencent, ainsi que trois cases placées les une sous les autres, et portant les mentions « 1^{ère} semaine », « 2^{ème} semaine » et « 3^{ème} semaine ». Puis nous avons rempli ces cases et compté

combien de personnes recevaient une carte chaque semaine. Les élèves ont alors remarqué que cela correspondait aux puissances de 4, et qu'elles étaient la réponse à l'exercice 15.

Le fait de relier le triangle de Pascal, l'arbre et l'exercice 15 nous ayant permis de terminer ce dernier, j'ai alors pensé que faire repartir les élèves sur le triangle pourrait être une bonne idée et qu'ils auraient encore l'occasion d'y faire des découvertes.

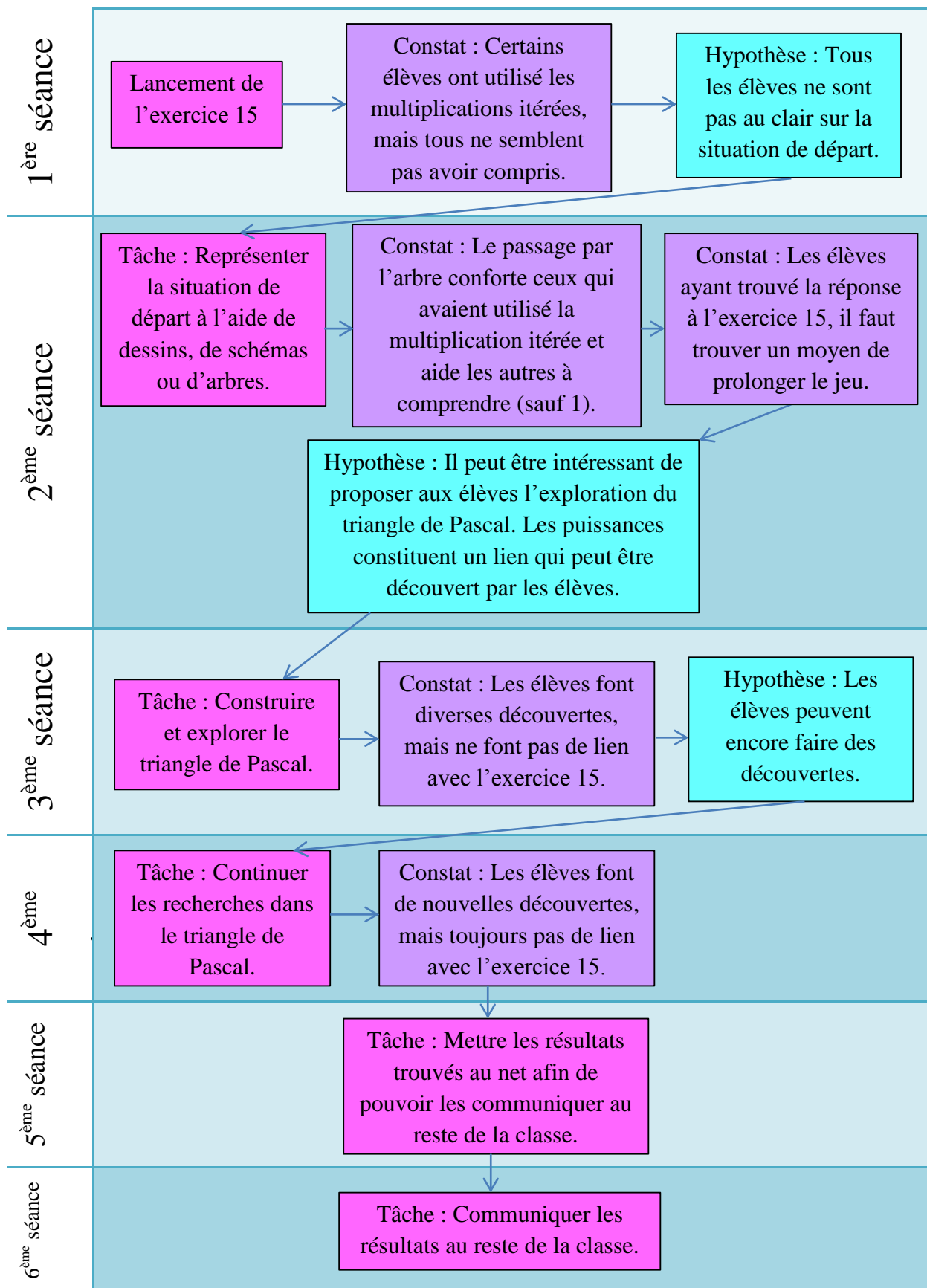
Je leur ai alors laissé le reste de la séance 4 pour explorer une dernière fois le triangle de Pascal. Ils y ont encore découvert les multiples de 2 et les pyramides que ces derniers forment.

Pour clore la séance, je leur ai rappelé que nous avions durant notre exploration du triangle de Pascal suivi une démarche scientifique, et que pour continuer, il était nécessaire que nous partagions nos découvertes. Je leur ai alors proposé de mettre ces dernières au net afin de pouvoir les présenter au reste de la classe.

Dans le cadre de la cinquième séance, j'ai choisi de réunir les groupes 1 et 2, pour des raisons pratiques. En effet, je voulais mettre les élèves par 2, afin que chaque duo mette une découverte au net. Chaque groupe étant constitué de 5 élèves, il m'était impossible de faire des duos, alors qu'en prenant deux groupes, cela devenait faisable.

Finalement, lors de la sixième séance, les élèves ont expliqué à l'enseignante (qui, n'étant pas dans la même salle durant les entretiens, n'en avait pas suivi le déroulement et le contenu) ce qu'ils avaient fait au sein de leur groupe, et chaque duo a présenté sa découverte du triangle de Pascal au reste de la classe.

4.3. Enchaînement des tâches : Groupe 2



Lors de la première séance, les élèves ont commencé par utiliser la multiplication, tout comme le groupe 1. Je leur ai alors proposé de me prouver qu'ils avaient raison en utilisant le dessin, ce qui a immédiatement provoqué un changement dans leurs résultats. A la fin de la séance, je me suis retrouvée face à quatre cas de figure :

- Certains élèves avaient utilisé la multiplication itérée
- Une autre les suivait, mais sans que je puisse être sûre qu'elle ait compris
- L'un d'eux était parti dans une autre direction (24×16)
- Et le dernier n'avait plus avancé depuis que l'utilisation des multiples de 4 avait été rejetée

Je me suis alors dit que, si certains élèves commençaient à se représenter la situation, ce n'était pas le cas de tous. Il fallait donc que je trouve un moyen d'aider ceux qui n'avaient pas compris, sans que les autres ne s'impatientent.

Le dessin que je leur avais demandé de faire lors de la première séance ne s'étant limité qu'à quatre cartes, mais ayant eu un effet bénéfique sur leurs raisonnements, j'ai choisi de reprendre en leur proposant de représenter la situation de départ par un dessin, un schéma ou un arbre. Pour que ceux qui avaient utilisé la multiplication itérée n'aient pas l'impression de ne rien faire d'utile, j'ai avancé le fait que personne n'avait trouvé le même résultat que les autres, et que cette tâche pourrait peut-être les mettre d'accord, soit en provoquant une modification dans leurs résultats, soit en les confortant dans ce qu'ils avaient trouvé.

A la fin de la deuxième séance, les élèves qui avaient utilisé la multiplication itérée confirmaient qu'ils avaient raison, en corrigeant des erreurs de calcul pour certains, et les autres rejoignaient leur idée en étant capables d'expliquer pourquoi. Un seul élève semblait toujours en difficulté, mais étant absent lors de la troisième séance, je n'ai pas eu à intégrer cela dans le jeu de tâches. Etonnamment, c'est lui qui a révélé aux autres que leurs multiplications itérées pouvaient se formuler en puissances.

Les élèves ayant trouvé la solution à l'exercice 15, il me fallait alors trouver une solution pour prolonger le jeu de tâches.

C'est à ce moment-là que, comme je l'ai expliqué dans le cadre du groupe 1, je me suis repenchée sur le triangle de Pascal et que j'ai choisi de le proposer aux élèves.

Lors de la troisième séance, je les ai donc lancés dans la construction et l'exploration du triangle de Pascal, en précisant qu'il y avait un lien avec l'exercice 15. Je leur ai dit qu'on verrait s'ils trouveraient, histoire de tourner cela en défi.

J'ai également insisté sur le rôle de « scientifiques qui font des recherches » que je leur conférais. Ils se sont alors lancés dans une exploration et ont découvert :

- Le fait que les bords sont uniquement constitués de « 1 »
- Une suite de nombres consécutifs allant de 1 à l'infini sur la deuxième série qui descend en biais
- Un effet de symétrie entre la droite et la gauche du triangle

En revanche, ils ne se sont pas du tout attelés au défi de faire le lien entre l'exercice 15 et le triangle de Pascal.

Les élèves n'ayant eu le temps de faire que peu de découvertes, j'ai décidé de leur laisser la séance suivante pour poursuivre leurs recherches.

Lors de cette dernière, les élèves ont eu l'occasion de découvrir :

- Les nombres triangulaires sur la troisième série qui descend en biais
- Les multiples de 5 et les pyramides qu'ils constituent
- Les multiples de 2
- Les multiples de 3
- Les multiples de 10

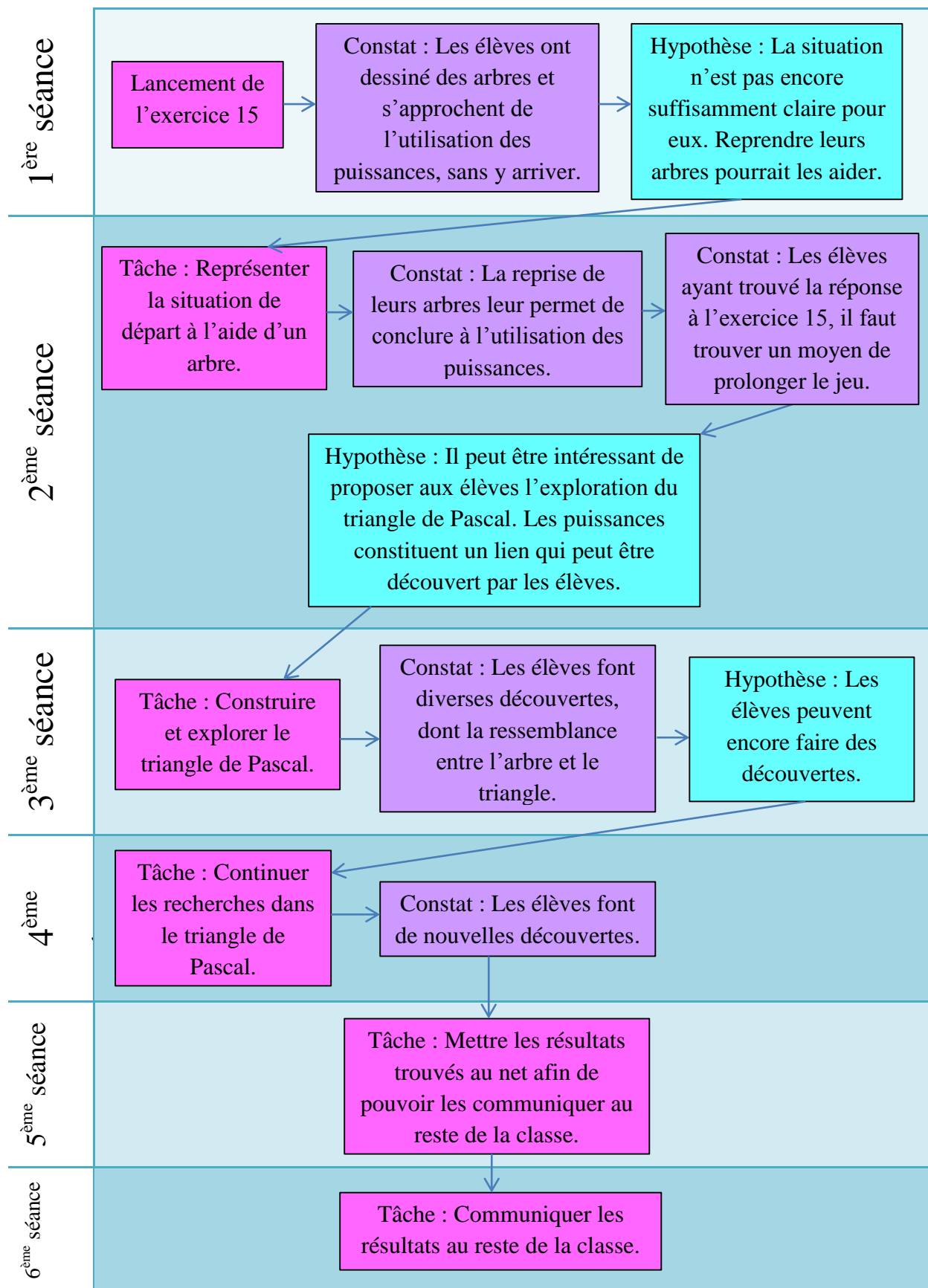
Mais aucun élément concernant les puissances n'a été suggéré.

Pour clore la séance, je leur ai rappelé, tout comme avec le groupe 1, que nous avions durant notre exploration du triangle de Pascal suivi une démarche scientifique, et que pour continuer, il était nécessaire que nous partagions nos découvertes. Je leur ai alors proposé de mettre ces dernières au net afin de pouvoir les présenter au reste de la classe.

Dans le cadre de la cinquième séance, j'ai réuni les groupes 1 et 2, pour des raisons que j'ai expliquées dans le cadre du premier groupe.

Finalement, lors de la sixième séance, les élèves ont expliqué à l'enseignante ce qu'ils avaient fait et chaque duo a présenté sa découverte au reste de la classe.

4.4. Enchaînement des tâches : Groupe 3



Lors de la première séance, j'ai eu la surprise de voir les élèves me demander d'eux-mêmes s'ils pouvaient faire un dessin, et surtout de les voir alors esquisser un arbre. Cela les a amenés à la conclusion qu'il fallait utiliser des multiplications itérées, mais ne leur a pas permis de trouver la solution à l'exercice 15 dès le début du jeu de tâches. En effet, les élèves se demandaient s'ils devaient prendre en compte la première personne qui envoie des cartes et avaient des difficultés pour savoir quel résultat de leurs multiplications itérées correspondait à quelle semaine.

J'ai alors émis l'hypothèse que leurs difficultés se situaient dans le fait de ne pas avoir bien compris la situation de départ. De plus, si le fait de dessiner n'avait pas été bénéfique au groupe 1, il l'avait été pour le groupe 2, et je pouvais ici m'appuyer sur les arbres que les élèves du groupe 3 avaient déjà construits. Ajouté au fait que la demande avait émané d'eux, tout me laissait à penser que cela devrait leur convenir.

Lors de la deuxième séance, j'ai laissé les élèves emporter avec eux leurs crayons et stylos de couleurs, et je leur ai donné une feuille A3, afin qu'ils puissent reprendre leurs dessins avec un matériel plus adéquat. Une fois qu'ils avaient terminé de construire leurs arbres, sur lesquels ils avaient mis de nombreuses couleurs qui permettaient une meilleure visualisation des différents niveaux, nous avons pris ces derniers un à un pour compter combien de personnes recevaient une carte chaque semaine.

En prenant les semaines 1 à 3 les unes après les autres, puis en continuant avec des multiplications itérées, nous avons alors pu trouver les réponses pour les semaines 4 et 10.

Aucun élève n'ayant proposé d'utiliser les puissances, j'ai décidé de les lancer sur une nouvelle tâche, consistant à trouver la réponse pour la semaine 10 en un seul calcul, à laquelle les élèves ont rapidement trouvé une solution.

Les élèves ayant trouvé la solution à l'exercice 15, il me fallait alors trouver une solution pour prolonger le jeu de tâches.

Ayant choisi de proposer l'étude du triangle de Pascal au groupe 2, j'ai décidé de faire de même avec le groupe 3.

Lors de la troisième séance, je les ai donc lancés dans la construction et l'exploration du triangle de Pascal, en précisant qu'il y avait un lien avec l'exercice 15. J'ai à nouveau essayé de tourner cela en défi.

J'ai une fois de plus insisté sur le rôle de « scientifiques qui font des recherches » que je leur conférais. Ils se sont alors lancés dans une exploration et ont découvert :

- Le fait que les bords sont uniquement constitués de « 1 »
- Une suite de nombres consécutifs allant de 1 à l'infini sur la deuxième série qui descend en biais
- Les nombres triangulaires sur la troisième série qui descend en biais
- Un effet de symétrie entre la droite et la gauche du triangle

Ils se sont également intéressés au défi, remarquant une ressemblance entre l'arbre et le triangle de Pascal : dans le triangle, une case donne aux deux cases du dessous, et donc à quatre cases la ligne suivante ; dans l'arbre, une personne donne aux quatre suivantes.

Lors de la quatrième séance, j'ai décidé de les laisser poursuivre leurs recherches, leur donnant l'occasion de découvrir :

- Les multiples de 6 et les pyramides qu'ils constituent
- Les multiples de 1001
- Les multiples de 7

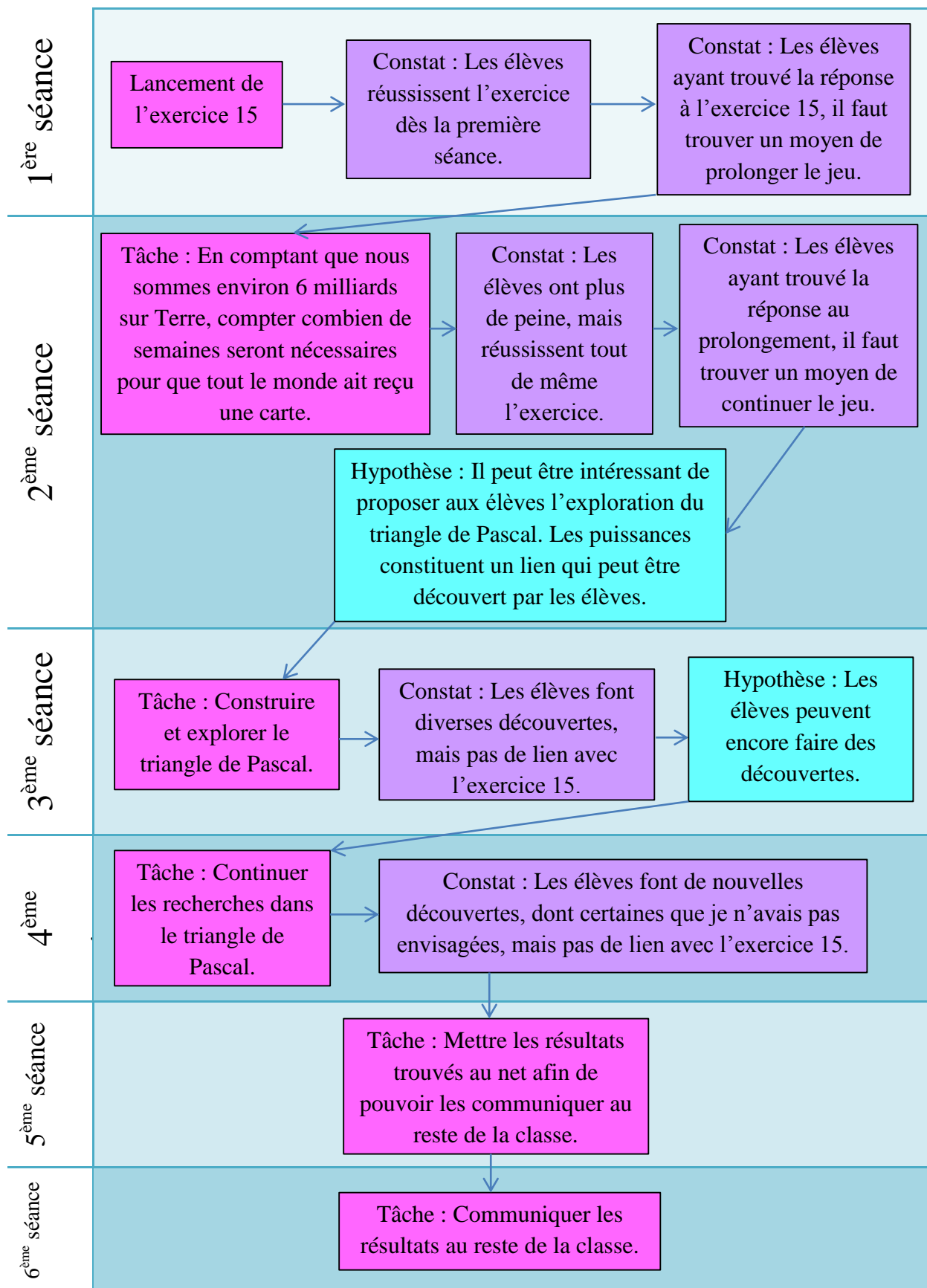
De plus, un élève a proposé d'étudier les diagonales du triangle, s'engageant ainsi sur la piste de la suite de Fibonacci. Malheureusement, les recherches se sont vite arrêtées, faute de temps à disposition.

Pour clore la séance, je leur ai fait le même rappel concernant la démarche scientifique et le partage des découvertes qu'aux deux premiers groupes, et leur ai proposé de procéder à une mise au net afin de pouvoir présenter leurs recherches au reste de la classe.

Dans le cadre de la cinquième séance, j'ai réuni les groupes 3 et 4, tout comme je l'avais fait avec les groupes 1 et 2.

Finalement, lors de la sixième séance, les élèves ont expliqué à l'enseignante ce qu'ils avaient fait et chaque duo a présenté sa découverte au reste de la classe.

4.5. Enchaînement des tâches : Groupe 4



Lors de la première séance, les élèves du groupe 4 ont rapidement trouvé une réponse à l'exercice 15, sous la forme de multiplications itérées.

Je leur ai alors demandé comment faire pour trouver la même réponse, mais en un seul calcul. Après quelques instants de tâtonnement, ils m'ont proposé d'utiliser les puissances.

L'exercice 15 ayant été si vite expédié, je devais trouver un moyen de poursuivre le jeu. Or, le livre du maître de cinquième primaire proposait un prolongement, qui consistait à calculer combien de semaines seraient nécessaires pour que les six milliards d'habitants de la Terre aient reçu une carte. J'ai donc choisi de les lancer dans cette tâche dans un premier temps.

La deuxième séance leur a suffi pour réussir ce prolongement, provoquant tout de même quelques difficultés concernant la compréhension de la situation. En effet, lors du premier exercice, il suffisait de prendre en compte uniquement la semaine qui nous intéressait, alors que là, toutes les semaines devaient être additionnées.

La troisième séance se profilant, je devais à nouveau trouver une solution pour donner suite au jeu de tâches. Ayant choisi de proposer l'étude du triangle de Pascal aux autres groupes, j'ai fait de même avec celui-ci.

Lors de la troisième séance, je les ai donc lancés dans la construction et l'exploration du triangle de Pascal. J'ai une fois de plus insisté sur le rôle de « scientifiques qui font des recherches » que je leur conférais, ainsi que sur le côté exploratoire. Ils se sont alors lancés dans cette étude du triangle et ont découvert :

- Le fait que les bords sont uniquement constitués de « 1 »
- Une suite de nombres consécutifs allant de 1 à l'infini sur la deuxième série qui descend en biais
- Un effet de symétrie entre la droite et la gauche du triangle
- Les nombres triangulaires sur la troisième série qui descend en biais
- Les multiples de 6 et les pyramides qu'ils constituent

En revanche, ils n'ont découvert aucun entre l'exercice 15 et le triangle de Pascal.

Lors de la quatrième séance, j'ai décidé tout comme pour les autres groupes de laisser les élèves poursuivre leurs recherches, leur donnant ainsi l'occasion de mettre en évidence

d'autres pyramides de multiples et de faire de nouvelles découvertes que je n'avais pas imaginées, plus particulièrement décrites dans mes notes de terrain (annexes).

Par contre, aucun élément concernant les puissances n'a été suggéré.

Je leur ai finalement fait le même rappel concernant la démarche scientifique et le partage des découvertes qu'aux autres groupes, et leur ai proposé de procéder à une mise au net, qu'ils ont effectuée avec le groupe 3 lors de la cinquième séance.

Pour terminer, lors de la sixième séance, les élèves ont expliqué à l'enseignante ce qu'ils avaient fait et chaque duo a présenté sa découverte au reste de la classe.

Beaucoup de connaissances autres que celles attendues sur les puissances ont été investies dans le milieu. Le jeu de tâches permet cette émergence. Le défi pour l'expérimentateur et/ou l'enseignant est de tenter de faire faire des liens aux élèves sans se laisser submerger par ces connaissances surabondantes.

On verra dans le chapitre consacré au zoom sur le groupe 1, que le débordement a effectivement eu lieu et qu'une forme de saturation du milieu peut être pointée.

4.6. De la liste de tâches au jeu effectif

Comme l'explique Jean-Michel Favre (2008) dans son article précédemment cité, la préparation d'un jeu de tâches passe par l'exploration du milieu, pour aboutir à la création d'une liste de tâches.

Cette exploration ne consiste non pas à prévoir les difficultés que les élèves pourraient rencontrer, mais plutôt à s'intéresser au milieu et à le questionner. Pour tenter d'entrer en interaction avec ce dernier, on va s'interroger sur les savoirs mathématiques que l'on peut y trouver, les tâches imaginables, ainsi que les effets probables ou inattendus et les relances envisageables. Comme le dit Favre, « *Il s'agit en fait de trouver diverses manières d'entrer dans le milieu, mais en évitant à tout prix d'en ressortir de suite parce que l'on a réussi l'activité. Nous cherchons au contraire à nous y laisser porter pour mieux le faire parler et faire en sorte qu'il nous révèle d'autres facettes de son potentiel.* ».

Suite à l'exploration, le pari du jeu de tâches consiste à aller à la rencontre des élèves avec les tâches que l'on s'est soi-même données, ainsi qu'avec d'autres que la découverte du milieu nous aurait poussé à imaginer. Mais plus que ça, ce pari consiste à croire en le fait que les élèves eux-mêmes peuvent nous aider à prolonger l'exploration du milieu et à nous faire découvrir de nouveaux éléments constitutifs de ce dernier.

C'est pour cela que le groupe DDMES a choisi comme préparation au jeu de tâches de créer une liste avec ces tâches imaginées, qui se veut constituer un support et un cadre pour aborder les entretiens avec les élèves. En revanche, elle ne représente en aucun cas un plan ou une marche à suivre. Au contraire, les diverses tâches ne sont pas prévues pour être prises dans un ordre prédéterminé. C'est une liste non exhaustive, d'autres tâches pouvant apparaître en cours de jeu, et dont certaines peuvent également être abandonnées, si le déroulement ne leur donne plus raison d'être.

Je vais maintenant présenter la liste que j'ai moi-même constituée lors de mon exploration du milieu, en partant de l'exercice 15 du thème 12 du livre de l'élève de cinquième primaire, ainsi que le détail des tâches conservées, abandonnées et apparues, pour arriver finalement au jeu effectif tel qu'il s'est déroulé.

Liste de tâches :

1

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

2

Représenter la situation à l'aide d'un dessin, d'un schéma ou d'un arbre.

3

S'échanger des lettres en classe, en suivant la consigne, et voir ce que cela donne pour les trois premières semaines.

4

Répondre à la question :

« Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ? »

en n'effectuant qu'un seul calcul.

5

Chercher combien de semaines seront nécessaires pour que l'ensemble de la population mondiale, soit environ 6 milliards de personnes, ait reçu une carte.

6

Estimer l'ordre d'un nombre donné en écriture scientifique par la calculatrice.

7

Trouver quels outils pourraient être utilisés pour éviter de tomber aussi rapidement sur l'écriture scientifique.

8

Chercher des généralités / constantes / itérations dans la liste des puissances de 4.

9

Travailler sur le lien entre l'arbre et les puissances (4^x) :

Tronc = 4^0

Chaque niveau $\rightarrow x + 1$

J'ai démarré le jeu de tâches en proposant aux élèves l'exercice 15, puis j'ai « pioché » dans ma liste au fur et à mesure que le besoin se faisait sentir. Le choix des tâches s'est fait en fonction de l'évolution du jeu. En effet, d'après Favre, « ...le pilotage du jeu de tâches est fortement contraint par les actions des élèves et les réponses du milieu que l'expérimentateur est à même de saisir et d'interpréter à l'aide de ses propres savoirs. D'ailleurs, le choix des tâches en cours d'entretien est le produit de cette interprétation ;... ».

J'ai donc choisi les tâches en fonction des constats et des hypothèses, ou interprétations, que les élèves et le milieu m'ont amenée à imaginer. Le chapitre sur l'enchaînement des tâches a pour but de démontrer de quelle façon j'ai mené le jeu et sélectionné ces dernières pour les proposer aux élèves. J'expose ici simplement une liste des tâches conservées.

Liste des tâches conservées :

1

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

2

Représenter la situation à l'aide d'un dessin, d'un schéma ou d'un arbre.

4

Répondre à la question :

« Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ? »

en n'effectuant qu'un seul calcul.

5

Chercher combien de semaines seront nécessaires pour que l'ensemble de la population mondiale, soit environ 6 milliards de personnes, ait reçu une carte.

6

Estimer l'ordre d'un nombre donné en écriture scientifique par la calculatrice.

9

Travailler sur le lien entre l'arbre et les puissances (4^x) :

Chaque niveau $\rightarrow x + 1$

Si j'ai choisi de conserver ces tâches, j'en ai en revanche abandonné un certain nombre, dont voici la liste, ainsi que les raisons qui m'ont poussée à les retirer du jeu de tâches.

Liste des tâches abandonnées :

3

S'échanger des lettres en classe, en suivant la consigne, et voir ce que cela donne pour les trois premières semaines.

Cette tâche était destinée à aider les élèves qui n'auraient pas compris la situation de départ. Mais étant plus compliquée à organiser, car nécessitant le regroupement de toute la classe, je lui ai préférée sur le moment celle du dessin, schéma ou arbre.

7

Trouver quels outils pourraient être utilisés pour éviter de tomber aussi rapidement sur l'écriture scientifique.

Cette tâche était liée à la suivante, abandonnée elle aussi. Comme il aurait fallu lister les puissances de 4 et que la calculatrice des élèves ne permet de donner la réponse complète que jusqu'à 4^{16} , le but aurait été de trouver quel(s) outil(s) mobiliser pour se sortir de la situation où les réponses nous seraient données en écriture scientifique.

8

Chercher des généralités / constantes / itérations dans la liste des puissances de 4.

J'avais pensé cette tâche au moment où, dans le cadre de mon exploration du milieu, je m'étais donné à faire le prolongement de l'exercice 15, proposé par le livre du maître. Alors que je listais les puissances de 4, comme je m'attendais à ce que les élèves le fassent, je me suis rendue compte que cela formait un triangle, qui m'a tout de suite fait penser au triangle de Pascal et au cours de Conne que j'ai déjà mentionné. Ne voyant pas encore comment lier l'exercice 15 au triangle de Pascal, j'ai imaginé explorer cette liste, afin d'y trouver des constantes. Mon exploration personnelle ne donnant pas ce que j'avais espéré, je suis alors retournée au « démon des maths », où j'ai trouvé la solution pour lier les deux tâches. J'ai alors abandonné cette dernière, qui n'avait plus de raison d'être.

9

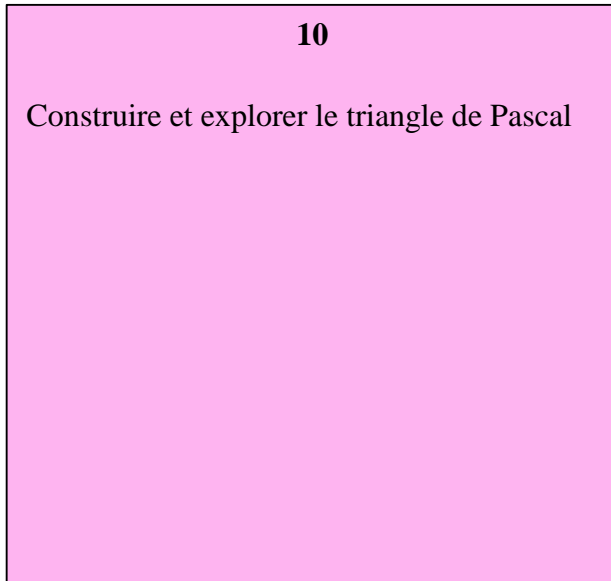
Travailler sur le lien entre l'arbre et les puissances (4^x) :

Tronc = 4^0

J'avais imaginé cette tâche pour le cas où les élèves me poseraient des questions sur les puissances 0. Vu que je n'avais pas de solution pour expliquer aux élèves pourquoi x^0 est toujours égal à 1, je serais passée par l'arbre, qui quelle que soit la valeur de x n'a toujours qu'un tronc, donc $x^0 = 1$.

Comme je l'ai dit, l'abandon d'une tâche a été la conséquence de l'apparition en cours de jeu d'une nouvelle tâche, que voici :

Tâche apparue en cours de jeu :



10

Construire et explorer le triangle de Pascal

Cette tâche, tout comme le reste des tâches conservées, s'insère dans une logique propre au jeu de tâches. Elle est justifiée par les interventions des élèves et, particulièrement dans ce cas, par mon rapport personnel aux mathématiques.

4.7. Zoom sur le groupe 1

Si j'ai choisi d'effectuer un zoom sur le groupe 1, c'est que le jeu effectué avec ce dernier m'a particulièrement intéressée, par la richesse de son contenu et surtout de son déroulement.

En effet, contrairement aux trois autres groupes qui ont terminé l'exercice 15 avant de se lancer dans le triangle de Pascal, ne justifiant cette dernière tâche que par le lien des

puissances, le groupe 1 l'a intégré dans la recherche de la solution à l'exercice 15, et donc dans l'exploration du milieu.

Pour ce groupe, la tâche du triangle de Pascal n'a donc pas seulement été un moyen de poursuivre le jeu, mais en a fait intégralement partie.

De plus, je me suis rendue compte que je m'étais plus engagée avec eux, ressentant ma place de joueuse, qu'avec les autres, me sentant plutôt spectatrice de leur jeu.

J'ai alors eu l'impression que le jeu effectué avec le groupe 1 était beaucoup plus représentatif du jeu de tâches que celui des autres groupes. Les allers et retours entre saturation, surprises, espoirs et découvertes nous ont plongés dans cette partie de ping pong que je m'étais imaginée.

C'est pourquoi je vais en analyser les composantes du point de vue de la saturation du milieu, afin de voir ce qu'elle peut nous apprendre sur le jeu de tâches et sur le rôle de l'expérimentateur.

Première séance

Je démarre la séance en utilisant ma première carte : ma tâche de départ.

1

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

Da propose d'utiliser la [division](#).

À partir de cette réponse, je constate que le milieu commence à saturer et qu'il va successivement être assailli par beaucoup de connaissances en conflit.

Ne voulant pas diriger les élèves, mais les laisser libres d'explorer le milieu, je me contente de répéter leurs propositions sous forme de questions :

Une division ?

Na rejette alors la proposition de Da et en fait une nouvelle : il faut utiliser une addition ou une soustraction.

Je continue avec la même stratégie et lui demande :

Une addition ou une soustraction ?

Da dit alors que ce doit être une addition, car il est écrit « au maximum ».

Puis il s'écrie que c'est un multiple.

Je lui demande : une multiplication ?

Da me répond que non.

Il se met ensuite à effectuer des calculs : 4×8 .

Puis 4×9 .

Je décide alors de tenter un retour à la consigne, afin qu'ils ne se perdent tout de même pas trop :

Il y a 4 cartes écrites chaque semaine ?

Ce à quoi Da répond en proposant de faire « $\times 4$ ».

Même si je sens la saturation du milieu diminuer quelque peu, je ne m'engage pas dans l'induction et me contente de dire :

$\times 4$?

Bi répond qu'elle a fait « $+ 4$ ».

Ti dit que, elle aussi, a fait toujours « $+ 4$ ».

Na argue qu'il est plus rapide de faire « 4×10 ».

Da revient à la charge avec le « $\times 4$ », en disant qu'il a trouvé 28.

Bi répond que c'est ce qu'elle a trouvé pour la 7^{ème} semaine.

Sentant toujours le milieu saturer, mais ayant sous la main la proposition de Da qui m'arrange, je décide de confronter les deux idées, histoire tout de même de ne pas induire le fait que Da a raison :

Vous pensez qu'il faut faire « $+ 4$ » ou « $\times 4$ » ?

Bi me répond « $+ 4$ ».

Les autres hochent la tête pour confirmer.

Ne sachant plus quoi faire pour mettre fin à la saturation, je décide alors de clore la séance.

Clôture de la séance.

On peut donc voir lors de cette première séance que j'ai fait le choix de laisser les élèves explorer librement le milieu, mais que celui-ci s'est mis à saturer sous le poids du grand nombre de connaissances mises en jeu. En effet, ils ont engagé leurs connaissances concernant : la division, l'addition, la soustraction, la différence entre multiple et multiplication, la table de 4 et l'addition itérée. De ce fait, j'ai moi aussi été dépassée par les événements et ai préféré clore la séance, afin de reprendre la fois prochaine.

Deuxième séance

Voulant m'assurer que les élèves se souviennent ce qu'ils ont fait la dernière fois et qu'ils pensent toujours la même chose, je commence en leur disant :

Vous vous souvenez de ce que vous avez fait la dernière fois ?

Bi me répond qu'elle a fait toujours « $+ 4$ ».

Da me dit qu'il a d'abord fait « $\times 4$ », puis « $+ 4$ ».

Sentant le retour à la saturation, je décide de sortir une nouvelle carte :

2

Représenter la situation à l'aide d'un dessin, d'un schéma ou d'un arbre.

Les élèves démarrent et Bi se plaint qu'elle va devoir dessiner 40 lettres.

Je me rends alors compte qu'il y a à nouveau saturation, et que pour les élèves, représenter la situation revient à dessiner le résultat.

Je tente donc d'en sortir en redonnant la consigne de la tâche, et surtout en la précisant :

Je vous demande de montrer qui envoie à qui, pas de me faire une liste des résultats.

Mais Bi ne comprend pas :

Qui envoie à qui ?

Da, qui a l'air de voir un peu plus clair, lui répond :

Avec des flèches.

Puis il dit aux autres : Vous allez faire 40 lettres ? Si ça vous amuse...

On voit alors qu'il se rend compte qu'il y a quelque chose d'inutile dans cette démarche, mais il finit par suivre :

Moi j'en suis à 28 lettres.

Ti dit qu'elle en est à 40.

Na répond qu'elle en a 8.

Puis elle ajoute que, de toute manière, il va y en avoir le même nombre que le résultat.

On retombe alors dans la saturation, la connaissance prenant le dessus : dessiner = dessiner le résultat.

Bi déclare qu'elle en a 42.

Na arrive alors à 20.

Essayant de sortir de cette impasse, je leur dit :

Je ne vois pas qui envoie à qui.

Bi me dit : Lui il envoie cette lettre, lui cette lettres, etc.

Je reformule en disant :

Je vois quelle lettre il envoie, mais pas à qui.

Elle réagit en me disant alors que : n°1 envoie à n°2, n°3 envoie à n°4, etc.

J'essaie donc de la renvoyer à la consigne, pour qu'elle voie que chaque personne envoie une lettre à 4 autres copains :

La consigne dit que chacun envoie une lettre ?

Elle modifie sa réponse et me dit que : n°1 envoie à n°2, n°3, n°4 et n°5, et que n°5 envoie à n°6, n°7, n°8 et n°9, et ainsi de suite.

Essayant de lui faire comprendre que quelque chose ne va pas, j'induis la suite en disant :

Et le n°2, il envoie à qui ?

Ce à quoi elle répond : Oh non, je dois tout recommencer !

Elle voit alors qu'elle a fait quelque chose de faux, mais elle ne parvient pas à faire une autre proposition.

Ti ayant maintenant terminé, elle arrive avec sa proposition : n°1 envoie à n°2, n°3, n°4 et n°5, puis n°6 envoie à n°7, n°8, n°9 et n°10, etc.

Me retrouvant face à la même saturation qu'avec Bi, j'induis à nouveau en insistant sur le n°2 :

Et le n°2, il envoie à qui ?

Cherchant à corriger, elle me propose : n°1 envoie à n°2, n°3, n°4 et n°5 ; n°2 envoie à n°6, n°7, n°8, n°9 ; n°3 envoie à n°10, n°11, n°12, n°13 ; et ainsi de suite.

Satisfaite par le but atteint, je lui réponds :

Ok.

Voulant m'assurer que Da et Ad aient compris, je leur demande :

Vous m'expliquez ce que vous avez fait ?

Da m'explique alors que : n°1 envoie à n°2, n°3, n°4 et n°5, puis n°6 envoie à n°7, n°8, n°9 et n°10, etc.

La saturation étant la même que chez Ti, je tente alors de tenir le milieu à bout de bras et induite une dernière fois :

Et le n°2, il envoie à qui ?

Ce à quoi Ad répond : le n°2 il reçoit, il envoie pas.

Faisant face à une résistance de sa part, j'insiste :

Relisez la consigne.

Ad prend alors ma remarque en compte et répond :

Oh non, on a fait faux !

Bi étant dans la même situation, ayant l'impression de ne pas s'en sortir, elle tente de se raccrocher à son travail de la dernière fois et me dit :

On avait fait juste la dernière fois ?

On remarque alors une totale saturation. En effet, vu qu'elle a dessiné son résultat de la fois passée et qu'elle s'est rendue compte que son dessin était faux, elle aurait dû comprendre que son résultat aussi : elle n'a donc pas fait de lien entre les deux séances.

M'en rendant compte, je « capitule » en disant :

On en reparlera la semaine prochaine...

Clôture de la séance.

Voyant lors de cette deuxième séance que la tâche choisie ne parvient pas à mettre fin à la saturation, je tente d'induire, puis arrête tout sans valider ni institutionnaliser, afin de pouvoir poursuivre l'exploration différemment la prochaine fois.

Troisième séance

Dès le début de la séance, Na me demande si on peut essayer avec d'autres calculs.

Sentant qu'il y avait une raison pour qu'elle me pose cette question du but en blanc, mais ne voyant pas où elle voulait en venir, je reste ouverte à son intervention et je lui réponds :

Par exemple ?

Elle me dit alors qu'elle a déjà essayé les additions et les soustractions, qu'elle pense que les multiplications ne fonctionnent pas, mais que pour les puissances, une enseignante lui a dit que ça va plus vite.

Même si le fait de parler de puissances m'arrange, je ne suis pas sûre que l'idée vienne d'elle, et je veux m'assurer qu'elle comprenne ce qu'elle propose. Je lui dis donc :

C'est quoi une puissance ?

Elle me demande si elle doit donner un exemple.

Je dis que oui.

Elle propose « $5^2 = 5 \times 5$ ».

J'en profite pour induire le fait que leur première démarche n'est pas compatible avec l'utilisation des puissances en disant :

Vous avez fait toujours « + 4 ». On peut faire des puissances avec des « plus » ?

Les élèves répondent que non.

Je continue d'induire, leur demandant :

Qu'est-ce qu'il faut faire pour utiliser les puissances ?

Da répond : des « fois ».

J'insiste en demandant :

Est-ce que quelqu'un a déjà essayé avec des « fois » ?

Da dit que lui l'a fait, mais que ça ne marchait pas.

Je ressens alors la saturation qui se dissipait gentiment revenir à la charge.

Da me demande : 64×4 , ça fait 256 ?

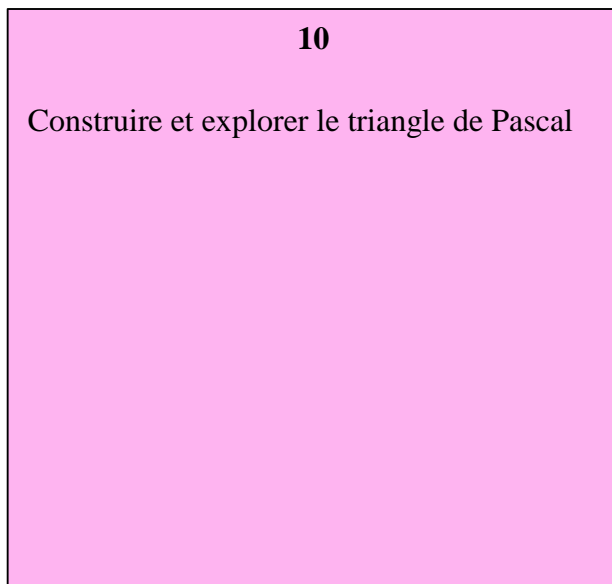
Puis il réagit à ma validation en disant que ça fait trop.

Voyant que Da n'a pas abandonné son idée de faire « $\times 4$ », mais qu'il est en train de laisser tomber, je décide de relancer :

En faisant « $+ 4$ », vous avez trouvé 16 pour la 4^{ème} semaine. En faisant « $\times 4$ », Da a trouvé 256 pour la 4^{ème} semaine. C'est trop ?

Les élèves répondent que oui.

Sentant à nouveau la saturation peser, après l'espoir que m'avait provoqué la référence aux puissances, je décide de tenter une autre stratégie et de sortir une nouvelle carte :



Pour la construction du triangle, je commence par leur dire de mettre un 1 tout en haut.

Puis, pour la case suivante, d'additionner les deux cases au-dessus.

Ce à quoi les élèves réagissent en disant : Hein ?

Je leur demande ce qu'il y a dans les cases au-dessus.

Ils me disent 1.

Je réponds : et dans l'autre case ?

Ils répondent : Rien.

Je leur demande alors : Rien, c'est quoi comme nombre ?

Ils me disent : Zéro.

Je finis en disant : $0 + 1 = ?$

Les élèves répondent : 1.

A ce moment, Da dit : Je connais, après on peut colorier les multiples.

J'en conclus qu'il a déjà travaillé sur le triangle, mais ne voulant pas faire de validation, je le pousse à expliquer en disant :

Comment ça ?

Mais cela ne fonctionne pas. Au contraire, il a l'air de penser qu'il a dit quelque chose de faux et laisse tomber, me répondant :

Non, rien...

Les élèves finissent de construire le triangle.

Puis je le leur présente, ainsi que le but de recherche, leur disant : on va voir ce qu'on va trouver dedans...

Da dit : C'est trop dur, on va pas y arriver !

Face à ce découragement, j'essaie de les motiver en disant :

Mais si, vous allez voir !

Les élèves commencent leurs recherches.

Rapidement, Ti découvre un axe de symétrie vertical.

Puis Da se rend compte qu'il n'y a que des 1 sur les bords.

Suite à cela, il voit également que la deuxième série de nombres qui descend en biais est la suite : « 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ... ».

Parti dans la lancée, il s'attaque à la troisième série de nombres qui descend en biais, et propose l'idée que c'est les multiples de 3.

Je lui fais remarquer que ce n'est pas le cas.

Mais j'induis tout de même la suite en disant :

Mais regardez quand même cette suite de nombres.

Ti se rend alors compte que c'est : « $1 + 2 = 3$; $3 + 3 = 6$; $6 + 4 = 10$; $10 + 5 = 15$; ... », donc « + 2 ; + 3 ; + 4 ; + 5 ; ... ».

Ayant envie que les élèves cherchent le pourquoi de leurs découvertes, je demande :

Pourquoi ça fait ça ?

Ti comprend que c'est grâce à la deuxième série de nombres qui descend en biais, qui est additionnée au fur et à mesure.

Je leur demande s'ils ont vu autre chose.

Bi me répond que ce que Ti a découvert est pareil dans tout le triangle : le passage d'un nombre à un autre dans une série qui descend en biais dépend du nombre d'à côté (dans la série précédente).

Je décide alors d'induire une autre façon d'aborder le triangle, dans le but d'amener les élèves à la découverte des puissances :

Est-ce que vous pensez qu'on peut regarder le triangle autrement ?

Da propose les lignes.

Je commence par faire un rappel de ce qui avait déjà été trouvé :

Ti avait remarqué que chaque ligne faisait comme un miroir en son centre.

Puis j'insiste en les renvoyant à la recherche, induisant dans ma question le fait qu'il y a quelque chose à faire, et pas seulement à observer :

On peut faire autre chose ?

Da propose : Calculer.

Même si je comprends qu'il veut additionner, je lui demande de reformuler lui-même, afin de ne pas induire les démarches plus que nécessaire :

Qu'est-ce que tu veux dire par « calculer » ?

Ce à quoi il répond : Additionner.

Satisfaite, commençant à voir « le bout du tunnel », ou plutôt de la saturation, je lui dis :

Ok ! On essaie !

Rapidement, Ti dit : J'ai compris : $4 + 4 = 8$; $8 + 8 = 16$; $16 + 16 = 32$; ...

Induisant l'opération à utiliser, je demande :

Et si on ne veut pas dire « plus » ?

Da s'écrie : « Fois » !

Ad dit : C'est le livret de 2.

Je lui réponds : Non, les livrets c'est toujours « + 2 ». Là on fait « x 2 ».

Da dit alors : C'est les puissances de 2 !

Satisfaite et soulagée, je réagis en disant :

Ouais !

Puis je décide de clore la séance pour deux raisons. Premièrement, la période est terminée. Deuxièmement, voyant la solution arriver gentiment, je préfère bien préparer la séance suivante et commencer avec des élèves « frais ».

Clôture de la séance.

Cette troisième séance a donc été marquée par un espoir dû à l'intervention de Na en début d'heure, puis par un retour à la saturation, avant de finir sur un basculement vers un espoir d'y mettre fin, grâce à la nouvelle tâche du triangle de Pascal et à la découverte des puissances à l'intérieur.

Quatrième séance

Pour introduire cette dernière séance, je fais aux élèves un rappel de ce qui avait été trouvé la dernière fois :

La semaine dernière, vous aviez trouvé qu'en additionnant les nombres de chaque ligne, vous aviez les puissances de 2. Vous vous souvenez ?

J'aurais pu, comme précédemment, attendre que ce soit les élèves qui s'en chargent, mais cette séance est marquée tout du long par la contrainte temporelle.

Les élèves me répondent que oui, ils se souviennent.

Préparant la question suivante, je leur demande :

Quels nombres vous aviez trouvés ?

Ils me disent : « 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; 128 ; 256 ; ... ».

Créant un lien avec l'exercice 15, je leur demande :

Si on reprend l'exercice des lettres, est-ce que vous retrouvez ces nombres ?

Na dit : Oui.

Bi ajoute : « 4 ; 8 ; 16 ; 32 ».

Insistant, je leur demande :

Est-ce que vous avez trouvé tous les nombres de l'exercice ?

Na me dit que non.

Cherchant à relancer, je leur dis :

Et avec la solution de Da ?

Da dit : Ils y sont tous.

Je tente alors d'induire le lien avec les puissances en demandant :

Pourquoi ?

Les élèves ne répondent pas.

J'insiste et reformule :

Comment ça s'appelle ce que Da a fait ?

Ad répond : Les multiples de 4.

Je lui dis : Non, les multiples, c'est ce que vous aviez fait.

Da s'écrie : Les puissances de 4 !

Cherchant à induire le lien des puissances entre le triangle de Pascal et l'exercice 15, je leur demande :

Et sur le triangle ?

Da s'écrie à nouveau : Les puissances de 2 !

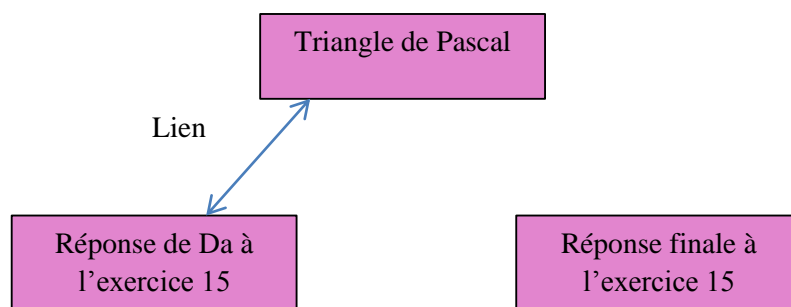
Ce à quoi Na répond : Ah ouais, c'est les puissances !

Voyant qu'un lien s'effectue, je tente d'induire la démarche de l'exercice 15 :

Est-ce qu'on peut utiliser les puissances pour résoudre l'exercice 15 ?

Les élèves me répondent que non.

Je fais alors une nouvelle fois face à la saturation. En effet, les élèves ont fait le lien entre le triangle et la réponse de Da, mais pas entre le triangle et la réponse à l'exercice 15.



Pour essayer de construire ce dernier lien qui nous manquait, j'ai décidé de faire appel à une dernière carte :

9

Travailler sur le lien entre l'arbre et les puissances (4^x) :

Chaque niveau $x + 1$

J'ai dit aux élèves que nous allions construire un arbre ensemble.

Ils m'ont répondu : Un arbre ?

N'ayant plus le temps de développer, je leur ai dit :

Vous allez voir.

Puis je leur ai donné une feuille construite de cette manière :



1^{ère} semaine

2^{ème} semaine

3^{ème} semaine

Je leur ai expliqué que le bonhomme en haut représentait la première personne qui envoie les lettres.

Puis je leur ai demandé : A combien de personnes est-ce qu'il envoie des lettres la première semaine ?

Ils m'ont répondu : à 4.

Je leur ai alors dit de les dessiner dans l'espace réservé à la première semaine.

J'ai choisi de construire cet arbre avec eux, pas à pas, pour ne pas qu'ils se perdent, car nous n'avions plus le temps de nous égarer.

J'ai continué en leur demandant : Et pour la deuxième semaine ?

Na m'a dit : Ils envoient à 4.

J'ai alors induit en disant :

Tous ensemble ?

Ti m'a répondu : Non, chacun.

J'ai alors senti que les élèves commençaient à comprendre.

Je leur ai dit de les dessiner dans la deuxième semaine.

Pour être sûre qu'ils comprennent, j'ai détaillé :

Le premier (des quatre), il envoie à combien ?

Bi m'a répondu : à 4.

Je leur ai alors dit de les dessiner et de faire la même chose pour les trois autres.

Puis je leur ai demandé combien de personnes avaient reçu une lettre la deuxième semaine.

Après avoir compté, ils m'ont répondu : 16.

J'ai poursuivi l'exercice en leur demandant : Et la troisième semaine, qu'est-ce qu'il se passe ?

Na m'a alors répondu : Chacun envoie une carte à 4 copains.

L'excellente formulation de cette phrase m'a donné bon espoir quant à la compréhension de la situation de l'exercice 15.

Je leur ai ensuite dit de dessiner les bonshommes dans la troisième semaine.

Ce à quoi ils m'ont répondu qu'il y en avait trop et qu'ils n'auraient pas la place.

Cela m'a alors fait très plaisir, car voulant dire qu'ils avaient été capables d'estimer la grandeur du nombre sans dessiner les bonshommes, et donc qu'ils commençaient à comprendre le côté exponentiel de la situation, dissipant gentiment la saturation.

Je leur ai donc proposé comme solution d'écrire un « 4 » pour chaque groupe de 4 personnes.

Puis je leur ai demandé combien de personnes avaient reçu une lettre la troisième semaine.

Ils m'ont répondu : 64.

J'ai alors fait un lien avec la réponse de Da en disant :

« 4 ; 16 ; 64 ; ... », c'est ce que Da avait trouvé.

Puis j'ai insisté et induit la fin en demandant :

Quelle opération avait fait Da ?

Ce à quoi Da a répondu : « x 4 ».

Je leur ai donc demandé combien de personnes recevraient une lettre la quatrième semaine.

Ils ont pris leurs calculatrices et m'ont répondu : 256 !

Pour moi, cela a été un grand soulagement et la saturation a pris fin à ce moment-là.

J'ai voulu terminer l'exercice en leur demandant de calculer pour la dixième semaine.

Bi m'a demandé : Il faut tout calculer ?

J'ai induit la phase suivante pour deux raisons. Premièrement, nous n'avions plus beaucoup de temps. Deuxièmement, c'était une manière pour moi de tester s'ils avaient vraiment compris et surtout fait des liens.

Je leur ai donc dit qu'il y avait un moyen plus simple et leur ai demandé : C'est quoi « 4 ; 16 ; 64 ; ... » ?

Ce à quoi Da a répondu : Les puissances de 4.

Puis il a de suite demandé : 4 puissance combien ?

Ces réponses m'ont rassurée, car cette étape aurait pu provoquer un retour à la saturation, alors qu'elle m'a montré que les élèves comprenaient comment utiliser la puissance (4^x), mais qu'ils avaient juste un doute sur la valeur à accorder à x.

J'ai induit la réponse en disant :

C'est la combienième semaine ?

Ce à quoi ils ont répondu : La dixième.

J'ai fini de les aider en disant :

Donc 4 puissance...

Et ils ont terminé ma phrase en s'écriant : 10 !

Je leur ai dit : Juste !

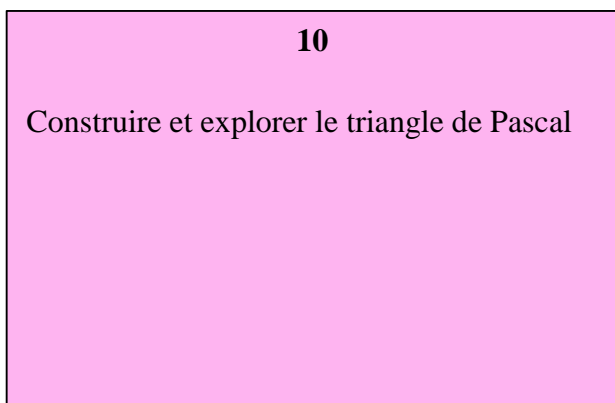
J'ai validé la réponse car nous arrivions à la fin de la démarche, que c'était la dernière séance et que les élèves avaient besoin d'être rassurés après quatre séances sans validations ni institutionnalisations.

Les élèves ont calculé à l'aide de leur calculatrice et m'ont répondu : 1'048'576.

Je les ai alors félicités en leur disant :

Très bien !

J'ai alors choisi de ressortir la carte du triangle de Pascal.



En effet, il restait du temps et des découvertes à faire, d'autant plus que Da avait fait une proposition lors de la séance précédente (colorier les multiples).

Je commence donc par dire aux élèves que nous allons continuer à explorer le triangle de Pascal.

Da me dit alors : Mais on a déjà tout trouvé !

Je lui réponds qu'il y a encore plein de choses à découvrir dans le triangle.

Puis je reviens à sa proposition en disant :

Da avait fait une proposition la dernière fois.

Da dit alors : Hein ?

Je lui dis : Tu ne te souviens pas ?

Il me répond : Non.

J'explique alors qu'il s'agissait de colorier les multiples.

Il résiste en me disant :

C'était pas moi !

Ne sachant pas s'il a vraiment oublié ou si c'est la peur d'avoir dit quelque chose de faux qui provoque cette résistance, je lui réponds :

Si c'est toi. Et je trouve que c'est une bonne idée !

La période touchant gentiment à sa fin, je guide les élèves en disant :

Il faut que vous choisissiez un multiple et que vous le coloriez dans le triangle. Quel multiple est-ce qu'on prend ?

Ad propose : Les multiples de 2.

Je leur dis : Alors on colorie tous les multiples de 2.

Bi me demande : C'est lesquels les multiples de 2 ?

Ceci aurait pu constituer une nouvelle tâche exploratoire, mais vu que nous n'avons plus le temps, je lui réponds :

Ceux qui finissent par « 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ».

Tout à coup, Bi s'écrie : ça fait des pyramides à l'envers !

Cette surprise aurait également pu être le début d'une nouvelle exploration, dans le but de savoir pourquoi cela fait des pyramides, mais l'horaire nous en a empêchés.

Les élèves finissent de colorier les multiples de 2, confirmant les dires de Bi.

Enfin, je clos la dernière séance.

Clôture de la séance.

Cette dernière séance m'a donc permis de reprendre les rênes du jeu de tâches, mettant de l'ordre dans le flot de connaissances qui nous étaient tombées dessus lors des premières séances, et mettant également fin à la saturation.

5. Conclusion

5.1. Regard sur l'analyse

Alors que j'ai laissé au début les élèves explorer et expérimenter librement, je me suis rendue compte, pendant les entretiens et l'analyse, que les dernières séances laissaient de moins en moins de place à la recherche et de plus en plus à l'induction.

En effet, même si j'étais dans une situation de recherche, je pense que j'avais tout de même un devoir d'enseignement envers les élèves, et de loyauté pour l'enseignante qui me les avait confiés. Je trouvais donc important de finir sur quelque chose d'un minimum abouti. Car je pense qu'on ne peut décemment pas laisser tomber un projet en cours sans laisser la possibilité aux élèves de le terminer. De ce fait, j'avais le choix entre finir moi-même, ou laisser l'enseignante reprendre le flambeau. Mais cette dernière n'ayant pas assisté aux entretiens, il me paraissait évident que c'était de ma responsabilité de conclure avec eux.

De plus, je craignais que le fait de partir sans avoir laissé aux élèves le temps de finir l'exercice leur donne un sentiment d'échec, particulièrement pour le groupe 1 qui a mis plus de temps que les autres, et qui est composé d'élèves ayant justement besoin d'être davantage rassurés. Ajouté au fait que nous étions à un mois des épreuves cantonales, je ne pouvais pas me permettre de les déstabiliser dans leur estime d'eux-mêmes.

C'est pourquoi je n'ai pas perdu de vue l'objectif de réussite des élèves, jonglant entre intérêt de l'exploration et induction due à la contrainte temporelle.

De plus, je me suis rendue compte que certaines pistes avaient dû être mises de côté, ou n'avaient pas pu être prises en compte, pour la même raison.

Il est donc clair que le nombre de séances disponibles n'étaient pas suffisantes pour explorer l'étendue du milieu et voir tout le potentiel du jeu de tâches, mais elles m'ont tout de même permis de faire connaissance avec ce dernier, ainsi que d'en saisir la globalité et le grand intérêt.

5.2. Retour aux questions de départ

Quel est l'intérêt pour les élèves ?

Lorsque j'ai expliqué aux élèves que j'allais travailler en mathématiques avec eux, un grand nombre d'entre eux s'est exclamé : « Oh non ! ».

Pourtant, au fil des séances, ils se sont mis à être de plus en plus insistant, voulant savoir quand serait la prochaine fois où je serais présente. D'une fois à l'autre, ils avaient très envie de continuer les recherches et prenaient comme un défi le fait d'arriver à la solution finale.

J'ai donc rapidement perçu comme intérêt la grande motivation et l'engouement que cela développait chez eux.

De plus, le fait d'être en groupes homogènes a permis à tous les élèves de trouver un espace de parole et de participer au même titre. Par exemple, les élèves du groupe 1 qui, en classe, n'ont même pas le temps de cerner ce qu'il se passe que le groupe 4 a déjà résolu le problème, a eu le loisir de vraiment s'y confronter, et surtout a eu la possibilité d'apporter quelque chose à la recherche, n'étant plus seulement spectateurs, mais acteurs.

J'ai donc particulièrement apprécié le fait que tout le monde ait une place dans ce jeu.

Finalement, cela leur a permis de se confronter à une situation de recherche à laquelle ils ne sont que très peu habitués, n'étant souvent pas utilisée en classe pour des raisons de temps d'enseignement à disposition, et a contribué à développer leur esprit scientifique, ce qui est pour moi un objectif majeur en mathématiques, et dont l'absence démontre un problème de hiérarchisation des objectifs et des démarches dans notre enseignement des mathématiques.

Quel est l'intérêt pour l'enseignant ?

L'intérêt majeur de ce jeu de tâches a été pour moi le fait d'y faire partie intégrante, et donc de jouer avec les élèves au lieu de les observer de l'extérieur.

De ce fait, j'ai beaucoup plus appris sur le milieu et sur les connaissances des élèves que lors de n'importe quelle situation.

De plus, je trouve que le rôle d'enseignant est bien plus valorisant dans le cadre du jeu de tâches, donnant un sentiment d'utilité plus poussé à ses interventions.

Finalement, même si le fait d'explorer et d'expérimenter représente une charge temporelle, je pense que le jeu de tâches permet en contrepartie un allègement du temps de réaction de l'enseignant, qui peut tout de suite comprendre ce que font les élèves et où se situe leur problème afin de pouvoir y faire face, contrairement à une situation d'enseignement plus ordinaire où l'enseignant perd du temps avec chaque question pour se mettre dans le contexte de la situation et de la démarche de ces derniers.

Vu que le jeu de tâches a été développé dans le cadre de l'enseignement spécialisé, est-il réalisable avec des élèves issus de l'ordinaire ?

Même si l'on a pu voir dans ce mémoire que le jeu de tâches a eu un intérêt majeur pour le groupe 1, composé des élèves ayant le plus de difficultés, je pense qu'il a été porteur d'apprentissage et de connaissances nouvelles pour tous les élèves, et mérite donc de trouver sa place dans le cadre de l'enseignement ordinaire.

Quelles en sont les limites ?

Je n'ai moi-même été confrontée à aucune limite de la part du jeu de tâches, de sa préparation à son analyse, en passant par sa passation.

En revanche, en me projetant dans mon futur métier d'enseignante, je me suis rendue compte que la difficulté majeure serait de faire face à la contrainte organisationnelle. En effet, les effectifs de classes sont plus importants que dans l'enseignement spécialisé, et je ne pense pas qu'il soit imaginable d'effectuer un jeu de tâches avec une vingtaine d'élèves à la fois.

Dans le cadre de mon expérimentation, l'enseignante s'occupait des autres groupes pendant que je menais mes entretiens. Or, dans le cas où l'on aborde le jeu de tâches avec sa propre classe, il est nécessaire de trouver au préalable une solution pour s'organiser.

5.3. Projections futures

Mon objectif personnel serait, dans ma future pratique d'enseignante, de trouver comment faire face à cette contrainte organisationnelle.

Il y a deux raisons à ce souhait :

Premièrement, j'ai trouvé un intérêt suffisamment important dans le petit bout de jeu de tâches que j'ai effectué pour avoir envie de continuer à l'expérimenter en classe. Et donc, il me faut pour cela trouver une solution à ce problème.

Deuxièmement, d'un point de vue plus ouvert aux autres, je pense que le jeu de tâches mérite de gagner sa place dans les classes, mais que cette contrainte peut décourager bon nombre d'enseignants. De ce fait, si l'on trouve une réponse à cette difficulté, l'entrée du jeu de tâches dans les écoles sera facilitée.

J'espère donc pouvoir être en mesure de répondre à ce problème, ou tout du moins à pouvoir participer à sa réponse.

6. Bibliographie

Ouvrages et articles :

- Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. *Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La pensée sauvage.
- Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. Seconde publication (1996) In J. Brun (Ed.), *Didactique des mathématiques. Textes de base en pédagogie* (pp. 273-338). Lausanne Delachaux et Niestlé.
- Enzensberger, H. M. (1998). *Le démon des math*. Seuil / Métailié.
- Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N*, 82, 9-30, IREM de Grenoble.

Mémoire et thèse :

- Auckenthaler, Y. (2004). *Jouer la surprise, oui mais comment ? Analyses de jeux de tâches géométriques et de leurs moments de surprise*. Mémoire de Licence en Sciences de l'Education.
- Del Notaro, C. (2010). *Chiffres mode d'emploi. Exploration du milieu mathématique et expérience à l'école primaire autour de quelques critères de divisibilité*. Thèse de doctorat en Sciences de l'Education, spécialité : didactique des mathématiques.

Autres :

- Chastellain, M. (2002). *Mathématiques Sixième année Méthodologie – Commentaires*. COROME.
- Chastellain, M. & Jaquet, F. (2001). *Mathématiques Cinquième année Méthodologie – Commentaires*. COROME.
- Chastellain, M. & Jaquet, F. (2001). *Mathématiques Cinquième année Livre de l'élève*. COROME.
- Gagnebin, A., Guignard, N. & Jaquet, F. (1998). *Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. COROME.
- Mathématiques. In *Les objectifs d'apprentissage de l'école primaire genevoise* (août 2000).
- *Plan d'étude romand de mathématiques. Degrés 1 – 6* (1997). COROME.
- *Planification de l'enseignement. Mathématiques. Cycle moyen I – II* (septembre 2006). Service de l'enseignement. Secteur des mathématiques.

7. Annexes

7.1. Notes de terrain

Les notes de terrain sont, comme leur nom l'indique, les éléments que j'ai pris en note lors des entretiens avec les élèves. Elles ne sont en aucun cas une retranscription exacte d'enregistrements audio.

<p style="text-align: center;"><u>1^{ère} séance</u></p> <p style="text-align: center;">Mardi 2 mars</p> <p style="text-align: center;">M1 : Groupe 1 M2 : Groupe 2 M3 : Groupe 3 M4 : Groupe 4</p>	<p style="text-align: center;"><u>2^{ème} séance</u></p> <p style="text-align: center;">Mardi 9 mars</p> <p style="text-align: center;">M1 : Groupe 1 M2 : Groupe 2 M3 : Groupe 3 M4 : Groupe 4</p>
<p style="text-align: center;"><u>3^{ème} séance</u></p> <p style="text-align: center;">Mardi 16 mars</p> <p style="text-align: center;">M1 : Groupe 1 M2 : Groupe 2 M3 : Groupe 3 M4 : Groupe 4</p>	<p style="text-align: center;"><u>4^{ème} séance</u></p> <p style="text-align: center;">Lundi 15 mars</p> <p style="text-align: center;">A1 : Groupe 1 A2 : Groupe 2</p> <p style="text-align: center;">Mardi 16 mars</p> <p style="text-align: center;">M1 : Groupe 3 M2 : Groupe 4</p>
<p style="text-align: center;"><u>5^{ème} séance</u></p> <p style="text-align: center;">Mardi 16 mars</p> <p style="text-align: center;">M3 : Groupes 1 et 2 M4 : Groupes 3 et 4</p>	<p style="text-align: center;"><u>6^{ème} séance</u></p> <p style="text-align: center;">Mardi 23 mars</p> <p style="text-align: center;">M3/M4 : Collectif</p>

1^{ère} séance


Groupe 1 : Ad, Bi, Na, Da, Ti

	Lecture de la consigne par les élèves. Silence.
Krystal	Est-ce que quelqu'un a une idée de comment il faut faire ?
Tous	Non.
Krystal	Est-ce que vous avez réussi à vous faire un petit film de ce qu'il se passe ? Vous avez compris la consigne ?
Tous	Oui.
	Moment de réflexion.
Da	Il faut faire une division.
Krystal	Pourquoi ?
Da	Parce qu'il y a 4 personnes qui écrivent à 4 autres, c'est des divisions. Après, il faut compter les semaines.
Bi	Mais c'est pas les mêmes qui reçoivent la carte.
Krystal	Non. Est-ce que vous pensez qu'on peut utiliser la division ?
Na	A mon avis, c'est pas une division.
Krystal	Pourquoi ?
Na	Je ne sais pas... quand on lit, on voit qu'il faut faire une addition ou...
Da	Une soustraction.
Na	Ouais.
Krystal	Une addition ou une soustraction, vous êtes d'accord ?
Bi	Moi je ne sais pas.
Da	Plutôt une addition.
Krystal	Pourquoi ?
Da	Parce que c'est écrit « au maximum ».
Bi	Je peux essayer quelque chose ?
Krystal	Bien sûr !
Da	Il faut faire un multiple !
Krystal	Une multiplication ?
Da	Heu non... 20 jours, ça fait combien de semaines ?
Krystal	Pas tout à fait 3 semaines.
Da (aux autres)	4×8 , ça fait 24 ?
Na	Ouais, 24.
Bi	Regarde ce que j'ai fait (me montre sa feuille). T'es d'accord ?
Krystal	Je ne dis pas si je suis d'accord ou pas, on va voir avec les autres !
Bi	Na m'a dit quelque chose qui m'a un peu bloquée : elle m'a dit que c'est 17 et pas 16, parce qu'il y a celui qui envoie la carte... il en a une aussi ?
Krystal	Il les envoie, il ne l'a pas reçue...
Bi (à Na)	Ah tu vois !
Na	Oui mais il peut aussi en recevoir une !
Da	4×9 , ça fait 33 ?
Krystal	Non.
Da	36 !
Krystal	Oui.
Bi	Moi j'ai fini ! (elle me montre sa feuille).
Krystal	Chaque semaine, il y a 4 cartes qui vont être écrites ?

Da	Oui, c'est ce qui est écrit.
Krystal	<i>C'est ce qui est écrit ?</i>
Ad	Non, il y en a plus !
Krystal	<i>Pourquoi ?</i>
Ad	Je sais pas, j'ai dit ça comme ça...
Da	En fait, il faut faire $\times 4$.
Krystal	<i>$\times 4$?</i>
Da	Ouais.
Krystal	<i>Ben essaie.</i>
Da	C'est ce que je suis en train de faire.
Ad	Ah, j'ai trouvé !
	<i>Un moment après...</i>
Ad	En fait, je ne sais pas...
Krystal	<i>Les filles, vous avez fait la même chose ?</i>
Bi	Non, Ti elle a pas mis les semaines, je comprends pas ce qu'elle a fait.
Krystal	<i>Bi, tu nous explique ce que tu as fait ?</i>
Bi	J'ai fait $+ 4, + 4, + 4, \dots$
Krystal	<i>Na, tu as fait la même chose ?</i>
Na	Ouais.
Krystal	<i>Ti, comment tu as fait ?</i>
Ti	$0 + 4 = 4, + 4 \text{ cartes} = 8, \text{ toujours } + 4.$
Na	Tu peux faire $4 \times 10 = 40.$
Da	Laisse-la, elle peut faire autrement !
Krystal	<i>Ad, qu'est-ce que tu as trouvé ?</i>
Ad	J'ai pas trouvé.
Krystal	<i>Et puis Da ?</i>
Da	Je sais pas, je me suis perdu dans mes calculs.
Krystal	<i>Par quoi tu as fini ?</i>
Da	Par 28.
Krystal	<i>Pourquoi 28 ?</i>
Da	Parce que $\times 4.$
Bi	Moi 28, je l'ai à la 7 ^{ème} semaine.
Krystal	<i>Et toi Da ?</i>
Da	Je sais pas, je me suis perdu à la fin.
Krystal	<i>(Montrant la feuille de Da) Da a fait $+ 4$ là et $\times 4$ là, qu'est-ce que vous pensez qui est le plus judicieux ?</i>
Bi	$+ 4.$ <i>Hochements de tête affirmatifs de la part des autres.</i> <i>Clôture de la séance.</i>

Groupe 2 : Ca, An, Mi, Hu, Va

	Lecture de la consigne par les élèves. Silence.
Krystal	Tout le monde a eu le temps de lire la consigne ?
Mi	Oui.
Krystal	Vous avez compris ? Vous avez réussi à vous faire un petit film de ce qu'il se passe dans votre tête ?
Mi	Oui.
Va	« lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite. », c'est une question ?
Krystal	Non, c'est encore l'explication de la situation.
Hu	Moi j'ai trouvé pour la 4.
Krystal	Qu'est-ce que tu as trouvé ?
Hu	16. Je peux écrire ?
Krystal	Oui. Pourquoi 16 ?
Hu	Parce que + 4, toujours + 4.
Krystal	Tu peux écrire aussi le calcul ?
Hu	4×4 .
Krystal	Vous êtes tous d'accord ?
Tous	Oui.
Krystal	Et pour la 10 ^{ème} ?
Ca	Ben 40.
Mi + An + Va	Ouais.
Hu	Moi je dirais 96.
Krystal	Pourquoi 96 ?
Hu	Parce qu'on a 16... il reste 6 semaines $\times 4$.
Ca	Mais non, c'est + 4 !
Krystal	+ 4 ou $\times 4$?
Ca	+ 4.
Hu	Mais non $\times 4$!
Va	Non c'est + 4 chaque semaine.
Krystal	Chaque semaine, il y a 4 cartes d'envoyées ?
Va	Oui.
Hu	Moi je dis 64.
Mi	Moi 56.
Krystal	Alors, 40, 56, 64 ou 96 ?
Mi	40 ou 56.
Hu	40 ou 96.
	Moment de réflexion.
Krystal	Alors, qu'est-ce que vous avez mis ?
An	40
Ca	40
Va	40
Mi	40 ou 56... (Il commence une explication, mais Hu le coupe, et il est d'accord avec 40).
Krystal	Tout le monde est d'accord avec 40 ?
Tous	Oui.
Krystal	Donc c'est que c'est juste ?

Va	En principe oui.
Krystal	Chaque semaine, il y a 4 cartes d'envoyées ?
Tous	Oui.
Krystal	Comment vous le savez ?
Va	C'est écrit dans l'énoncé.
Krystal	C'est ce qui est écrit ?
Tous	Oui.
Krystal	Donc si vous êtes tous d'accord, vous pouvez me le prouver ?
Tous	Oui.
Hu	Ben $4 \times 10 = 40$.
Krystal	Pourquoi ?
Hu	Parce qu'ils en envoient 4 par semaine.
Krystal	Et ça, vous pouvez me le prouver ?
Va	Ben c'est la consigne qui le prouve.
Krystal	C'est ce qu'elle dit ?
Va	Oui.
Krystal	Ok. Alors vous pouvez me le dessiner ?
Va	Ben il y a 4 cartes : (dessine : ).
Krystal	Et ?
Va	Ils envoient à 4 autres.
Krystal	Les 4 ensemble ?
Va	Ah ben non, ça fait beaucoup plus... 96 c'est possible... même plus !
Krystal	Ben alors, si vous n'êtes plus d'accord avec 40, je vous laisse reprendre vos calculs...
Va	Ça fait 4'194'304. $4 \times 4 = 16$ $16 \times 4 = 64$ $64 \times 4 = \text{etc.}$ Il y a 10 personnes, chaque fois elles augmentent. Il doit y avoir pas mal de participants.
Krystal	T'as trouvé combien Mi ?
Mi	1'048'576.
Va	T'as fait seulement 9 !
Mi	Non, regarde (montre sur sa calculatrice qu'il a fait : $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$). C'est peut-être toi qui a fait 11 !
Krystal	Et toi Hugo ? Tu as fait 26×16 ? Ça fait combien ?
Hu	Non, en fait, c'est 24×16 .
Krystal	Et ça fait combien ?
Hu	Je sais pas !
Mi	(fait sur sa calculatrice) 384. C'est faux !
Va	C'est pas assez !
Hu	Je m'en fiche ! C'est ma réponse.
Krystal	Et toi Ca ?
Ca	262'144.
Krystal	Et tu as fait comment ?
Ca	$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \dots$ mais peut-être que je me suis trompée dans le calcul.

	<p>An n'a rien fait depuis que les autres élèves ont éliminé le 40. Il hausse les épaules. Clôture de la séance.</p>
--	--

Groupe 3 : Ri, Ni, Dc, Li, St

	Lecture de la consigne par les élèves.
Li	Je sais !
Dc	Ouais, faut faire 4×4 .
Li	$4 \times 4 = 16$.
Ni	Et l'autre, c'est 10×4 .
Li	Après $4 \times 10 = 40$.
Krystel	Vous avez déjà tous fini ?
Dc	Ouais, en fait c'est simple !
Ri	Ouais mais non...
Li	Mais non ! Parce que chaque personne envoie à 4, donc $4 \times 4 = 16$...
Dc	Ben c'est ce qu'on disait !
Li	Non mais après, $16 \times 4 = \dots$
Dc	Ah ouais, en fait c'est... ah non... si, comment ça s'appelle déjà ?
Krystel	Quoi ?
Dc	Quand on a un chiffre, 5 par exemple, et un autre petit en haut ?
Krystel	Les puissances.
Dc	Oui, c'est ça, les puissances !
	Chacun part dans ses calculs.
Ri	En fait, c'est même pas des « fois » !
Krystel	Ah bon ? c'est quoi ?
Ri	C'est des « plus ». J'ai trouvé $16 \cdot 384$, c'est trop, c'est des « plus »...
Krystel	Du coup, c'est des « plus » ou c'est des « fois » ?
Dc	C'est des « fois », mais on fait des « plus » pour aller plus vite.
Krystel	Et vous faites comment pour faire des « plus » à la place des « fois » ?
Dc	Ben par exemple, 4×8 à la place de $4 + 4 + 4 + \dots$
Krystel	Ah, donc vous faites des « fois » à la place des « plus » ?
Dc	(réfléchit) ouais.
	Les élèves ne semblent plus être aussi sûrs...
Li	La première réponse, c'est 20. Parce que $4 \times 4 = 16$, $+ 4 = 20$.
Dc	Mais non, tu envoies à 4 personnes, qui envoient à 4 personnes...
Li	Je peux faire un dessin ?
Krystel	Bien sûr !
Dc	Je crois avoir compris : toi tu envoies à 4 personnes, la 1 ^{ère} envoie à 4 personnes, la 2 ^{ème} à 4 personnes, la 3 ^{ème} à 4 personnes et la 4 ^{ème} aussi.
Li	(me montre son dessin) Ça fait $4 + 16 = 20$.
Krystel	Et ça c'est la 4 ^{ème} semaine ?
Li	Ah non, c'est la 2 ^{ème} !
	...
	Alors ça fait 80 !
Krystel	C'est quoi la 1 ^{ère} question qu'on vous pose ?
	Les élèves me relisent la question.
Krystel	On vous demande combien de personnes en tout ont reçu une carte au moment de la 4 ^{ème} semaine, ou combien en reçoivent juste la 4 ^{ème} semaine ?
Dc	Ah ouais, c'est compliqué...
Krystel	Qu'est-ce que vous en pensez ?
Ri	Je pense juste la 4 ^{ème} .
Li	Oui, ils disent LA 4 ^{ème} semaine.

Li	Les élèves continuent leurs calculs...
Li	Mais je comprends pas, la 1 ^{ère} semaine il y a 4 personnes, qui envoient à 4 personnes la 2 ^{ème} semaine, ça fait 16. Chacun envoie à 4 personnes, ça fait 80.
Krystel	La 10 ^{ème} semaine, il y a 327'680 personnes qui ont reçu la lettre.
Ni	Qu'est-ce que vous avez pour la 4 ^{ème} semaine ?
	12'500.
	$20 \times 5 = 100$
	$100 \times 5 = 500$
	$500 \times 5 = 2'500$
	$2'500 \times 5 = 12'500$
Li	Je ne comprends pas pourquoi tu fais 5 ?
Krystel	Pourquoi ?
Ni	Parce qu'il écrit à 4 copains, plus lui, ça fait 5 !
Krystel	Parce qu'il s'écrit à lui-même ?
Ri	Ah non !
Ni	Ah, j'avais pas compris, mais maintenant oui.
St	4'161'536.
Krystel	T'as fait comment ?
St	$4 \times 4 = 16$
	$16 \times 4 = 64$
	$64 \times 4 = 256$
	$256 \times 4 = 1016$
	Jusqu'à la 10 ^{ème} semaine. Ça fait 4'161'536.
Krystel	Donc pour la 4 ^{ème} semaine, ça fait combien ?
St	256.
Li	Pour la 10 ^{ème} , 4'194'308.
Krystel	Pourquoi ?
Li	Parce qu'il faut que tu fasses :
	$4 \times 4 = 16$
	$16 \times 4 = 64$
	$64 \times 4 = 256$
	$256 \times 4 = 1024$
	Jusqu'à la 10 ^{ème} semaine et après on fait + 4.
Krystel	Pourquoi + 4 ?
Li	Parce qu'il y a ceux de la 1 ^{ère} semaine.
Krystel	Tu te souviens, on a dit que la question ne concernait que la 10 ^{ème} semaine, pas les autres ?
Krystel	Et vous, les garçons, vous avez trouvé quoi ?
Ri	$4 \times 4 = 16$
	$16 \times 4 = 64$
	$64 \times 4 = 256$
	$256 \times 4 = 1024$
	$1024 \times 4 = 4096$
	$4096 \times 4 = 16'384$
Krystel	Et ça, c'est la combienième semaine ?
Ri	La 10 ^{ème} .
Ni	Pour la 4 ^{ème} , j'ai mis 1280. Et pour la 10 ^{ème} , j'ai mis 5'242'880.
Krystel	Pourquoi ?
Ni	$4 \times 4 = 16$

Krystal Ni	16 x 4 = 80 16 x 4, ça ne fait pas 80 ! Quoi ? Oh non... <i>Clôture de la séance.</i>
---------------	---

Groupe 4 : Lé, Ds, Ju, La, Co

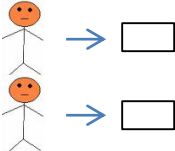
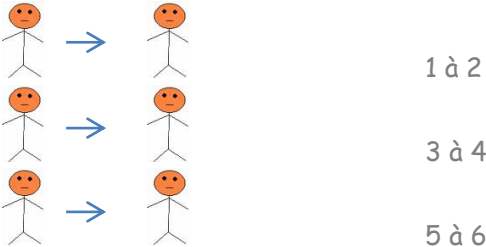
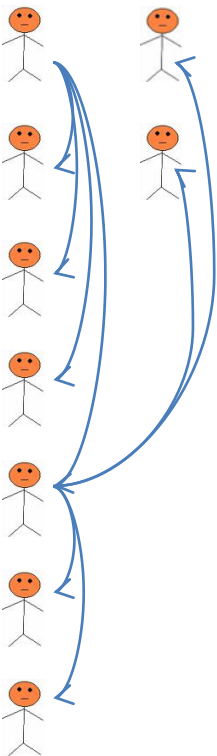
	Lecture de la consigne par les élèves
Ju	Ouh la ! (à Lé) T'as compris ?
Lé	Ouais.
Co	J'ai compris. Par exemple, nous 4, on écrit à 4 de nos copains...
Ju	Non, j'écris à vous 4...
Co	et on écrit à 4 de nos copains, qui vont écrire à 4 de leurs copains, etc.
Lé	Ils écrivent 4 cartes chaque semaine ou chaque jour ?
Co	Chaque semaine, c'est écrit.
La	On est obligé de tout écrire ?
Ju	Oui.
La	Pourquoi tu fais pas 17×4 ?
Ju	Parce qu'il faut faire toujours $\times 4$.
	...
	On doit compter les 4 premiers ?
Krystel	C'est quoi la 1 ^{ère} question qu'on vous pose ?
	Les élèves me relisent la question.
Krystel	On vous demande combien de personnes en tout ont reçu une carte au moment de la 4 ^{ème} semaine, ou combien en reçoivent juste la 4 ^{ème} semaine ?
Co	Juste la 4 ^{ème} .
Krystel	Donc est-ce que vous comptez les 4 premiers ?
Ju	Non. Donc c'est simple, ça fait 4.
Lé	Nous on a trouvé 256.
Ju	Comment t'as fait, j'ai trouvé 4 ?
Lé	Ben la 1 ^{ère} semaine, il y a 4 personnes. Les 4 envoient à 4 personnes, $4 \times 4 = 16$. $16 \times 4 = 64$ $64 \times 4 = 256$
Ju	Ah ouais, ça fait 256. Les élèves se lancent dans les calculs pour la 10 ^{ème} semaine.
Ds	Ouh la, moi je suis à 1 millions quelque chose !
Ju	Moi je suis à 1'040'384.
	(à Ds) On compare pour voir si on a fait la même chose ?
Ju	Ouh la, j'ai pas trouvé tout-à-fait la même chose... Ah oui, j'avais mis $256 \times 4 = 1016$... je dois tout refaire ! Comment on enlève tout ? Sur la calculatrice ? Ds lui montre comment faire.
Ju	Ben maintenant on refait.
La	J'ai trouvé 1'048'577.
Ds	Moi aussi.
Ju	Juste, pour 4096×4 , vous avez trouvé 16'384 ?
Ds	Oui. Les élèves finissent leurs calculs.
Ds	On doit faire des phrases ?
Krystel	Non, vous pouvez juste écrire le nombre.
Co	Juste le chiffre ?
Krystel	C'est un chiffre ou un nombre ?

Ds	Un grand nombre !
Co	Ah zut !
Ju	Si on a fini, on fait quoi ?
Krystel	Vous avez trouvé quoi pour la 4 ^{ème} semaine ?
Tous	256.
Krystel	Et pour la 10 ^{ème} ?
Tous	1'048'576.
Krystel	Et si je vous demandais de trouver la réponse de la 10 ^{ème} semaine en un seul calcul ?
	Les élèves se lancent tous dans des essais. J'entends à plusieurs reprises : « Mais on n'est pas sensé le connaître, ce nombre ! On ne peut pas l'utiliser ! »...
Lé	4^{10}
Les autres	Ah ouais ! Les élèves prennent tous leur calculatrice.
Ju	Comment on fait les puissances ?
Lé	C'est le chapeau.
Julie	Ah voilà !
Krystel	Et ça fait combien ?
Tous	1'048'576.
Ds	Donc on a juste ! Clôture de la séance.

2^{ème} séance

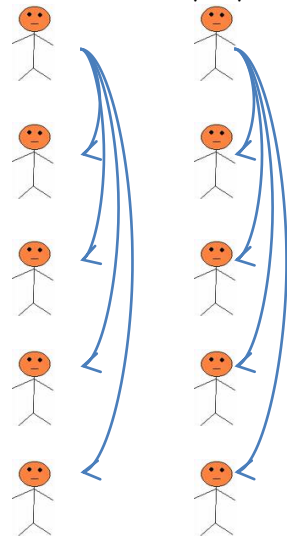
Groupe 1 : Ad, Bi, Na, Da, Ti

Krystal	Relecture de la consigne par les élèves.
Bi + Na + Ad + Ti	Vous vous souvenez de ce que vous avez fait la dernière fois ?
Da	Oui.
Krystal	Non.
Bi	Tu nous dis ce que tu avais fait Bi ?
Krystal	La 1 ^{ère} semaine, il y a 4 lettres. La 2 ^{ème} , 8. Etc, toujours + 4.
Da	Vous avez tous fait la même chose ?
Krystal	Non, moi j'ai fait x 4. Et après + 4.
Bi	Ok. Aujourd'hui, on va faire une activité un petit peu différente. Vous n'allez pas faire de calculs, mais me représenter ce qu'il se passe, la situation, à l'aide d'un dessin, d'un schéma ou d'un arbre.
Bi	Oh non !
Bi	Chacun reçoit une feuille A3.
Bi	Les élèves comment à écrire.
Krystal	On peut faire comme Da et Ad (ne dessiner que les cartes) ou il faut faire aussi les bonshommes ?
Ti	Tu peux faire juste les lettres.
Krystal	A quoi ça sert de faire les bonshommes ?
Bi	Tu n'es pas obligée d'en faire, tu peux faire juste les lettres si tu veux...
Bi	Oh non, je vais devoir faire 40 lettres !
Bi	...
Krystal	Je suis obligée de dessiner toutes les lettres, ou je peux en faire une et écrire « x ... » dedans ?
Bi	Tu peux faire comme tu veux, mais le but, c'est que vous représentiez la situation, qui envoie à qui... pas que vous fassiez la liste des résultats que vous avez trouvés la dernière fois...
Da	Hein ? Qui envoie à qui ?
Bi	Ouais, avec des flèches !
Bi	Ah !
Bi	Les élèves avancent leurs dessins...
Da	(Tout bas) 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; ...
Na	Vous allez faire 40 lettres ?
Ti	Ben oui !
Da	Oui.
Da	Ben, si ça vous amuse...
Da	...
Ti	J'en suis à 28 lettres.
Na	Moi 40.
Ad	Moi 8.
Ad	...
Da	T'en a fait combien de bonshommes ?
Na	Je sais pas, j'ai pas envie de compter...
Da	Ouais mais toi c'est dur, tu les as fait tous petits !
Na	Tu veux que je te dise combien il y en a ?
Da	Ben de toute façon, ça doit être la même chose que le résultat...
Na	35 !
Na	...

<p>Bi Na Da Ad Bi Krystel Bi</p>	<p>J'ai 42 cartes ! J'ai 20 cartes ! Pourquoi j'ai plus de bonshommes que de lettres ? Pourquoi tu comptes les bonshommes et pas les lettres, c'est plus facile ! J'ai fini ! <i>Je ne vois pas qui envoie à qui...</i> Ben lui il envoie celle-là, lui celle-là, etc...</p> 
<p>Krystel Bi</p>	<p><i>Oui, mais je vois quelle lettre il envoie, pas à qui il l'envoie...</i> Oh non ! Ben lui, il envoie à lui ; lui il envoie à lui ; lui il envoie à lui ; etc.</p> 
<p>Krystel Bi</p>	<p><i>Chacun envoie une lettre, c'est ce que dit la consigne ?</i> Oui... heu non (regarde la feuille)... à 4 ! Alors lui envoie à lui, lui, lui et lui. Lui envoie à lui, lui, lui et lui...</p> 
<p>Krystel Bi</p>	<p><i>Et lui (le 2^{ème}), il envoie à qui ?</i> Oh non, je dois tout recommencer !</p>

Ti

Moi je sais comment faire !
Lui envoie à lui, lui, lui et lui.
Lui envoie à lui, lui, lui et lui.



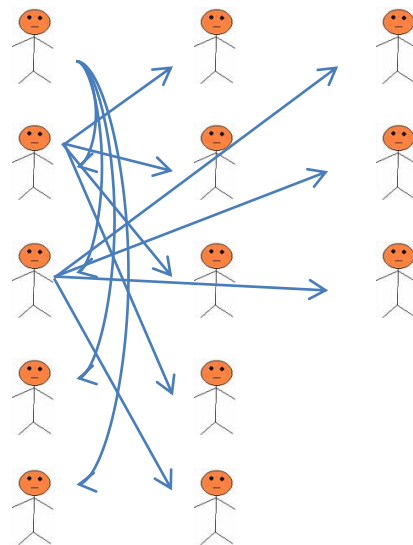
1 à 2 ; 3 ; 4 et 5

6 à 7 ; 8 ; 9 et 10

Krystel

Ti

Et lui (le 2^{ème}) ?
Ah oui, alors lui il envoie à lui, lui, lui et lui.
Lui à lui, lui, lui et lui.
Lui à lui, lui, lui et lui.



1 à 2 ; 3 ; 4 et 5

2 à 6 ; 7 ; 8 et 9

3 à 10 ; 11 ; 12 et 13

Krystel


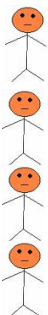
Da

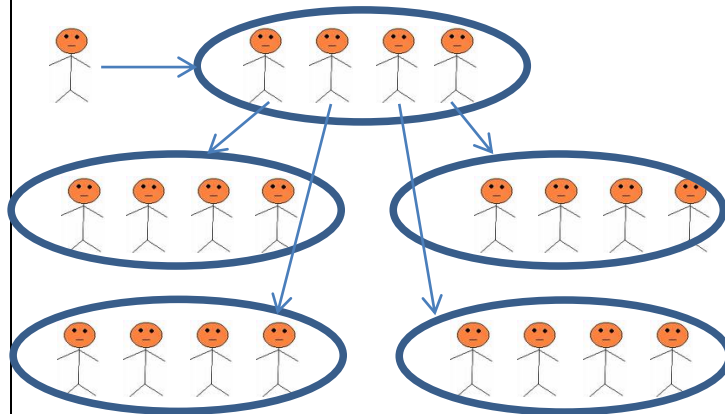
Ad

Krystel

Ok.
Moi j'ai fini !
Moi aussi !
Alors vous m'expliquez ?

Groupe 2 : Ca, An, Mi, Hu, Va

Va	<p>Relecture de la consigne par les élèves. Mais on va devoir tout refaire ? Je me souviens plus de combien j'ai trouvé !</p>
Krystel	<p>Non, aujourd'hui, on va faire quelque chose d'un peu différent. Va, tu avais trouvé passé 4'000'000. Mi, tu avais passé 1'000'000.</p>
Mi	<p>Non !</p>
Krystel	<p>Si, 1'048'000 et quelques.</p>
Mi	<p>Ah oui !</p>
Krystel	<p>Ca, tu avais 262'000 et quelques.</p>
	<p>Hu, ...</p>
Hu	<p>324.</p>
Krystel	<p>Oui. Et An, tu en étais resté à 40.</p>
	<p>Comme vous aviez des résultats très différents, on va essayer quelque chose d'autre : vous allez représenter la situation, ce qu'il se passe, soit avec un dessin, soit un schéma, ou un arbre...</p>
	<p>A part Va, personne ne dessine...</p>
Hu	<p>Tu fais quoi ?</p>
Va	<p>Des ronds et des traits.</p>
Mi	<p>Il faut faire un arbre chronologique.</p>
	<p>Les élèves commencent tous à dessiner.</p>
	
Va	<p>Dessine :</p>
	
	<p>Oui mais c'est pas possible là, il faut dessiner 64 !</p>
	<p>Je peux faire des points ? Ouais mais c'est trop, j'ai la flemme ! Là, il faut</p>
	<p>faire 64 ! Regarde : 4 ; 16 ; 64 ; 256 ; ...</p>
Krystel	<p>Et tu as fait 16 ?</p>
Va	<p>Heu...</p>
Krystel	<p>Je vois 4 ; 64, mais pas 16...</p>
Va	<p>Oh... (recommence).</p>
	<p>Voilà, j'ai fini !</p>
Hu	<p>Moi j'arrive pas !</p>
Krystel	<p>Qu'est-ce qu'il y a au début ?</p>
Hu	<p>1 personne.</p>
Krystel	<p>Ben dessine-la ! Et après ?</p>
Hu	<p>Il envoie une lettre à 4 copains !</p>
Krystel	<p>Alors dessine-les !</p>
	<p>Il dessine également toute la 2^{ème} semaine.</p>
	<p>S'en suit un débat avec Ca et Hu, qui pensent avoir dessiné 5 semaines :</p>



(Pour eux, 1 ensemble de 4 = 1 semaine)

Krystal

Je décide de formuler la consigne comme ils l'ont dessinée :

Donc, la consigne vous dit : La 2^{ème} semaine, 1 copain envoie une carte à 4 copains ; la 3^{ème} semaine, le 2^{ème} copain envoie une carte à 4 copains ; la 4^{ème} semaine, le 3^{ème} copain envoie une carte à 4 copains et la 5^{ème}, le dernier copain envoie une carte à 4 copains ?

Hu

Oui.

Ca

Heu...non...

Krystal

Qui envoie une lettre la 2^{ème} semaine ? Lui ?

Ca

Non, les 4 ! Ah !

Krystal

Alors qui reçoit une carte la 2^{ème} semaine ?

Ca

Eux, eux, eux et eux... (les 4 groupes de 4)

Krystal

Donc tout ça c'est... ?

Ca

La 2^{ème} semaine !

Hu

Mais je comprends rien !

Je refais avec lui ce que j'ai fait avec Ca. Il semble comprendre et reprend son dessin pour que chaque groupe de 4 envoie à 16 copains la semaine suivante.

Va

J'ai fini, je fais quoi ?

Mi

Ouais moi aussi.

Krystal

Alors, est-ce que le dessin vous a aidé à trouver quelle opération vous devez effectuer, ou à confirmer ce que vous aviez fait ?

Va

Oui.

Ca

Oui.

Krystal

Alors vous pouvez écrire le calcul au bas de la feuille !

Va

Écrit : $4 \times 4 = 16 \times 4 = 64 \times 4 = 256$

Krystal

Alors ça, en mathématiques, tu ne peux pas le faire ! C'est une fausse égalité ! Ça sous-entend que 4×4 est égal à 16×4 , qui est égal à 64×4 , etc.

Va

Ah non, c'est pas ça...

Écrit : $4 \times 4 = 16$

$16 \times 4 = 64$

$64 \times 4 = 256$

Etc

An

Écrit : $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

Mi

Comment on écrit quand ça se répète à l'infini ? $\times 4 \times 4 \times 4 \times 4$?

Hu

Des puissances.

Mi	Non.
Hu	Mais bien sûr, c'est des puissances !
Mi	Ouais, mais c'est pas ce que je veux dire... quand ça se répète à l'infini, Carol elle nous avait dit...
Krystal	Le petit trait — ?
Mi	Ouais c'est ça !
Va	Périodique.
Mi	Ecrit : $4 \times \underline{4}$
Krystal	Le petit trait va au-dessus. Et c'est le « x 4 » que tu répètes, pas juste le 4 !
Mi	Ecrit : $4 \times \overline{4}$
Ca	Ecrit 4×4
Krystal	Mais est-ce que vous êtes d'accord avec Hu ? C'est des puissances ?
Va + Mi + An	Oui.
Va	C'est 10^4 !
Krystal	10^4 ?
Va	Heu non... 4^{10} !
	Les élèves font le calcul sur la calculatrice.
	Hu a écrit 16^2 . Mais il ne sait pas expliquer pourquoi...
	Clôture de la séance.

Groupe 3 : Ri, Ni, Dc, Li, St

	<p>Relecture de la consigne par les élèves.</p> <p>La dernière fois, vous aviez commencé à faire des arbres, mais vous n'aviez pas eu le temps de terminer, et la feuille était un peu petite. Je vous en ai donc amené des plus grandes, et j'aimerais que vous me représentiez la situation, ce qu'il se passe dans les deux premières phrases (« Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite. »), avec un arbre.</p>
Krystel	
Ri + St	Comment ça un arbre ?
Krystel	Vous n'en aviez pas fait la semaine dernière ?
St	Non, pas nous...
Dc	Ben un arbre en math, pas un vrai arbre ! Y en a 1, qui envoie à 4 : tu fais des traits ; qui envoient à 4, etc.
Ri	Ah !
Li	On peut pas faire avec des calculs ? Moi je savais comment faire avec des calculs...
Krystel	Oui mais avec les calculs, vous aviez des résultats différents. Alors on va faire l'arbre, et après on verra si ça vous aide pour les calculs.
Li	On peut aller chercher des stabilo ?
Krystel	Oui.
	Les élèves vont chercher leurs surligneurs.
	Ils se mettent à dessiner.
Li	J'ai trouvé pour la 4 ^{ème} semaine !
Krystel	Et c'est laquelle ?
Li	La rose, 64.
Krystel	Ok. On va attendre que les autres aient terminé, ils arrivent à la fin...
	...
Krystel	Voilà. Maintenant que tout le monde a terminé, dites-moi combien vous avez trouvé pour la 2 ^{ème} semaine ?
Li	1
Ri + Ni + Dc + St	4
Li	Hein ? Ah c'est comme ça !
Krystel	On vous dit que la 1 ^{ère} semaine, j'envoie une lettre à 4 copains. Le 1 ^{er} n'en reçoit pas ! Et la 2 ^{ème} semaine ?
Tous	16
Krystel	La 3 ^{ème} ?
Tous	64
Krystel	Du coup, ça vous donne une indication sur l'opération qu'il faut faire ?
Li	Oui, il faut faire « x 4 ».
Ri + Ni + Dc + St	Oui.
Krystel	Ça donne quoi pour la 4 ^{ème} semaine ?
	Les élèves prennent leur calculatrice.
Tous	256
Krystel	Alors je vous laisse chercher pour la 10 ^{ème} ...
	...
Tous	1'048'576
Krystel	Ok. Et si je vous demande de trouver la réponse en un seul calcul ?

	Les élèves réfléchissent...
Li	40×4 .
St	4^{40}
Krystal	4^{40} ?
Dc	Ouais, c'est les puissances !
St	Ouh, non, ça marche pas !
	...
St	4^{10}
	Les élèves prennent leur calculatrice.
Tous	Ouais, c'est ça !
	Clôture de la séance.

Il a été proposé de faire : « $4^{17} \times 16$ ». Je leur ai alors demandé si le même nombre de personnes recevait une carte chaque semaine, et ils m'ont répondu que non.

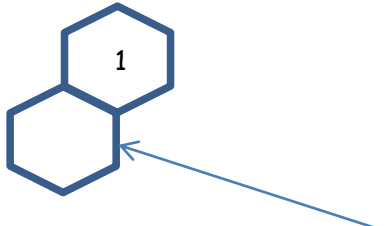
Ils ont alors décidé d'additionner les résultats qu'ils avaient trouvés pour chaque semaine, de la 1^{ère} à la 17^{ème}. Je leur ai montré comment faire sur leur calculatrice « $4^1 + 4^2 + 4^3 + \dots$ ».

Ils se sont rendu compte que, malgré l'addition de toutes les semaines, 16 semaines n'étaient pas suffisantes pour que les 6 milliards d'habitants reçoivent une carte et nous sommes retombés sur notre résultat de 17 semaines.

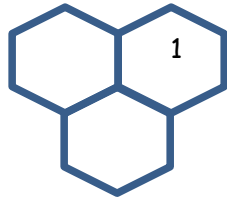
Clôture de la séance.

3^{ème} séance

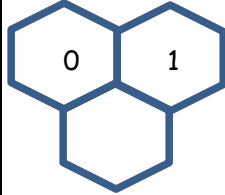
Groupe 1 : Ad, Bi, Na, Da, Ti

	<p>Relecture des feuilles d'exercice personnelles de la séance 1.</p>
Na	Est-ce qu'on peut essayer avec d'autres calculs ?
Krystal	Comme par exemple... ?
Na	Ben j'ai essayé les additions, les soustractions... les multiplications je pense pas que ça marche... on peut essayer les puissances... il y a une prof qui m'a dit que ça allait plus vite pour calculer...
Krystal	C'est quoi une puissance ?
Na	Je donne un exemple ?
Krystal	Oui !
Na	Ben par exemple : 5^2 , ça fait « 5×5 » !
Krystal	Vous, vous avez fait « $+ 4$ ». On peut faire des puissances avec des « plus » ?
Na	Faudrait essayer...
Da	Non, on peut pas !
Ad + Bi + Ti	Non...
Krystal	Qu'est-ce qu'il faudrait faire pour pouvoir utiliser les puissances ?
Da	Des « fois ».
Krystal	Quelqu'un a essayé avec des « fois » ?
Da	Moi, mais ça marchait pas...
	...
Da	64×4 , ça fait 256 ?
Krystal	Oui.
Da	Non, ça fait trop !
Krystal	Pour la 4 ^{ème} semaine ?
Da	Oui.
Krystal	En faisant « $+ 4$ », vous avez trouvé 16 pour la 4 ^{ème} semaine. En faisant « $\times 4$ », Da a trouvé 256. C'est trop ?
Ad + Ti + Bi	Oui.
Na	Fait des calculs à l'aide de sa calculatrice...
Krystal	Maintenant, on va faire quelque chose d'un peu différent... Je leur distribue des feuilles alvéolées.
Krystal	On va construire ensemble ce qu'on appelle un triangle de Pascal. Pour commencer, prenez la feuille comme ça (horizontalement). Maintenant, on va mettre un « 1 » tout en haut au milieu.
	
Krystal	Pour trouver ce qu'il y a dans cette case, on va additionner les deux qui sont en dessus.
Tous	Hein ?
Krystal	Qu'est-ce qu'il y a dans les cases au-dessus ?
Ti	Y a le 1.
Krystal	Ok.

Krystal
Tous
Krystal
Na
Krystal

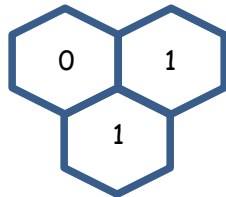


Et dans l'autre case ?
Ben y a rien !
« Rien », si on veut mettre un nombre, c'est quoi ?
0.
Ok.



Krystal
Tous
Krystal

0 + 1, ça fait combien ?
1.
Alors on met « 1 » dans la case.



Da
Krystal
Da
Krystal
Tous
Krystal

Je connais, après on peut colorier les multiples !
Comment ça ?
Non rien...
Les élèves construisent leur triangle...

Vous avez tout terminé ?
Oui.

Alors je vais vous présenter ce triangle : comme je vous le disais, on l'appelle le triangle de Pascal. Il est très vieux, il a plus de 2000 ans. Si on s'y intéresse, c'est parce qu'en cherchant dedans, on peut trouver plein de choses ! Et on n'a jamais terminé de chercher et de trouver. Les mathématiciens continuent de faire des recherches sur ce triangle. Du coup, on va faire comme eux et on va voir ce qu'on peut trouver dedans !

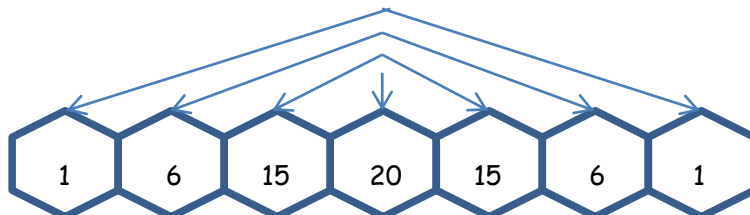
Da
Krystal

C'est trop dur, on va pas y arriver !
Mais si, je suis sûre que vous allez trouver plein de choses ! Observez le triangle et dites-moi si vous remarquez quelque chose.

Les élèves commencent à chercher...

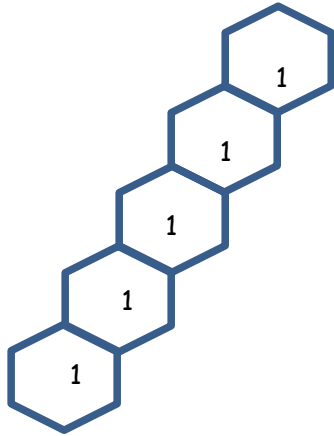
Ti

Moi j'ai trouvé quelque chose ! Là, il y a « 1 ; 1 », « 6 ; 6 », « 15 ; 15 » et « 20 »



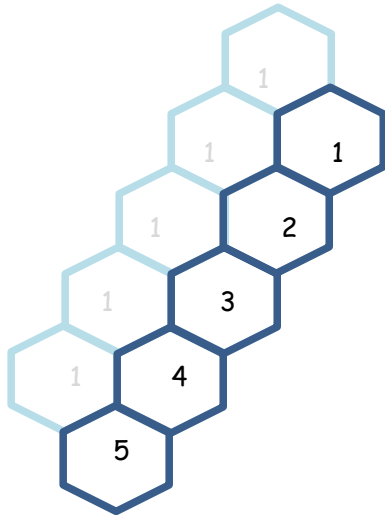
Da

Moi aussi j'ai trouvé quelque chose ! Là y a « 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; ... », c'est toujours « 1 » !



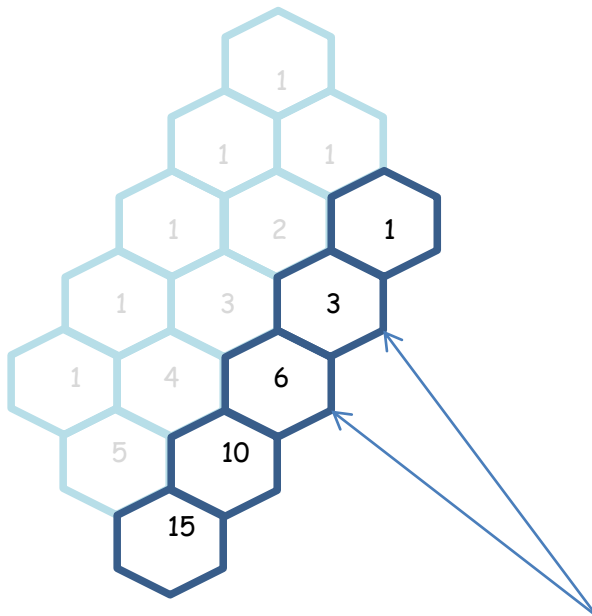
Da

Et là c'est « 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ... »



Da

Et là il y a les multiples de 3 !



Krystal

C'est pas les multiples de 3. On a l'impression au début, mais après on

Da
Krystal
Ti

Ad + Bi + Na + Da
Krystal

Ti

devrait avoir 9, et on a 10.

Ah ouais...

Mais regardez quand même cette diagonale, si vous voyez quelque chose...

Je sais !

$$1 + 2 = 3$$

$$3 + 3 = 6$$

$$6 + 4 = 10$$

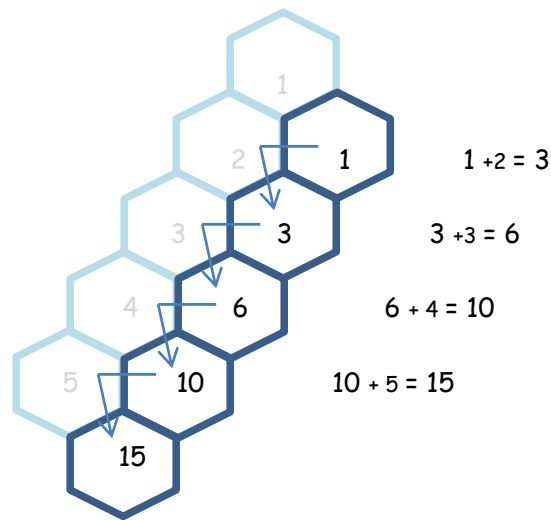
$$10 + 5 = 15$$

$$15 + 6 = 21$$

Voilà ! Et pourquoi ça fait ça ?

Les élèves réfléchissent...

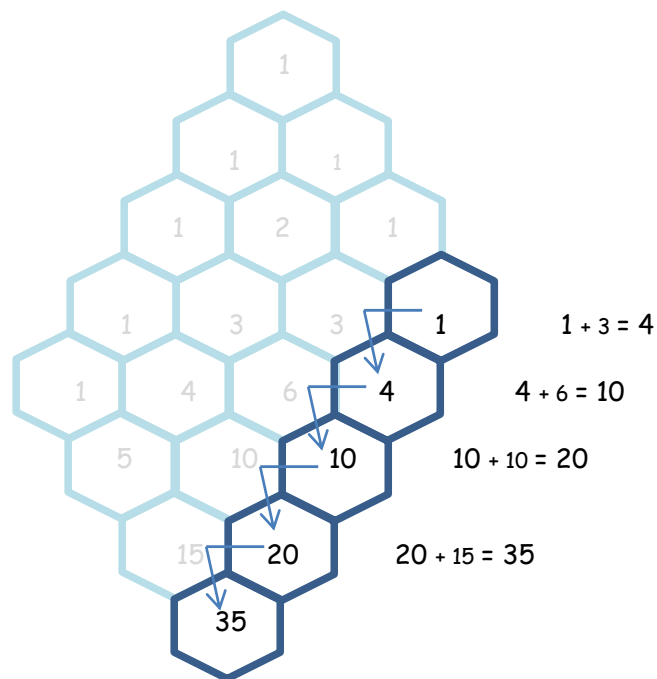
Je sais ! Parce que :



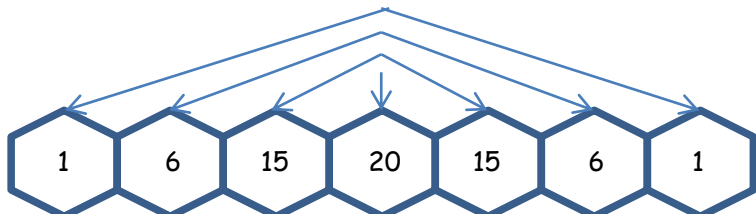


Krystal
Bi

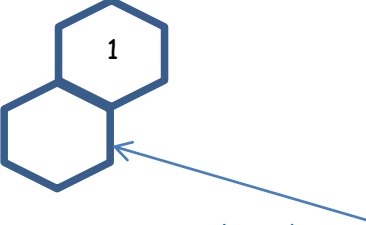
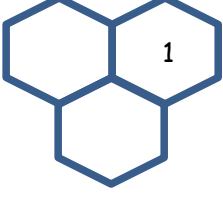
Très bien ! Vous voyez autre chose ?

Oui !

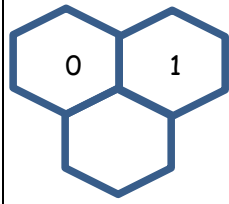


Bi	En fait, c'est comme ça dans tout le triangle, toujours : 
Krystel	Super ! Maintenant qu'on a vu les diagonales, est-ce qu'on peut le regarder autrement, ce triangle ?
Da	On peut regarder comme ça : 
Krystel	Les lignes ! Oui. Alors, Ti avait remarqué qu'on trouvait les mêmes nombres de chaque côté de la ligne : 
Krystel	Est-ce qu'on peut faire autre chose ?
Da	Calculer !
Krystel	Qu'est-ce que tu veux dire par « calculer » ?
Da	Additionner !
Krystel	Ok ! Ben on essaie ! Les élèves se lancent dans leurs additions...
Ti	Ah ouais, j'ai compris ! $4 + 4 = 8$ $8 + 8 = 16$ $16 + 16 = 32$
Da	J'ai rien compris !
Bi	Mais si regarde : $1 + 1 = 2$ $2 + 2 = 4$ $4 + 4 = 8$ $8 + 8 = 16$
Da	Ah ouais !
Krystel	Comment on peut dire, si on veut pas dire « plus » ?
Da	« Fois » !
Ad	C'est les livrets de 2 !
Krystel	Non, les livrets de 2, c'est « 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; ... », on fait toujours « + 2 » ! Là, on fait « x 2 » !
Da	C'est les puissances de 2 !
Krystel	Ouais ! Clôture de la séance.

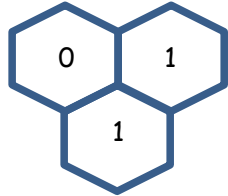
Groupe 2 : Ca, An, Mi, Va

<p>Krystel Ca Krystel Va Krystel</p>	<p>Réactivation du contenu : Alors, vous vous souvenez ce qu'on avait fait la semaine passée ? On avait fait un arbre jusqu'à la 3^{ème} semaine. Et est-ce que ça vous avait aidé ? Moi ça m'a confirmé que j'avais fait juste. Alors soit à confirmer, soit à trouver une nouvelle réponse. Qu'est-ce que vous aviez trouvé ?</p>
<p>Va</p>	<p>La 4^{ème} semaine, c'est 256 : $1 \times 4 = 4$ $4 \times 4 = 16$ $16 \times 4 = 64$ $64 \times 4 = 256$</p>
<p>Krystel An Krystel Va Krystel</p>	<p>Toujours « x 4 » ! On pouvait l'écrire autrement ? Les puissances ! Ok. Pourquoi on devait faire « x 4 » ? Parce qu'1 envoie à 4. Ok. Maintenant, je vais vous proposer quelque chose de nouveau, mais qui a un lien avec l'exercice qu'on vient de faire. Je leur distribue des feuilles alvéolées.</p>
<p>Krystel</p>	<p>On va construire ensemble ce qu'on appelle un triangle de Pascal. Pour commencer, prenez la feuille comme ça (horizontalement). Maintenant, on va mettre un « 1 » tout en haut au milieu.</p> 
<p>Krystel Va Krystel Tous Krystel</p>	<p>Pour trouver ce qu'il y a dans cette case, on va additionner les deux qui sont en dessus. Comment ça ? Qu'est-ce qu'il y a dans les cases au-dessus ? 1. Ok.</p>
<p>Krystel Tous Krystel</p>	
<p>Krystel Tous Krystel</p>	<p>Et dans l'autre case ? 0. Ok.</p>

Krystel
Tous



0 + 1, ça fait...
1 (Ecrivent dans la case).

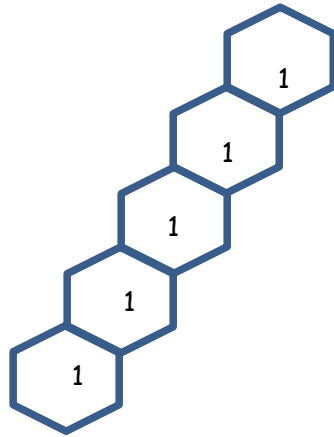


Krystel
Tous

Ok, vous avez compris ?
Oui.

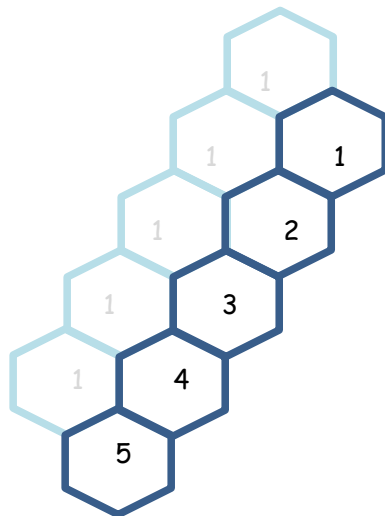
Ca

Les élèves commencent à construire leur triangle...
Là, ce sera des « 1 » jusqu'en bas !



Krystel
Mi

Oui ! Vous pouvez déjà les mettre !
Et là, c'est « 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ... »



Krystel

C'est juste !

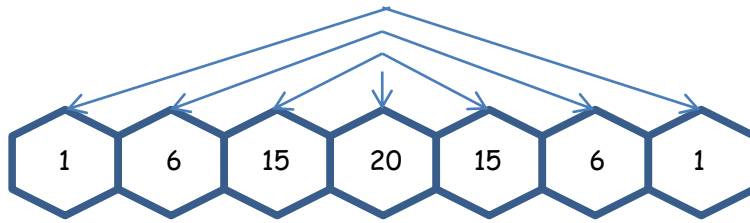
Va

Les élèves continuent leur construction du triangle...

J'ai trouvé un truc !

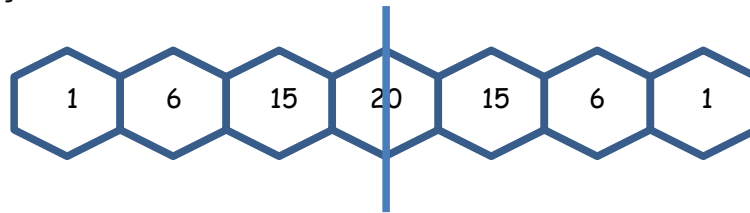
« 1 ; 1 », « 5 ; 5 », « 10 ; 10 ».

« 1 ; 1 », « 6 ; 6 », « 15 ; 15 » et « 20 ».



Va

Ça fait un miroir !


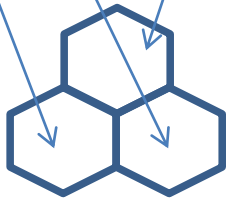
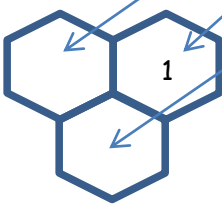
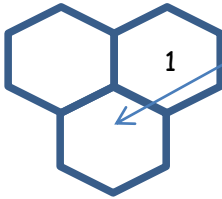


Krystel

Ok. Super ! Maintenant, je vais juste vous présenter ce triangle avant que la séance ne se termine : comme je vous le disais, on l'appelle le triangle de Pascal. Il est très vieux, il a plus de 2000 ans. Si on s'y intéresse, c'est parce qu'en cherchant dedans, on peut trouver plein de choses ! Et on n'a jamais terminé de chercher et de trouver. Les mathématiciens continuent de faire des recherches sur ce triangle. Vous avez vu : rien qu'en le construisant, vous avez déjà trouvé trois trucs ! Du coup, la prochaine fois, on va continuer à chercher et on va voir ce qu'on peut trouver de nouveau dedans !

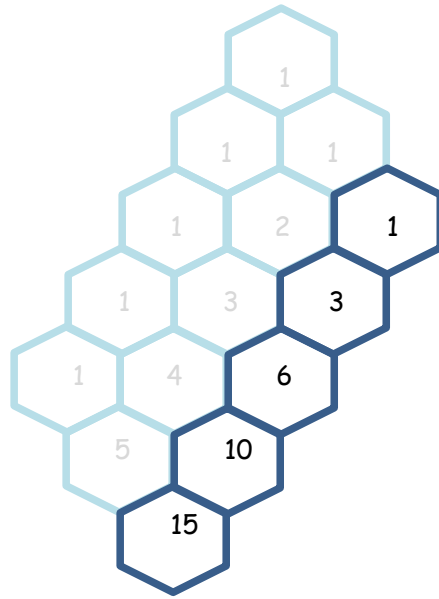
Clôture de la séance

Groupe 3 : Ni, Dc, Li, St

<p>Krystel Li Krystel</p>	<p>Rappel des conclusions de la semaine précédente : Alors, vous vous souvenez ce qu'on avait trouvé la semaine passée ? 4^4 pour la 4^{ème} semaine et 4^{10} pour la 10^{ème}. Ok. Maintenant, je vais vous proposer quelque chose de nouveau, mais qui a un lien avec l'exercice qu'on vient de faire. Je leur distribue des feuilles alvéolées. On va construire ensemble ce qu'on appelle un triangle de Pascal. Pour commencer, prenez la feuille comme ça (horizontalement). Maintenant, on va mettre un « 1 » tout en haut au milieu.</p> 
<p>Li</p>	<p>Je connais ! C'est comme les pyramides ! Ça plus ça égal ça !</p> 
<p>Krystel</p>	<p>C'est presque ça ! Mais là on fait ça plus ça égal ça.</p> 
<p>Tous Krystel</p>	<p>Hein ? Qu'est-ce qu'il y a au-dessus de cette case ?</p> 
<p>Ni Krystel Li Krystel Li Krystel</p>	<p>Le 1. Et ? Rien... Alors, « rien + 1 », ça fait combien ? Ben 1 ! Ok. Alors on met « 1 » dans la case du dessous.</p>

Ni

Là, j'ai trouvé quelque chose !



C'est :

$$1 + 2 = 3$$

$$3 + 3 = 6$$

$$6 + 4 = 10$$

$$10 + 5 = 15$$

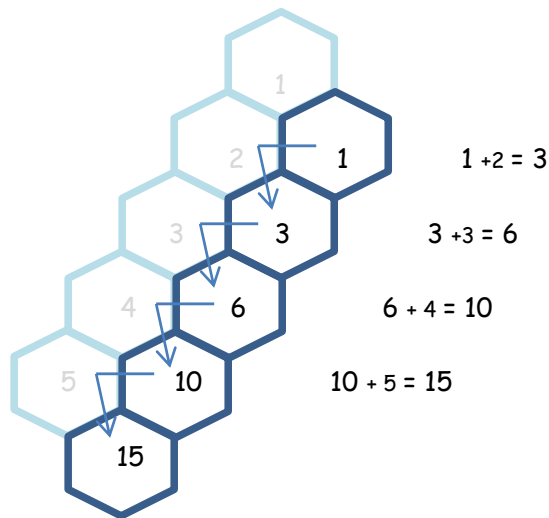
Krystal

Et vous avez une idée de pourquoi ça fait ça ?

Les élèves réfléchissent...

Ni

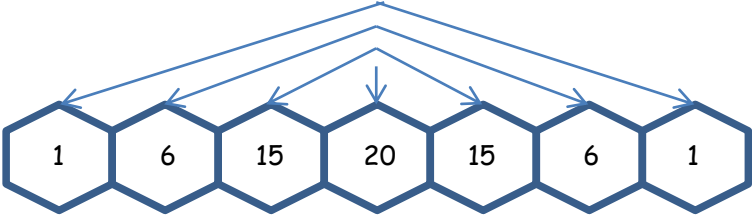
Je sais ! Parce que :



Krystal

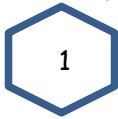
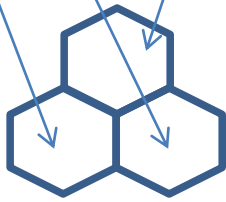
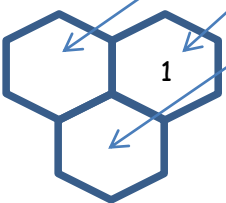
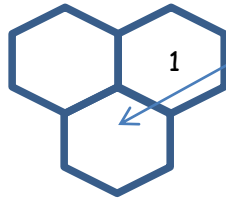
Très bien ! Je vous laisse continuer...

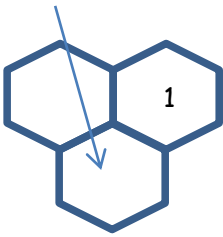
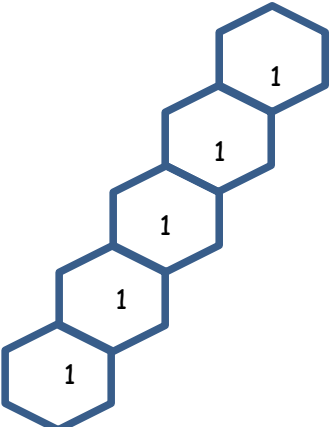
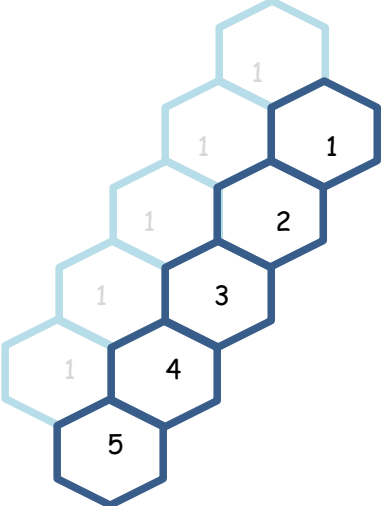
...

Li	<p>Eh, regardez ! C'est les mêmes nombres des deux côtés, comme un miroir : « 1 ; 1 », « 5 ; 5 », « 10 ; 10 ». « 1 ; 1 », « 6 ; 6 », « 15 ; 15 » et « 20 ».</p> 
Krystel	<p>Ok. Super ! Maintenant, je vais vous présenter ce triangle : comme je vous le disais, on l'appelle le triangle de Pascal. Il est très vieux, il a plus de 2000 ans. Si on s'y intéresse, c'est parce qu'en cherchant dedans, on peut trouver plein de choses ! Et on n'a jamais terminé de chercher et de trouver. Les mathématiciens continuent de faire des recherches sur ce triangle. Vous avez vu : rien qu'en le construisant, vous avez déjà trouvé quatre trucs ! Du coup, on va essayer de continuer à chercher, et on va voir ce qu'on peut trouver de nouveau dedans !</p>
St	<p>C'est quoi le rapport avec l'exercice ?</p>
Krystel	<p>Il y a un lien, on va voir si vous le trouvez !</p>
Dc	<p>Je sais ! C'est la même chose ! 1 donne à 4... ah non...</p>
St	<p>1 donne à 2.</p>
Dc	<p>Ah oui ! Donc à la ligne d'après, il donne à 4 !</p>
Krystel	<p>Voilà ! Il donne à 4 toutes les 2 lignes. Maintenant, ce qui serait intéressant, c'est de retrouver nos nombres : 4 ; 16 ; 64 ; 256 ; etc.</p>
Krystel	<p>...</p>
Tous	<p>Vous les avez trouvés ?</p>
Krystel	<p>Non.</p>
Dc	<p>Sur votre arbre, comment vous aviez trouvé ces nombres ?</p>
Krystel	<p>En comptant.</p>
Li	<p>En comptant quoi ?</p>
Krystel	<p>En comptant pour chaque semaine.</p>
Tous	<p>Voilà ! Pour chaque semaine, vous comptiez un niveau de l'arbre, ou une ligne si vous préférez ! Et si on essayait de faire la même chose sur notre triangle, de compter combien il y a sur chaque ligne en additionnant ?</p>
Krystel	<p>Ok.</p>
Dc	<p>Les élèves font leurs calculs...</p>
Li	<p>Alors, qu'est-ce que vous avez trouvé ?</p>
Krystel	<p>Les puissances de 4 !</p>
Dc	<p>Non, c'est les puissances de 2 !</p>
Li	<p>Et les puissances de 4, elles sont où ?</p>
Krystel	<p>Là :</p>
Dc	<p>2 4 ← 8 16 ← 32 64 ←</p>

Krystal	Ok. Toutes les deux lignes. C'est ce que Dc avait dit : 1 donne à 4 toutes les deux lignes ! Clôture de la séance.
---------	---

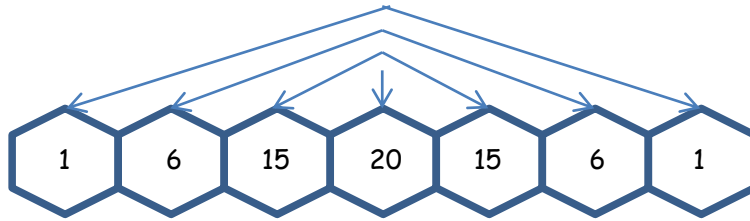
Groupe 4 : Lé, Ds, Ju, La, Co

<p>Krystel Tous Krystel Tous Krystel</p>	<p>Aujourd'hui, on va jouer les explorateurs... Ouais ! Avec le triangle de Pascal... Hein ? Je leur distribue des feuilles alvéolées. Pour commencer, prenez la feuille comme ça (horizontalement). Maintenant, on va mettre un « 1 » tout en haut au milieu.</p> 
<p>Ds Lé</p>	<p>On a déjà fait ! C'est les pyramides ! Ça plus ça égal ça !</p> 
<p>Krystel</p>	<p>C'est presque ça ! Mais là on fait ça plus ça égal ça.</p> 
<p>Tous Krystel</p>	<p>Hein ? Qu'est-ce qu'il y a au-dessus de cette case ?</p> 
<p>Tous Krystel Lé Krystel</p>	<p>Le 1. Et ? Rien, c'est comme 0 ? Oui.</p>

Ds	<p>Alors là on met 1 ?</p> 
Krystel	<p>Oui, c'est ça !</p>
La	<p>Les élèves commencent à construire leur triangle...</p>
	<p>Là, on peut déjà mettre des « 1 » jusqu'en bas !</p> 
Krystel	<p>Ouais.</p>
Co	<p>Et là, c'est « 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ... »</p> 
Krystel	<p>Bien.</p>
La	<p>...</p>
Ju	<p>En fait, y a besoin que de calculer la moitié du triangle... Comment ça ?</p>

La

Ben oui, après, c'est la même chose ! Regardez :
« 1 ; 1 », « 5 ; 5 », « 10 ; 10 ».
« 1 ; 1 », « 6 ; 6 », « 15 ; 15 » et « 20 ».



Krystel

Et voilà ! Avec tout ça, vous allez plus vite !

Ju

Après, on va faire quoi avec ça ?

Krystel

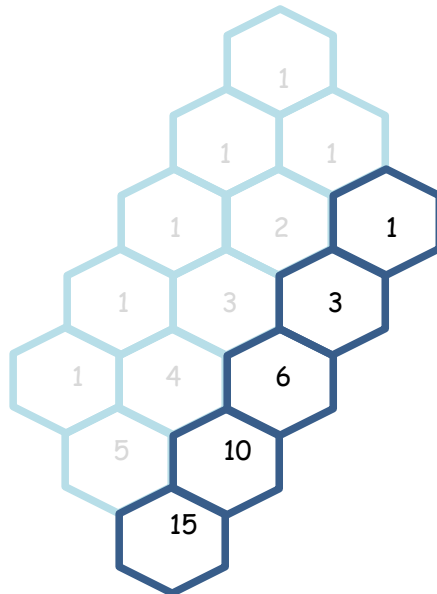
Je vais vous expliquer.

Je vais d'abord vous présenter ce triangle : comme je vous le disais, on l'appelle le triangle de Pascal. Il est très vieux, il a plus de 2000 ans. Si on s'y intéresse, c'est parce qu'en cherchant dedans, on peut trouver plein de choses ! Et on n'a jamais terminé de chercher et de trouver. Les mathématiciens continuent de faire des recherches sur ce triangle. Rien qu'en le construisant, vous avez déjà trouvé trois trucs ! Du coup, on va essayer de continuer à chercher, et on va voir ce qu'on peut trouver de nouveau dedans !

Les élèves commencent à chercher...

Ju

J'ai trouvé quelque chose !



Co

Hein ? Et c'est quoi ?

Ju

C'est :

$$1 + 2 = 3$$

$$3 + 3 = 6$$

$$6 + 4 = 10$$

$$10 + 5 = 15$$

Co

Ah ouais !

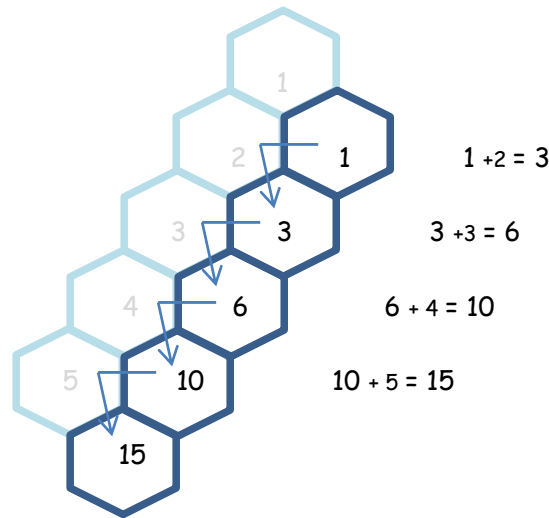
Krystel

Et vous avez une idée de pourquoi ça fait ça ?

Les élèves réfléchissent...

Ju

Ah ouais ! Parce que :



Krystal

Très bien ! Je vous laisse continuer...

Ju

Mais y a rien d'autre !

Krystal

Mais si ! Y a plein d'autres choses !

Ds

Mais quoi ?

Krystal

Et ben cherchez !

Ju

C'est impossible !

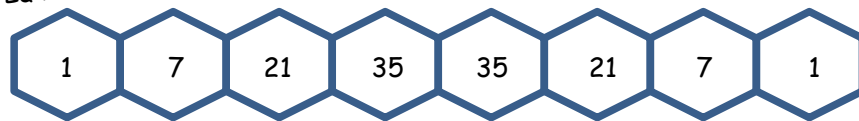
Krystal

Observez le triangle, regardez si quelque chose vous saute aux yeux.

...

Ds

Là :



Ds

Ils se divisent tous par 7...à part les 1 !

Krystal

Donc comment on pourrait les appeler ?

Lé

Les multiples de 7 !

Krystal

Ok. Ben essayons de colorier tous les multiples de 7 !

Les élèves prennent leurs crayons, stylos et surligneurs, et commencent à colorier les multiples de 7...

La

Ça fait un triangle !

Co

Mais pas dans le même sens que l'autre !

Lé

Ça fait trois triangles, en fait.

La

Comment ça trois ?

Lé

Parce qu'après ça continue.

(Leur triangle de Pascal ne permet de voir qu'un seul triangle entier de multiples de 7, et le début de deux autres.)

Co




Ah ouais ! Ça fait aussi des triangles !

Clôture de la séance.

4^{ème} séance

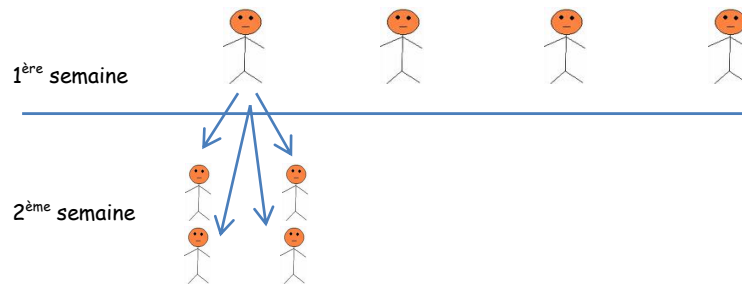
Groupe 1 : Ad, Bi, Na, Da, Ti

Krystal	Reprise de la semaine précédente : Voilà, la semaine dernière, vous aviez trouvé qu'en additionnant les nombres de chaque ligne, vous aviez les puissances de 2. Vous vous souvenez ?
Tous	Oui.
Krystal	C'est quoi les nombres que vous aviez trouvés ?
Tous	1 2 4 8 16 32 64 128 256 Etc.
Krystal	Ok. Et si on reprend l'exercice qu'on a commencé, avec les lettres qui sont envoyées chaque semaine... est-ce que vous retrouvez ces nombres ?
Na	Alors... oui !
Bi	Y a le 4, le 8, le 16 et le 32.
Krystal	Ok. Vous avez trouvés tous les nombres de l'exercice des lettres ?
Na	Heu...non. Y a pas le 12, le 20, le 24, le 28, le 36 et le 40.
Krystal	On les a pas tous. Et avec la solution de Da, qui a fait « x 4 » au lieu de « + 4 » ?
Da	Non...ah si, y a le 4, le 16, le 64... ils y sont tous !
Krystal	Vous avez une idée de pourquoi ils y sont tous ?
	...
Krystal	Comment ça s'appelle ce qu'il a fait Da ?
Ad	C'est les multiples de 4.
Krystal	Non. Les multiples de 4, c'est « 4 ; 8 ; 12 ; 16 ; ... », c'est ce que vous avez fait. « 4 ; 16 ; 64 ; ... », c'est quoi ?
Da	Les puissances de 4 !
Krystal	Ouais ! Et ce que vous avez trouvé sur le triangle de Pascal, c'est... ?
Da	Les puissances de 2 !
Na	Ah ouais, c'est les puissances !
Krystal	Vous pensez qu'on peut utiliser les puissances pour résoudre l'exercice des lettres ?
Tous	Heu... Non...
Krystal	Ok. Alors ce que je vous propose, c'est qu'on construise ensemble un arbre pour voir combien de personnes reçoivent une carte chaque semaine.
Da	Un arbre ?
Krystal	Vous allez voir.

	<p>Je leur distribue une feuille qui se présente comme ceci :</p> <div style="text-align: center;">  </div> <hr/> <p>1^{ère} semaine</p> <hr/> <p>2^{ème} semaine</p> <hr/> <p>3^{ème} semaine</p> <hr/> <p>Alors le bonhomme en haut, c'est la première personne qui envoie des lettres. La 1^{ère} semaine, on nous dit qu'il envoie une lettre à combien de personnes ? À 4. Ok. Alors on les dessine dans la 1^{ère} semaine, en les écartant bien, pas tous collés.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <hr/> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <p>1^{ère} semaine</p>  </div> <hr/> <p>2^{ème} semaine</p> <hr/> <p>3^{ème} semaine</p> <hr/> <p>Très bien. Et pour la 2^{ème} semaine, qu'est-ce qu'on vous dit ? Ils envoient à 4. Tous ensemble ? Non, chacun envoie à 4 copains. Alors on va les dessiner dans la 2^{ème} semaine, et on va faire des flèches pour bien voir qui envoie à qui. Alors le 1^{er}, il envoie à combien de personnes, on a dit ? À 4.</p>
<p>Krystel Tous Krystel</p>	
<p>Krystel Na Krystel Ti Krystel Bi</p>	

Krystel

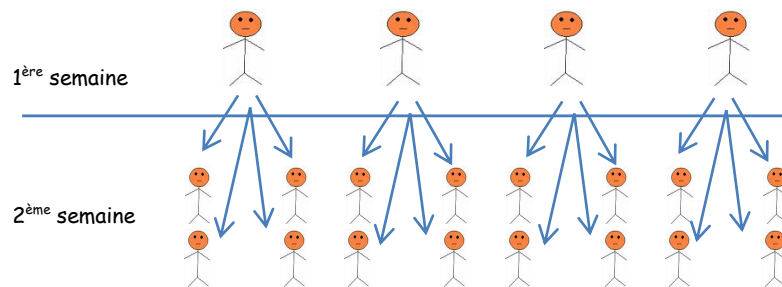
Donc on les dessine en dessous, sans prendre toute la place !



3^{ème} semaine

Krystel

Très bien. Vous pouvez faire la même chose pour les autres bonshommes.



3^{ème} semaine

Krystel

Ça fait combien de personnes qui ont reçu une carte la 2^{ème} semaine ?

Les élèves comptent...

16 !

Tous

Ok ! Et la 3^{ème} semaine, qu'est-ce qu'il se passe ?

Krystel

Chacun envoie une carte à 4 copains.

Na

Alors on les dessine !

Krystel

On doit tous les dessiner ?

Ti

Mais ça fait trop !

Da

On n'aura jamais la place !

Ad

Ben ce qu'on peut faire, c'est écrire un « 4 » pour chaque groupe de 4 bonshommes qui reçoivent une lettre, au lieu de les dessiner !

Krystel

Ok.

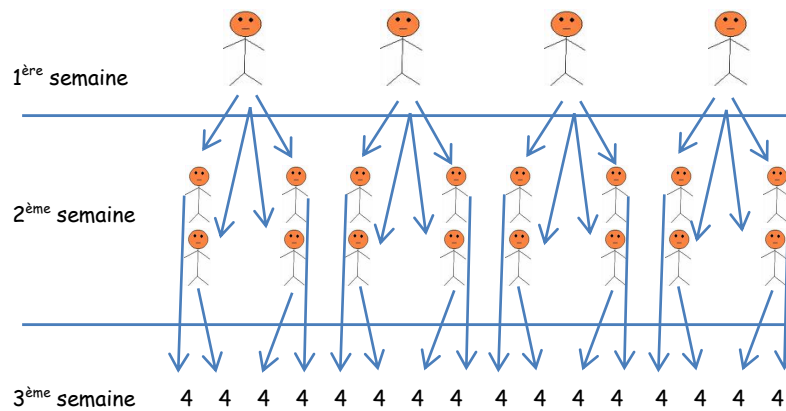
Tous

Comme ça ?

Ti

Krystal

Oui.



Krystal

Alors pour la 3^{ème} semaine, ça fait combien de personnes ?

Les élèves comptent...

Tous

64 !

Krystal

Ok !

Ça donne « 4 ; 16 ; 64 », c'est ce que Da avait trouvé ! Et qu'est-ce que tu faisais comme opération pour passer d'une semaine à l'autre ?

Da

$\times 4$.

Krystal

Ok.

$$4 \times 4 = 16$$

$$16 \times 4 = 64$$

Donc la 4^{ème} semaine, combien de personnes recevront une carte ?

Les élèves prennent leur calculatrice...

Tous

256 !

Krystal

Très bien. Maintenant, il ne nous reste plus qu'à trouver la réponse pour la 10^{ème} semaine...

Bi

Oh... il faut tout calculer ?

Krystal

Y a un moyen plus simple : vous m'aviez dit que c'était quoi « 4 ; 16 ; 64 ; ... » ?

Da

Les puissances de 4.

Alors on fait 4 puissance... combien ?

Krystal

C'est la combienième semaine que vous cherchez ?

Ad

La 10^{ème}.

Krystal

Alors vous faites 4 puissance...

Ad

10 !

Krystal

C'est juste !

Les élèves prennent leur calculatrice...

Ti

Comment on fait les puissances ?

Krystal

C'est le petit chapeau. Vous faites 4 « petit chapeau » 10.

Tous

Ça fait 1'048'576.

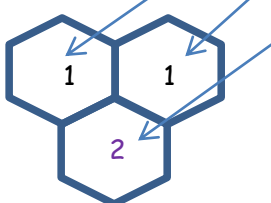
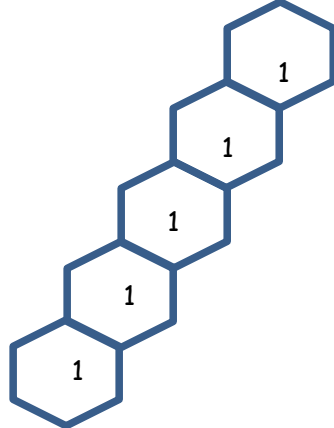
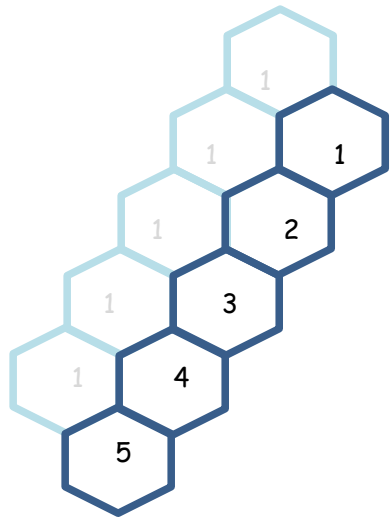
Krystal

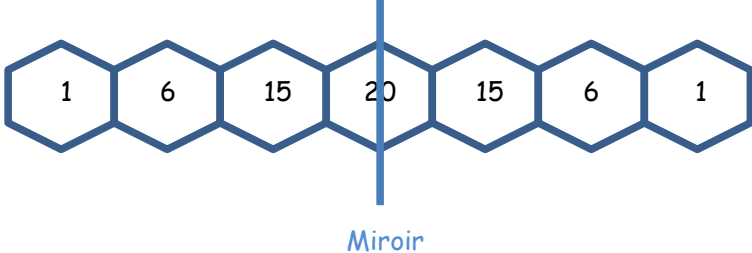
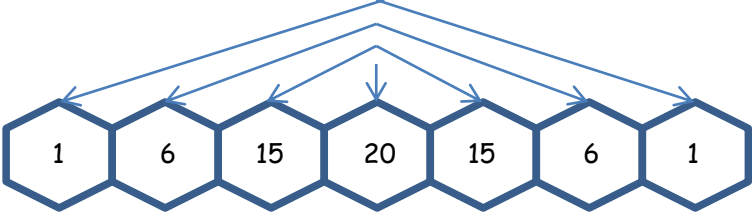
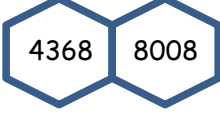
Très bien ! Vous pouvez inscrire la réponse sur votre feuille !

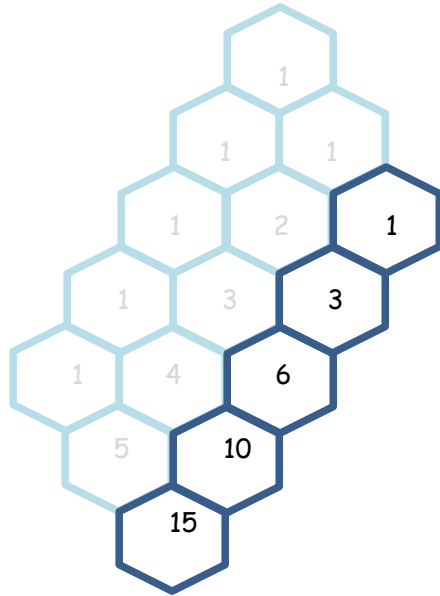
Maintenant, on va pouvoir retourner à notre triangle de Pascal.

Da	Mais on a déjà tout trouvé !
Krystel	Mais non, y a encore plein de choses ! D'ailleurs, Da avait fait une proposition la dernière fois...
Da	Hein ?
Krystel	Tu ne te souviens pas de ce que tu avais dit qu'on pouvait faire ?
Da	Non...
Krystel	Tu avais dit qu'on pouvait colorier les multiples.
Da	C'était pas moi !
Krystel	Si si, c'était toi ! Et je pense que tu as eu une bonne idée ! Il faudrait choisir un multiple, et colorier dans le triangle pour voir si ça donne quelque chose...
	Qu'est-ce qu'on peut prendre comme multiple ?
Ad	Les multiples de 2.
Krystel	Ok. Alors on colorie tous les multiples de 2 que l'on voit dans le triangle.
Bi	C'est déjà lesquels les multiples de 2 ?
Krystel	Tous ceux qui finissent par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
	Les élèves commencent à colorier...
Bi	Ça fait des pyramides à l'envers !
Krystel	C'est vrai !
Bi	J'ai vu sur Ti !
	Les élèves finissent de colorier les multiples de 2 et trouvent tous les pyramides.
	Clôture de la séance.

Groupe 2 : Ca, An, Mi, Hu, Va

<p>Krystel</p> <p>Va</p>	<p>Aujourd'hui, on va continuer nos recherches sur le triangle de Pascal. Vu que vous aviez déjà pas mal colorié le votre la semaine dernière, je vais vous en donner un nouveau. Et puis, vu qu'Hu n'était pas là, on va vite lui expliquer ce qu'est le triangle de Pascal.</p> <p>En fait, on fait ça plus ça égal ça.</p> 
<p>Hu</p> <p>Va</p>	<p>Ok.</p> <p>Et en fait, là c'est toujours des « 1 » !</p> 
<p>Hu</p> <p>Mi</p>	<p>Ah ouais.</p> <p>Et là, c'est « 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ... »</p> 

Ti	<p>Et puis y a aussi que ça fait un miroir :</p> 
Hu Ti	<p>Hein ? Y a les mêmes nombres des deux côtés : « 1 ; 1 », « 5 ; 5 », « 10 ; 10 ». « 1 ; 1 », « 6 ; 6 », « 15 ; 15 » et « 20 ».</p> 
Hu Krystel	<p>Ah ouais ! Maintenant, on va continuer à chercher et voir si on trouve de nouveaux trucs.</p>
Krystel	<p>Les élèves réécrivent ce qu'ils ont trouvé la dernière fois. Vous n'êtes pas obligé d'y renoter, je vous ai donné une nouvelle feuille pour les nouvelles découvertes ! Les élèves finissent tout de même d'inscrire leurs découvertes de la semaine passée, puis commencent la recherche...</p>
Hu	<p>... Là il y a 4368 et 8008 :</p> 
Krystel	<p>Oui... et...</p>
Hu	<p>Ben y a 4368 et à côté 8008 !</p>
Krystel	<p>Oui mais je ne vois pas où tu veux en venir...</p>
Hu	<p>Ben on fait « + 4000 » !</p>
Krystel	<p>Pas exactement !</p>
Hu	<p>Ouais ben environ 4000 !</p>
Krystel	<p>Et est-ce que ça t'apprend quelque chose ? Ou est-ce que tu retrouves ça ailleurs ?</p>
Hu	<p>Heu... non...</p>
Krystel	<p>Alors je vous laisse voir si vous trouvez autre chose !</p>
Va	<p>... J'ai trouvé ! 1 + 2 = 3 3 + 3 = 6 6 + 4 = 10 10 + 5 = 15</p>

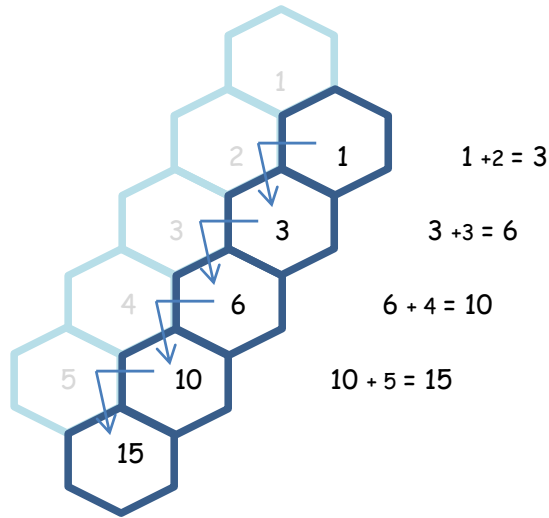


Mi
Krystel

Ah ouais !
Et vous avez une idée de pourquoi ça fait ça ?
Les élèves réfléchissent...

Va

Je sais ! C'est parce que :

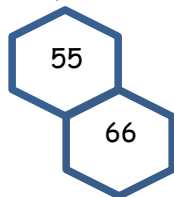


Krystel
Va
Krystel

Très bien ! Je vous laisse continuer...
Mais on peut trouver autre chose que des suites ?
Bien sûr !

Mi

...
Là il y a 55, et là 66 !



Krystel
Mi

Et puis ? C'est quoi le rapport entre les deux ?
Ben cinq cinq et six six...

Krystel	Mouais...
Va	C'est des multiples de 11 !
Krystel	C'est juste ! C'est bien, tu as trouvé des multiples, donc autre chose que des suites !
	Maintenant, on peut essayer de colorier tous les multiples. Vous voulez garder ceux de 11, ou vous préférez essayer avec un plus simple ?
Hu	On peut prendre 10 !
An	Nan 5 !
Tous	Ok.
Krystel	Comment on sait si c'est un multiple de 5 ?
An	Ça finit par 5 !
Krystel	Ou... ?
An	Par 0 !
Krystel	Ok.
	Les élèves commencent à colorier les multiples de 5...
Ca	Ça fait des pyramides !
Mi	Ah ouais !
	Les élèves finissent de colorier les multiples de 5.
Va	On peut essayer avec un autre multiple ?
Krystel	Bien sûr ! Je vais vous donner une nouvelle feuille.
Va	J'ai une idée ! On n'a qu'à tous prendre un multiple différent, comme ça on peut se montrer ce que ça fait !
Krystel	C'est une bonne idée !
Hu + Mi	Nous on prend les multiples de 2.
Ca	Moi je fais ceux de 3.
Va	Moi, maintenant, j'essaie avec 10.
	An continue de colorier les multiples de 5...
Va	En fait, c'est trop facile ceux de 10 ! Je vais essayer 3.
	Les élèves avancent leur coloriage...
Krystel	Vous avez terminé ?
Tous	Oui !
Krystel	Et qu'est-ce que vous avez trouvé pour 2 ?
Mi	Des pyramides.
Va	Ouais, pour 3 aussi.
Ca	Ouais.
	Clôture de la séance.

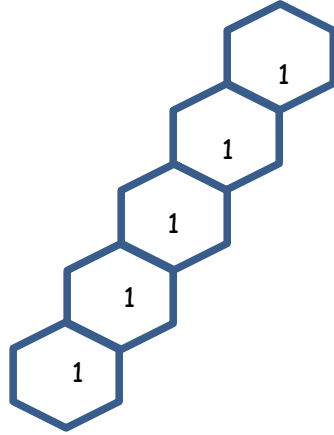
Groupe 3 : Ni, Dc, Li, St

Krystal

Li

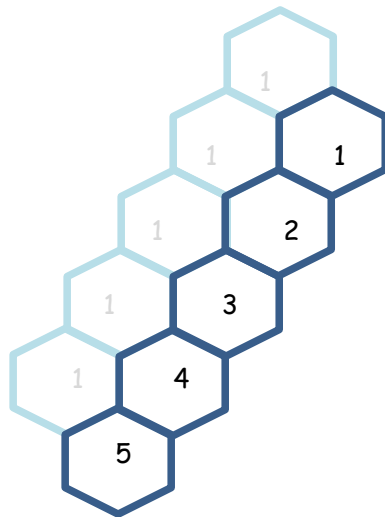
Alors, vous vous souvenez de ce que vous aviez trouvé la dernière fois dans le triangle de Pascal ?

On a trouvé que là c'est que des « 1 » :



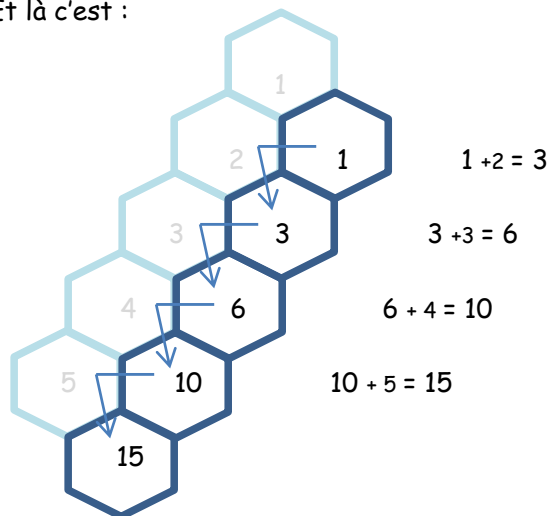
Li

Là, c'est « 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ... » :



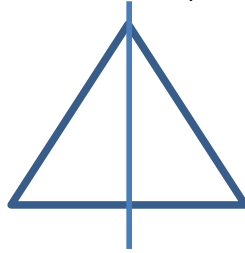
Li

Et là c'est :



Dc

On a aussi vu que ça fait un miroir là :



Miroir

Krystal

Très bien ! On n'avait pas aussi trouvé un lien avec l'exercice des gens qui envoient des cartes à leurs copains ?

Ni

Oui. C'est les puissances !

Krystal

Ok.

Maintenant, je vous propose de continuer les recherches dans le triangle de Pascal !

Li

Mais y a plus rien !

Krystal

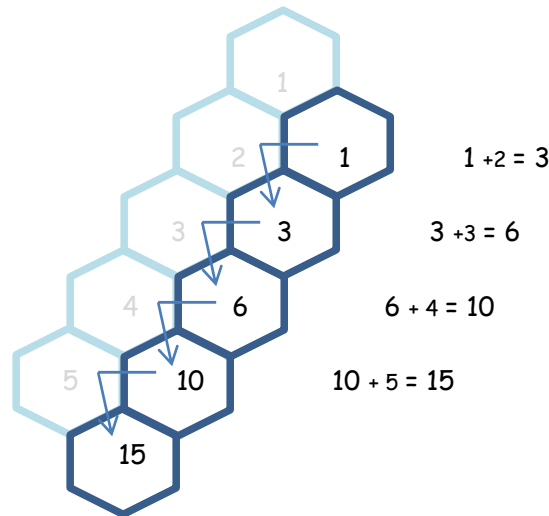
Mais si, je vous laisse chercher ! Vous allez voir : je suis sûre que vous allez trouver d'autres trucs !

Dc

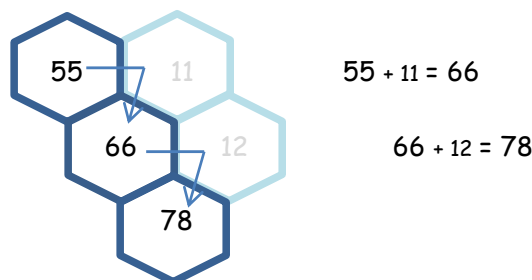
...
Là il y a « 55 ; 66 ; 78 ; ... ». Ça fait « + 11 ; + 12 ; ... ».

Krystal

C'est juste, mais on l'a déjà trouvé la dernière fois. C'est la même chose que ça :



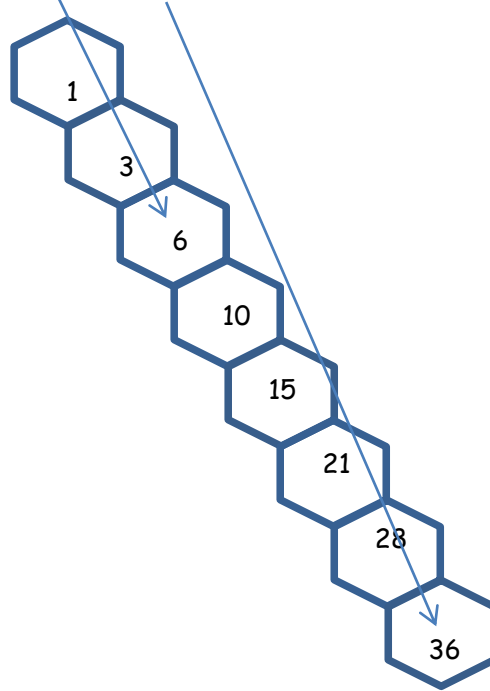
... mais en descendant plus bas :



...

Li

Là y 6, et là 36 :



Krystel

Ok. Et c'est quoi ton idée ? Tu penses que tu as trouvé quoi ?

Ni

Des multiples de 6 !

Krystel

Ok. Alors je vous propose de prendre vos crayons et surligneurs et de colorier les multiples de 6 !

Krystel

Li ne colorie que le 6 et le 36 qu'elle a trouvé sur la diagonale.

Li

Colorie tous ceux que tu trouves dans le triangle !

Krystel

Tous ?

Oui !

Li

Les élèves colorient...

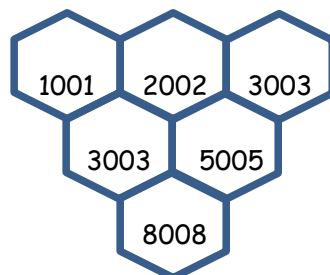
Krystel

Ça fait des pyramides !

Ouais !

Dc

...
Là j'ai trouvé une pyramide :



Krystel

Et c'est quoi ces nombres ?

St

Ben ils commencent et ils finissent par le même chiffre...

Krystel

Mais c'est des multiples de combien ?

Dc

Heu...11 ? Non...

Krystel

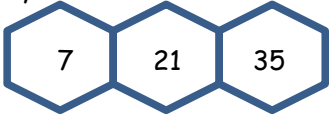
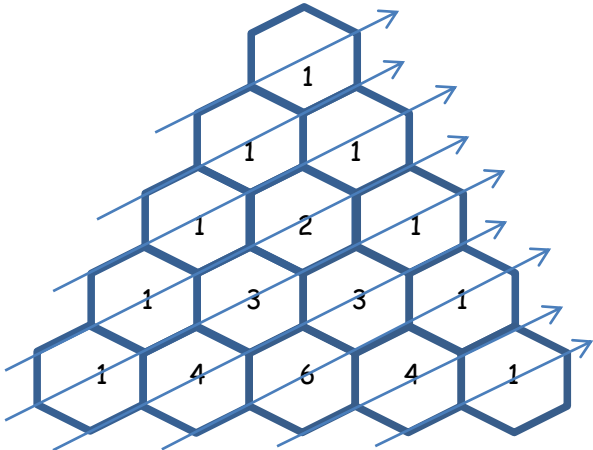
Non ! C'est des multiples de 1001 !

Dc

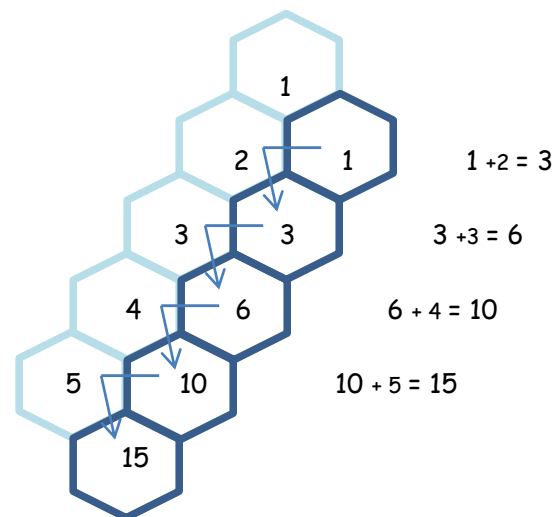
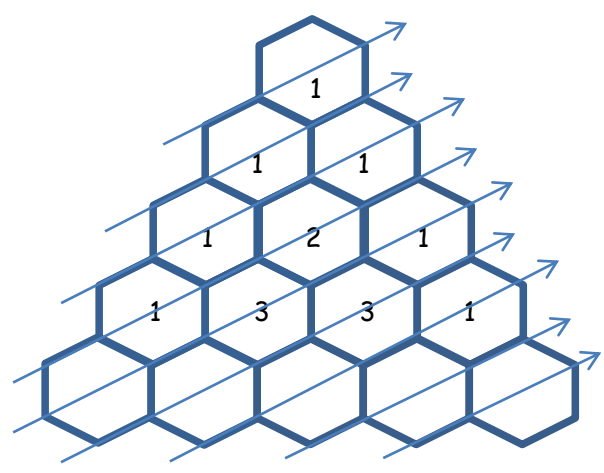
Alors on peut les colorier ?

Krystel

Oui !

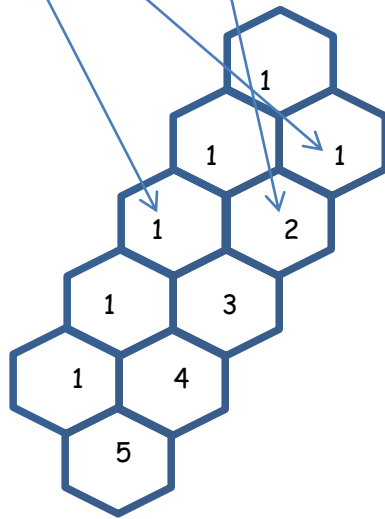
Li	<p>Là y a « 7 ; 21 ; 35 » :</p>  <p>C'est tous des multiples de 7 ! Mais je suis déjà en train de faire ceux de 6 !</p>
Ni	Je m'en occupe !
Li	Ok.
	...
Dc	<p>On pourrait essayer de regarder comme ça :</p> 
Krystal	Bonne idée !
St	...
Krystal	En tout cas, ça donne pas de suite...
Dc + St	<p>Et est-ce qu'on pourrait essayer autre chose que des suites ?</p> <p>Non...</p> <p>Clôture de la séance.</p>

Groupe 4 : Lé, Ds, Ju, La, Co

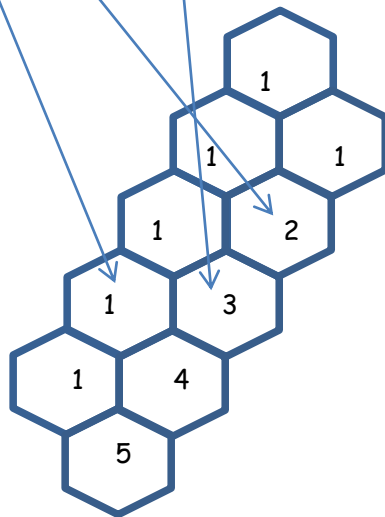
<p>Krystel</p> <p>Ds</p>	<p>Alors cette semaine, on va continuer à faire des recherches dans notre triangle de Pascal. Je vous donne une nouvelle feuille et je vous laisse chercher...</p> <p>...</p> <p>Là :</p> 
<p>Lé + Ju + La + Co</p> <p>Tous</p> <p>Krystel</p>	<p>On l'a déjà trouvé la semaine dernière !</p> <p>...</p> <p>Tu peux pas nous aider ?</p> <p>Alors, Dc (Groupe 3) a proposé juste avant de regarder le triangle comme ça :</p>  <p>... mais le groupe n'a rien trouvé...</p> <p>Regardez si vous voyez quelque chose d'intéressant !</p> <p>...</p>

Ds

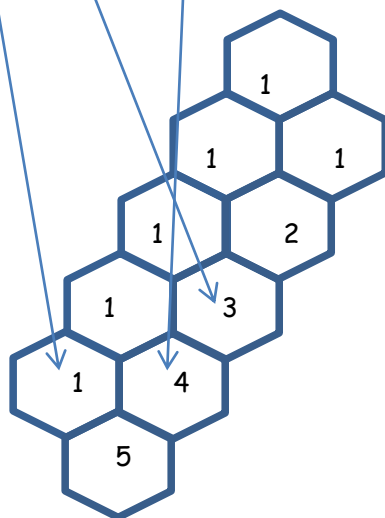
Là ! Ça plus ça égal ça :



Ça plus ça égal ça :



Ça plus ça égal ça :



Krystel
Ds

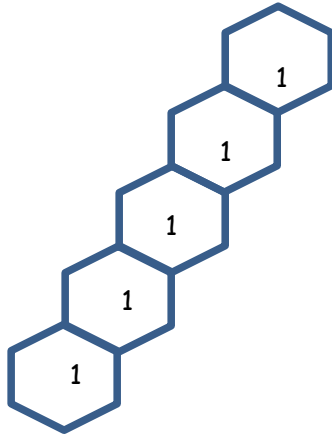
Ok. Et ça fonctionne dans tout le triangle ?
Non, juste sur le bord...

Krystal

Ds

Et pourquoi ?

Parce que là y a « 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; ... » :



Krystal

Ok.

Ju

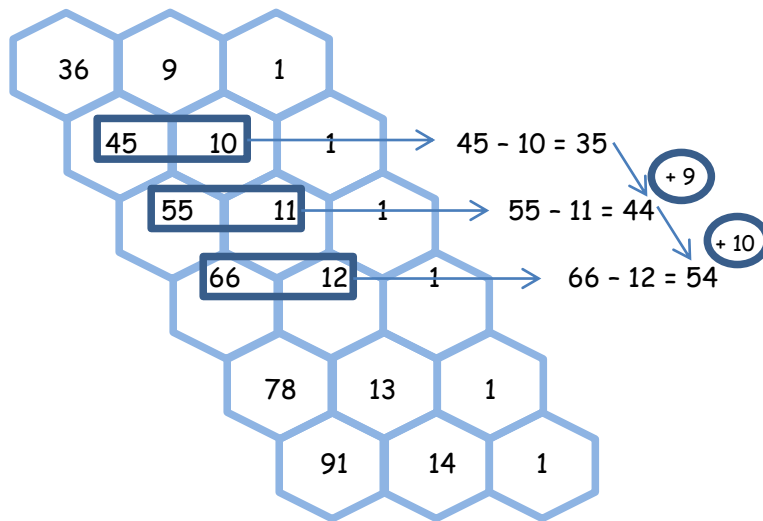
...

J'ai trouvé quelque chose !

$$45 - 10 = 35$$

$$55 - 11 = 44 \quad 35 \text{ allé à } 44 = 9$$

$$66 - 12 = 54 \quad 44 \text{ allé à } 54 = 10$$



Krystal

Génial !

Lé

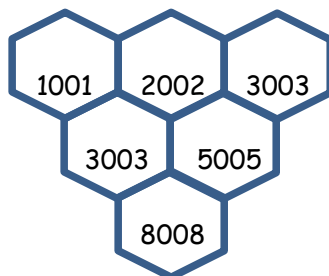
...

Je vais essayer de faire les multiples de 5.

Ds

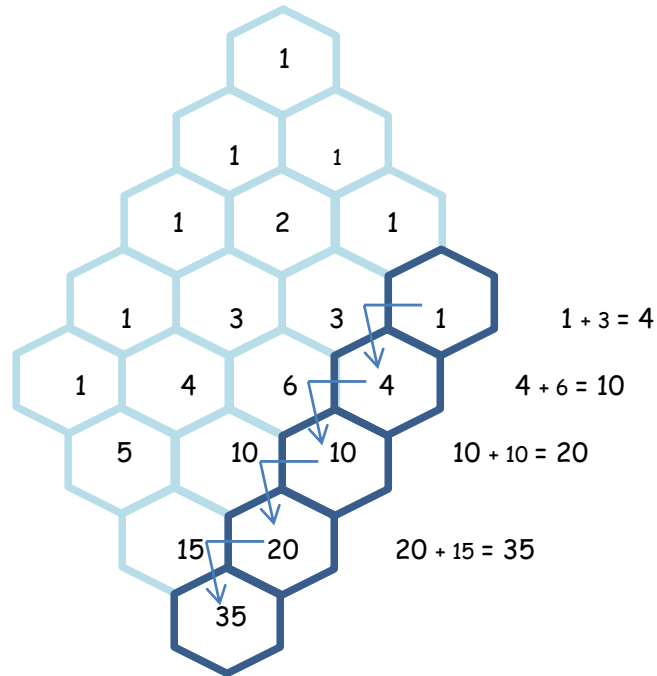
...

Là y a une pyramide :



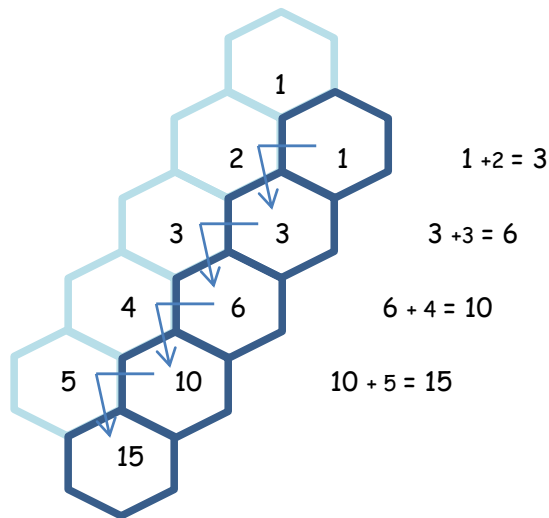
Krystal
Ds
Krystal
Lé
Ju

Et c'est quoi comme pyramide ?
Les multiples de... 1001 ?
C'est juste !
Maintenant je fais les multiples de 3.
J'ai trouvé quelque chose :



Krystal

Ouais ! Tu as raison ! C'est le même principe que la diagonale précédente :

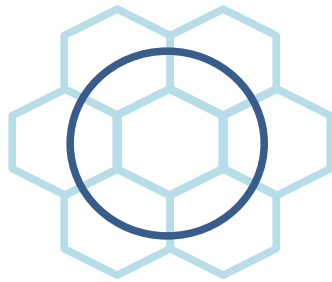


Krystal
Co
Krystal

Ça se passe comme ça dans tout le triangle !
Est-ce qu'on peut essayer de chercher en rond ?
Comment ça ?

Co

Comme ça :

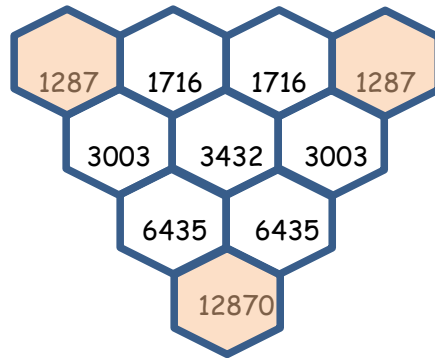


Krystel

Oui. Tu peux essayer ! J'ai pas encore essayé comme ça !

Ds

...
Là y a « 1287 ; 1287 ; 12870 » :



Krystel

T'as raison ! Bien vu !

Ds

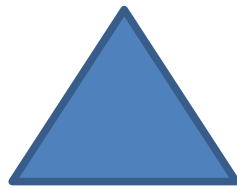
...
En fait, chaque ligne est le commencement d'une pyramide de multiples !

La

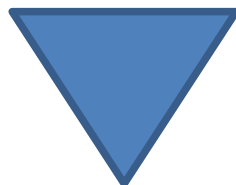
...
Je vais essayer les multiples de 11.

Ju

...
En fait, le triangle de Pascal est comme ça :



Et les pyramides sont comme ça :



Krystel

C'est vrai !

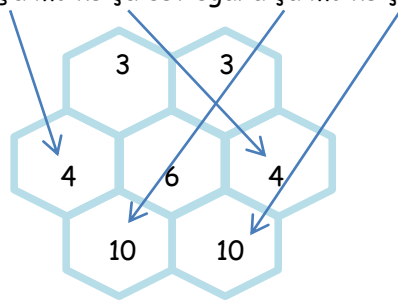
Ju

Bon, maintenant, j'essaie les multiples de 2 !

...

Co

J'ai trouvé quelque chose !
Ça moins ça est égal à ça moins ça :



La

Hein ?

Co

Ben oui :

$$4 - 4 = 0$$

$$10 - 10 = 0$$

La

Ah ouais !

Krystal

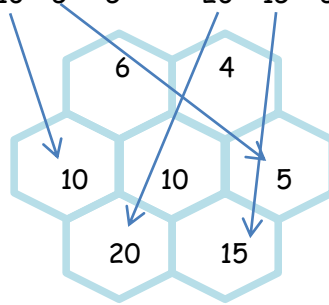
Et ça marche ailleurs dans le triangle ?

Co

Heu... oui !

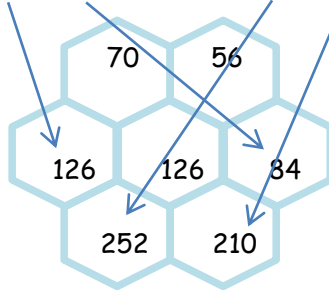
$$10 - 5 = 5$$

$$20 - 15 = 5$$



$$126 - 84 = 42$$

$$252 - 210 = 42$$



Krystal

Super ! T'as trouvé quelque chose de très intéressant !

Clôture de la séance.

7.2. Travaux d'élèves

Afin d'éviter la redondance dans les travaux effectués, qui se montaient à plus de 120 pages, j'ai choisi de sélectionner une palette de travaux démontrant la variété des démarches suivies par les élèves.

On trouvera également en fin d'annexe la mise au net par les élèves des découvertes faites dans le triangle de Pascal, qui ont été présentées à l'ensemble de la classe lors de la mise en commun.

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

$$\begin{array}{r} 3 \\ 28 \\ 4 \\ \hline \times 10 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 4 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 12 \\ 4 \\ \hline + 10 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 24 \\ \hline 32 \end{array}$$

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

~~A mon avis :~~

La 4^{ème} semaine

Y aurait ~~14~~ ¹⁶ personnes qui recevront une carte.

des calculs :

1^{ère} semaine: 4 pers
+4
2^{ème} semaine: 8 pers
+4
3^{ème} semaine: 12 pers
+4
4^{ème} semaine: 16 pers
+4
5^{ème} semaine: 20 pers
+4
6^{ème} semaine: 24 pers
+4
7^{ème} semaine: 28 pers
+4
8^{ème} semaine: 32 pers
+4
9^{ème} semaine: 36 pers
+4
10^{ème} semaine: 40 pers

La 10^{ème} semaine y aurait 40 pers qui recevront une carte.

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

Semaine 1: 4

Semaine 2: 8

Semaine 3: 12

Semaine 4: 16

Semaine 5: 20

Semaine 6: 24

Semaine 7: 28

Semaine 8: 32

Semaine 9: 36

Semaine 10: 40

à la fin il y a 40 cartes



Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 8} \\ -24 \\ \hline 04 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 28 \\ \times 8 \\ \hline 214 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 28 \\ + 8 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 2 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 2} \\ -08 \\ \hline -8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 4 \\ \hline 22 \end{array}$$

~~Handwritten scribble~~

$$\begin{array}{r} 64 \overline{) 10} \\ -60 \\ \hline 04 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 14} \\ \times 28 \\ \hline 200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116 \overline{) 38} \\ -10 \\ \hline 016 \\ \times 16 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 28 \\ + 28 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 4 \\ \hline 4 \\ + 4 \end{array}$$

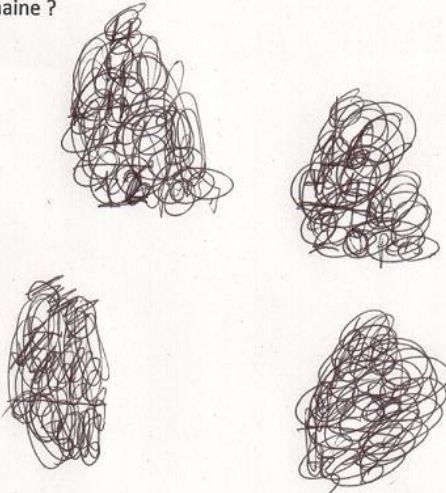
4; 16; 64

4; 8; 12; 16; 20; 24; ~~28~~; 32; 36; 40

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?



0 cartes + 4 cartes = 4 1^{ère} semaine
4 cartes + 4 cartes = 8 2^{ème} semaine
8 cartes + 4 cartes = 12 3^{ème} semaine
12 cartes + 4 cartes = 16 4^{ème} semaine
16 cartes + 4 cartes = 20 5^{ème} semaine
20 cartes + 4 cartes = 24 6^{ème} semaine
24 cartes + 4 cartes = 28 7^{ème} semaine
28 cartes + 4 cartes = 32 8^{ème} semaine
32 cartes + 4 cartes = 36 9^{ème} semaine
36 cartes + 4 cartes = 40 10^{ème} semaine

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ? 16 4×4

Et à la fin de la dixième semaine ?

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1048576$$

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ? $16 \quad 4 \times 4$

Et à la fin de la dixième semaine ? ~~16~~ ~~16~~ ~~16~~ 384

$2^6 \times 16$

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ? 16

Et à la fin de la dixième semaine ?

$$40 \quad 10 \times 4 = 40$$

0 0 0 0

$$\begin{aligned} 4 \times 4 &= 16 \times 4 = 64 \times 4 = 256 \times 4 = 1024 \\ \times 4 &= 4096 \times 4 = 16384 \times 4 = 65536 \times 4 \\ &= 262144 \times 4 = 1048576 \times 4 = \\ &4194304 \end{aligned}$$

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

$$4 \times 4 = 16 \quad 4 \times 16 = 64$$

$$16 \times 4 = 64 \quad 64 \times 4 = 256$$

$$256 \times 4 = 1024$$

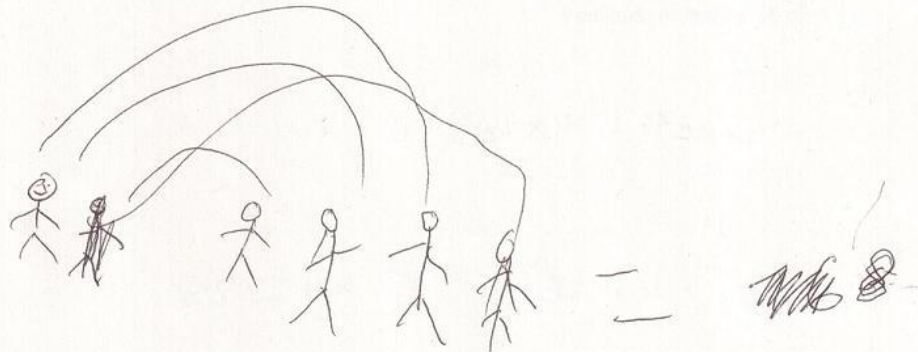
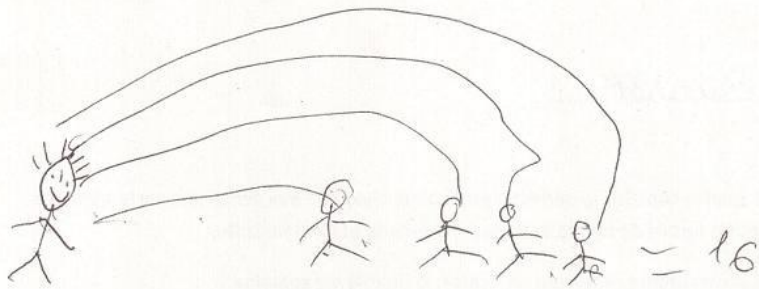
$$1024 \times 4 = 4096$$

$$4096 \times 4 = 16384$$

$$16384$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$4 \times 4 \times 4 = 64$$



Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

~~16 x 4 = 64~~

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ? ~~16 personnes~~ ~~125000~~

Et à la fin de la dixième semaine ? ~~46 personnes~~ ~~160 personnes~~ ~~(4x4)~~ ~~64 personnes~~

$16 \times 10 = 160$

~~(16 x 4)~~

~~16 x 5 = 80~~

~~80 personnes~~

4^{ème} semaine

~~4 x 4 = 16~~

~~16 x 4 = 80~~

~~80 x 4 = 320~~

~~320 x 4 = 1280~~

~~20 x 4~~

~~4 x 4 = 16~~

~~16 x 4 = 80~~

~~20 x 5 = 100~~

~~100 x 5 = 500~~

~~500 x 5 = 2500~~

~~2500 x 5 = 12500~~

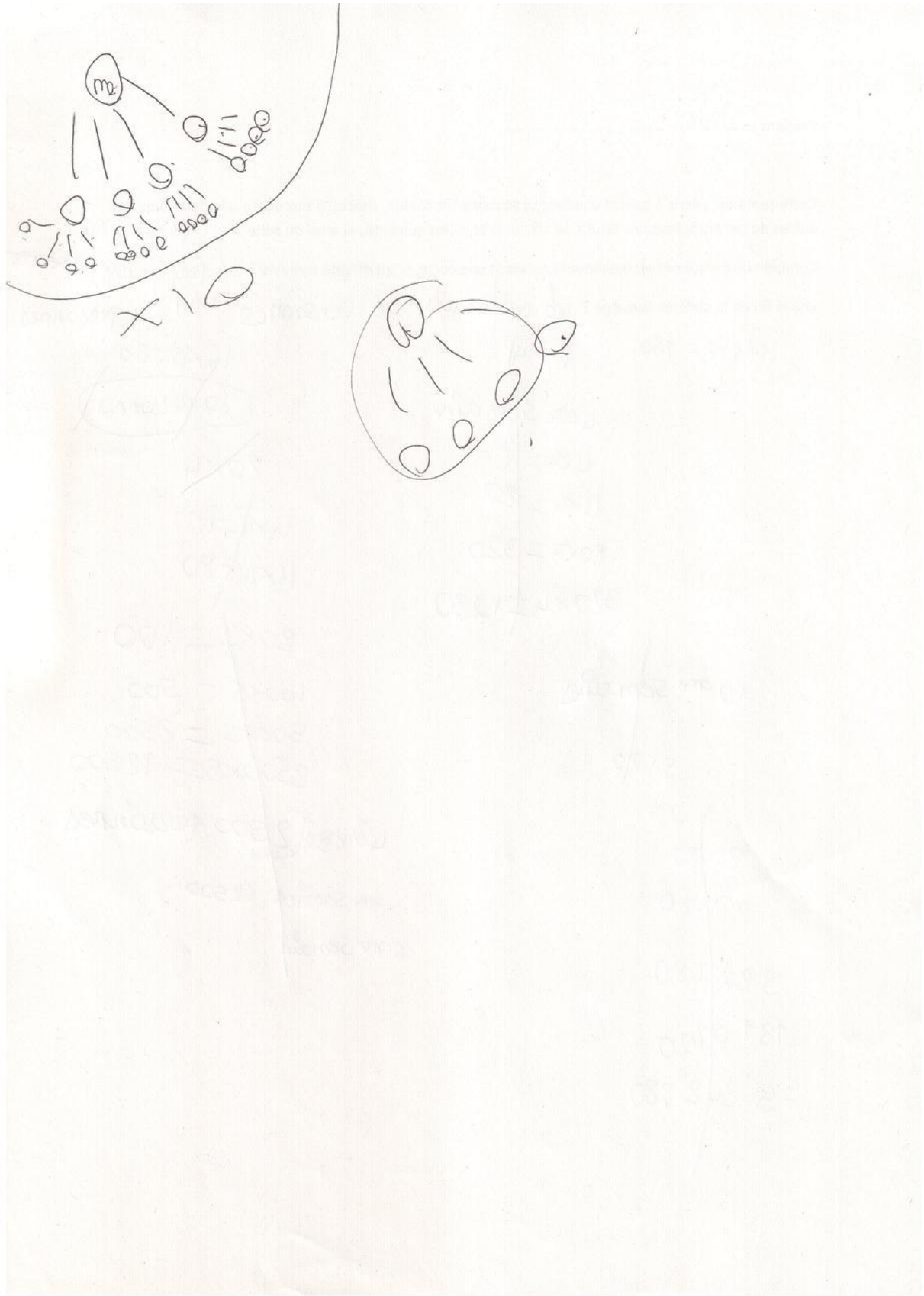
10^{ème} semaines
5120

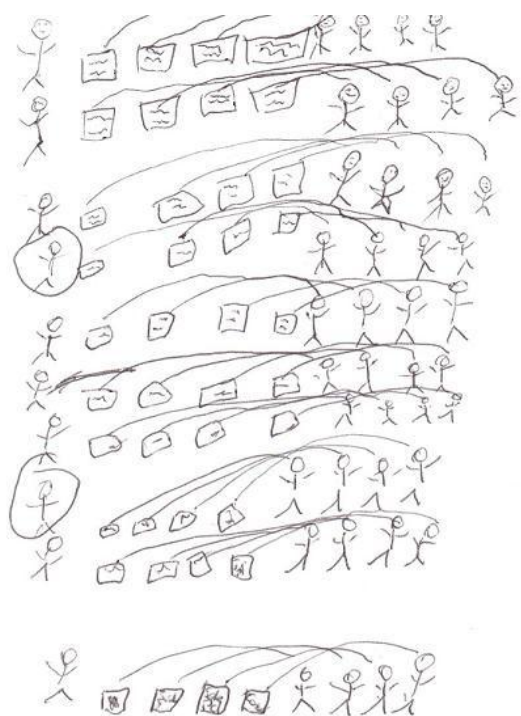
4^{ème} semaine ~~12500 personnes~~

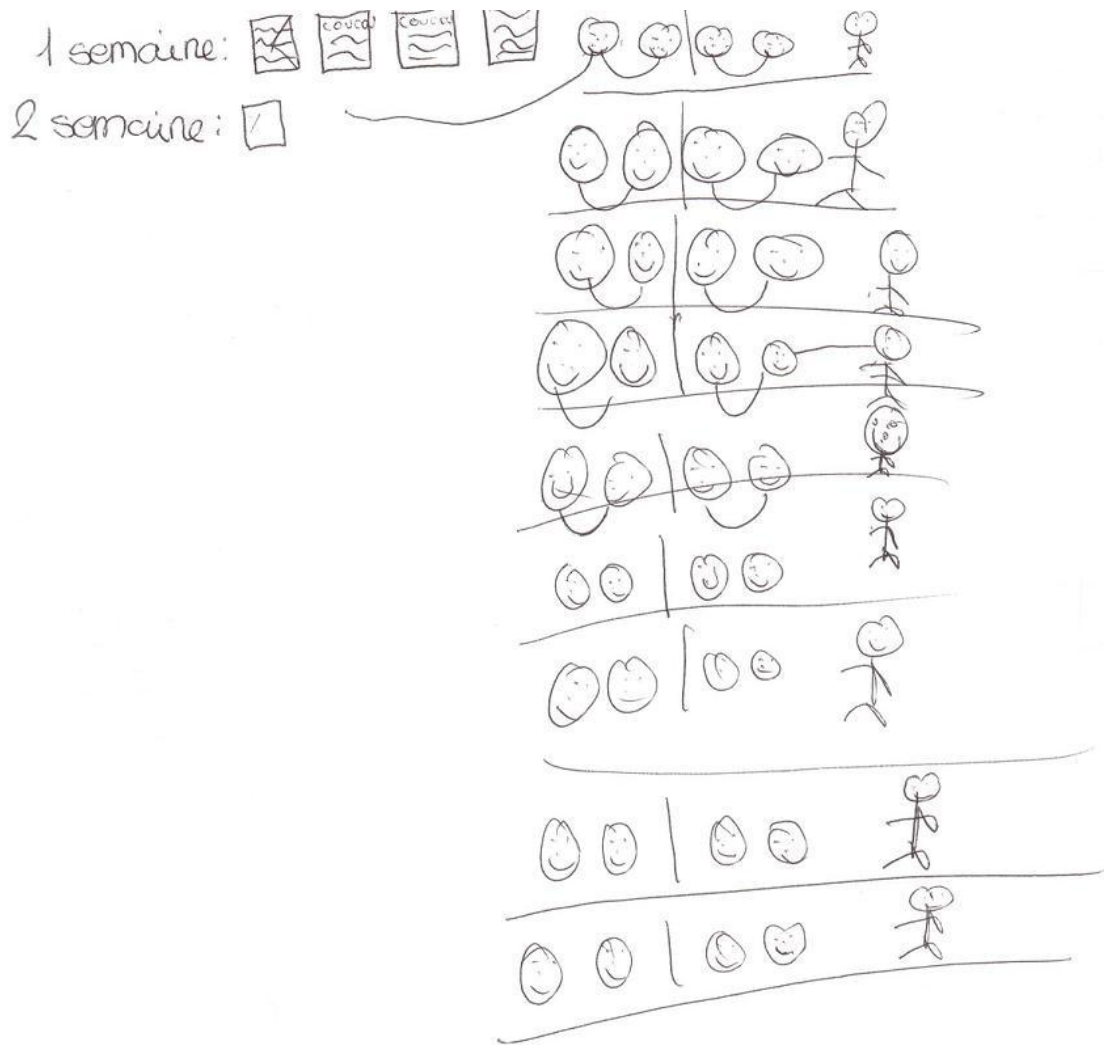
5^{ème} semaine 62500

6^{ème} semaine

20480
87890
327680
1310720
5'242'880

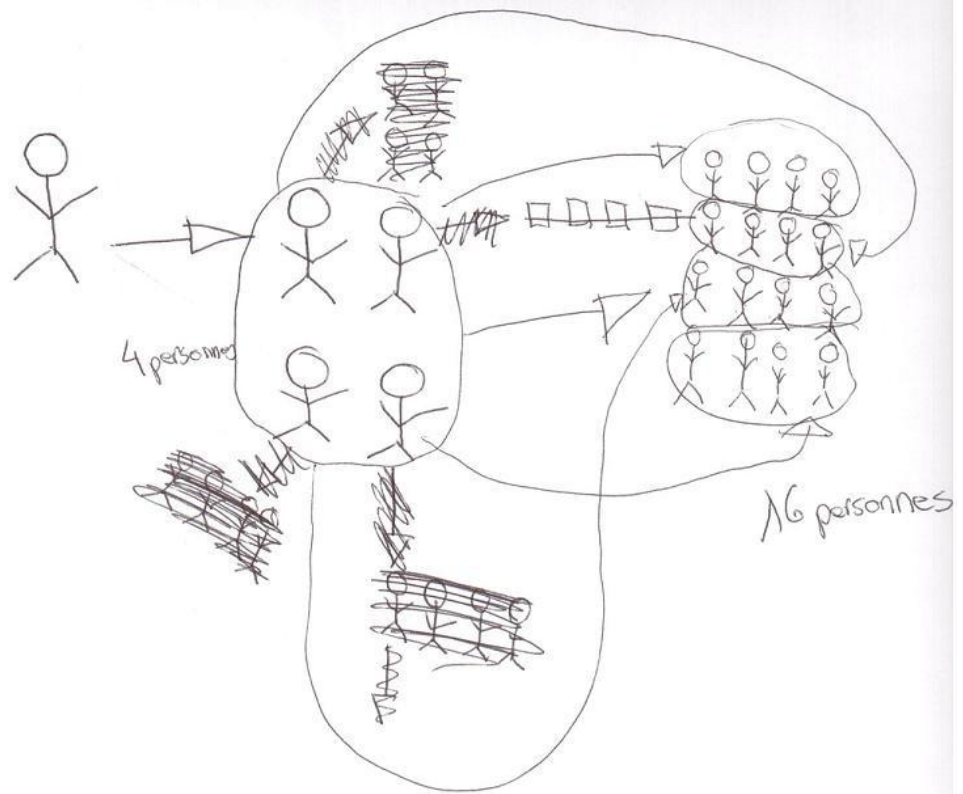


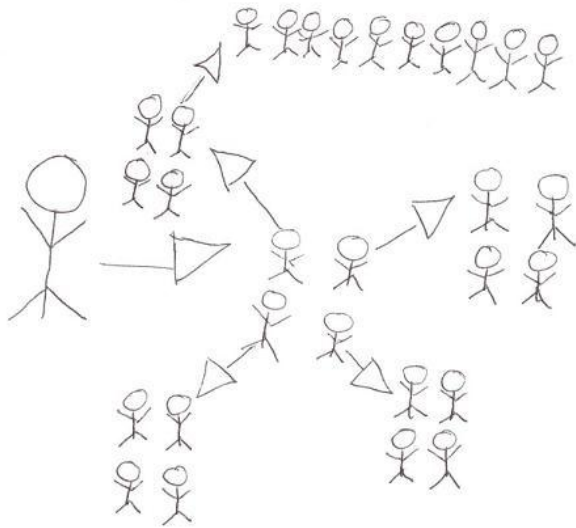




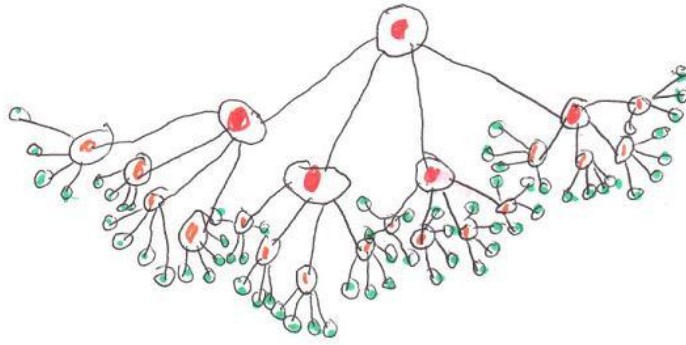


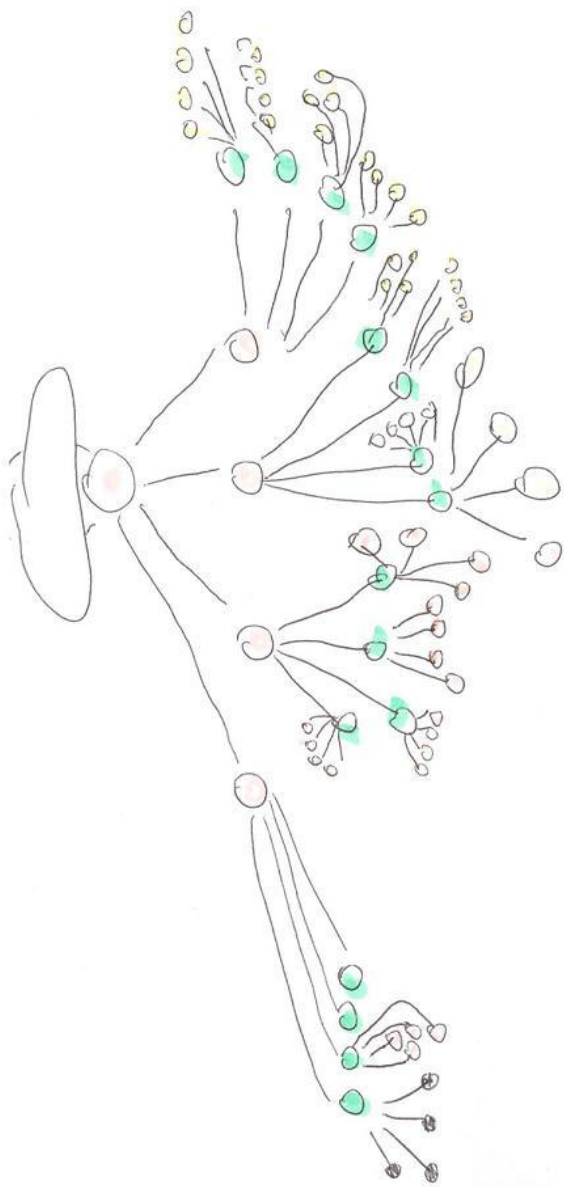
X4

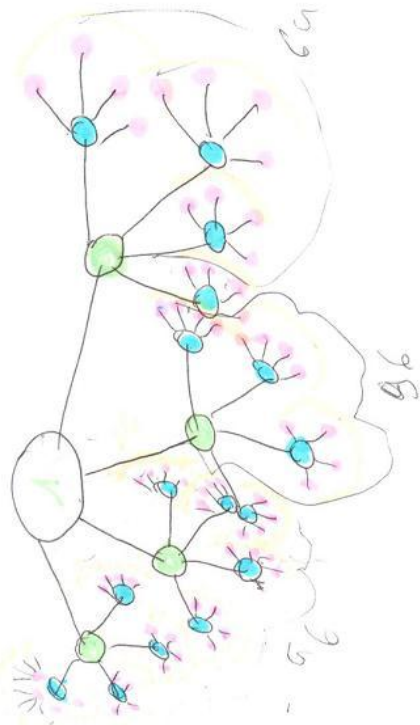




calcul: 4×16^2

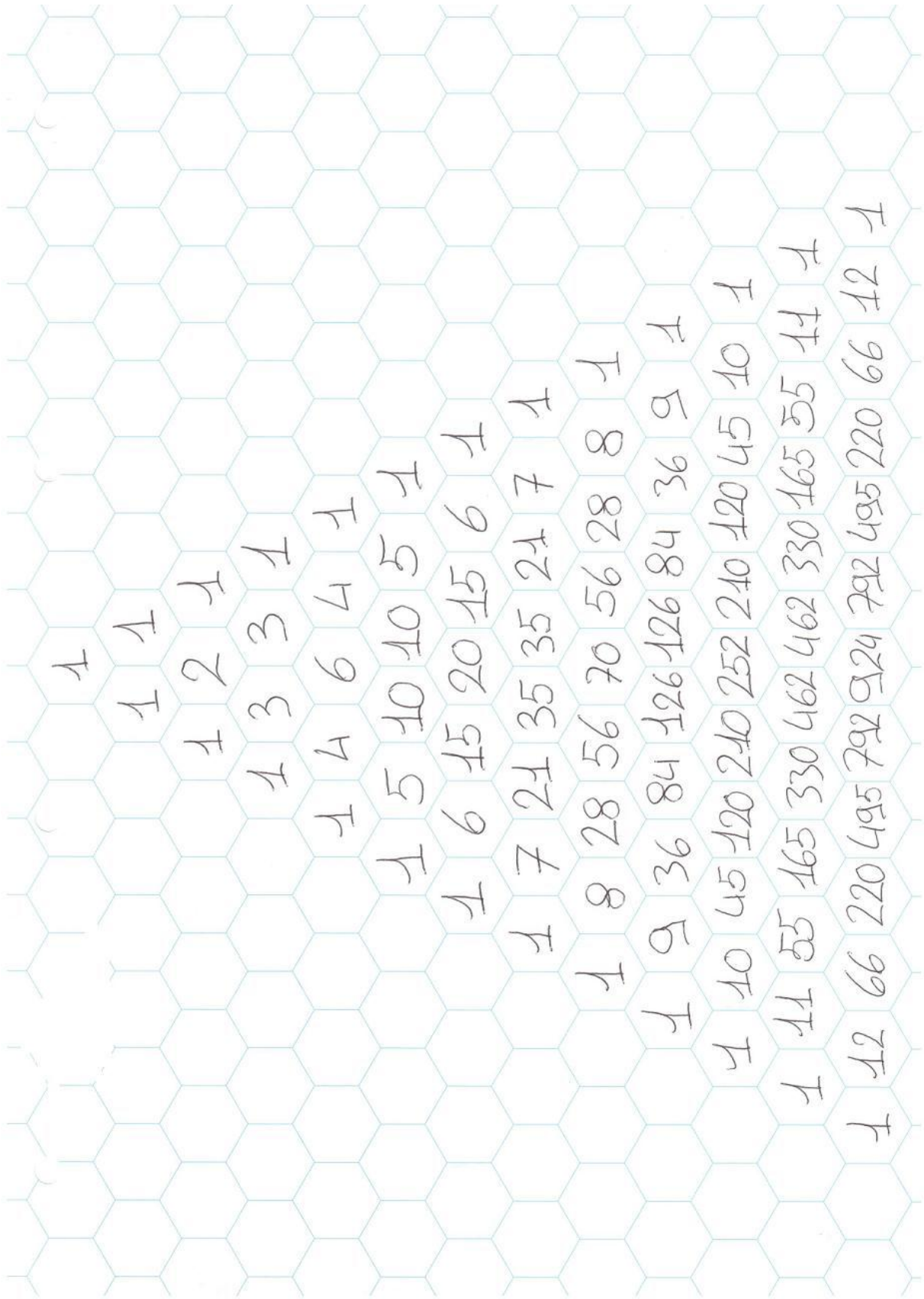




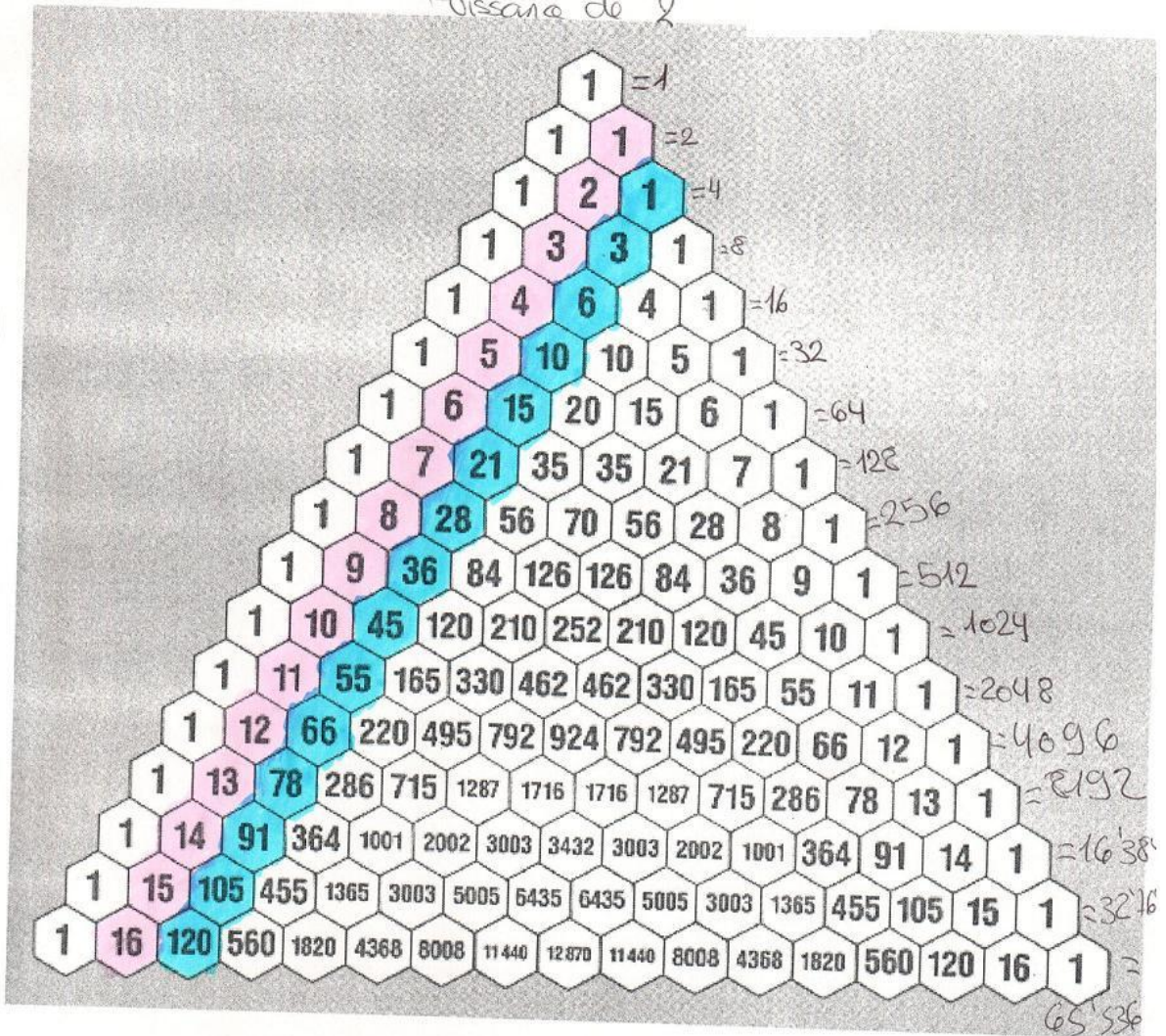


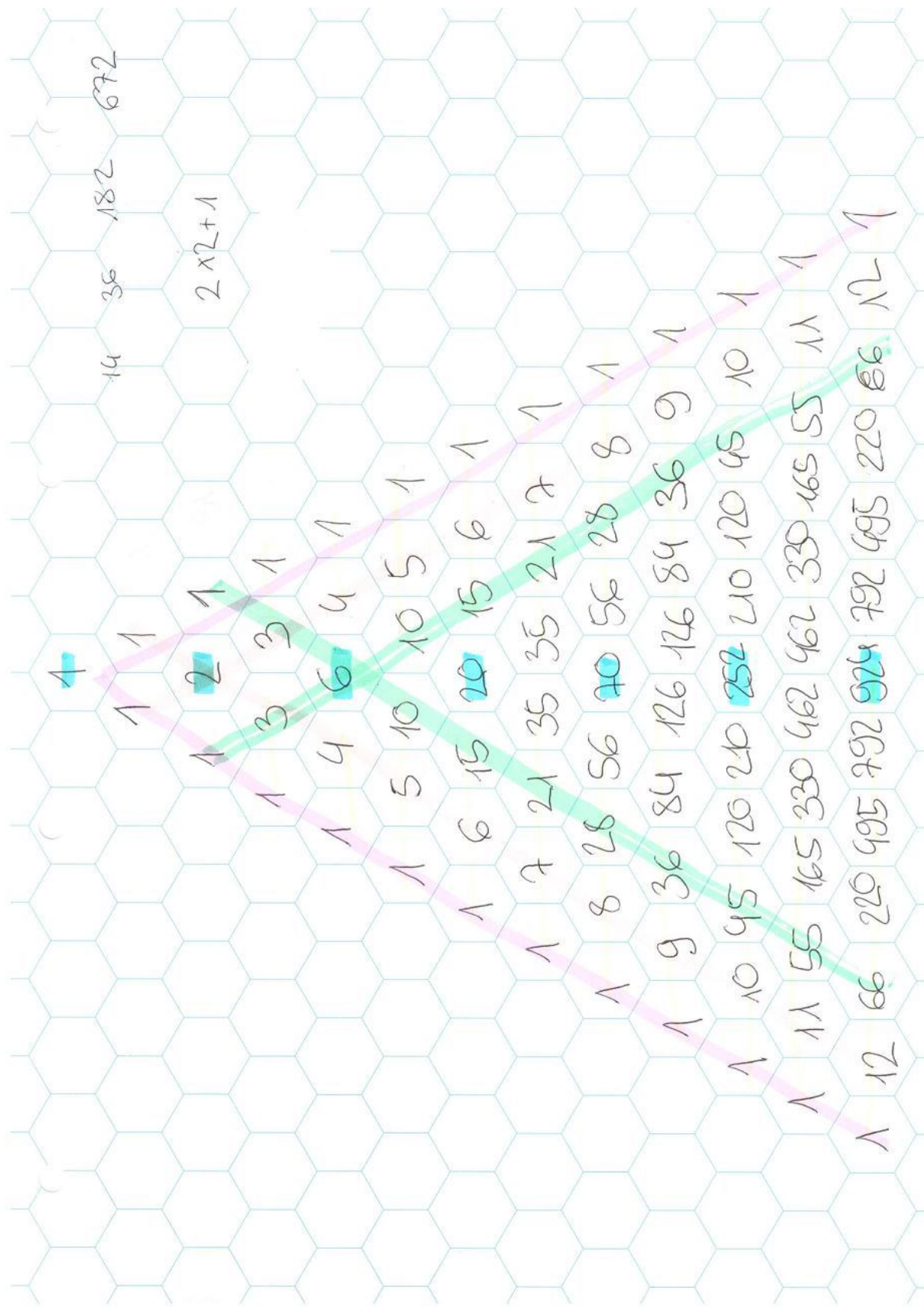
h = ●
 g/ = ●
 h9 - ●
 952 ●
 h20v S

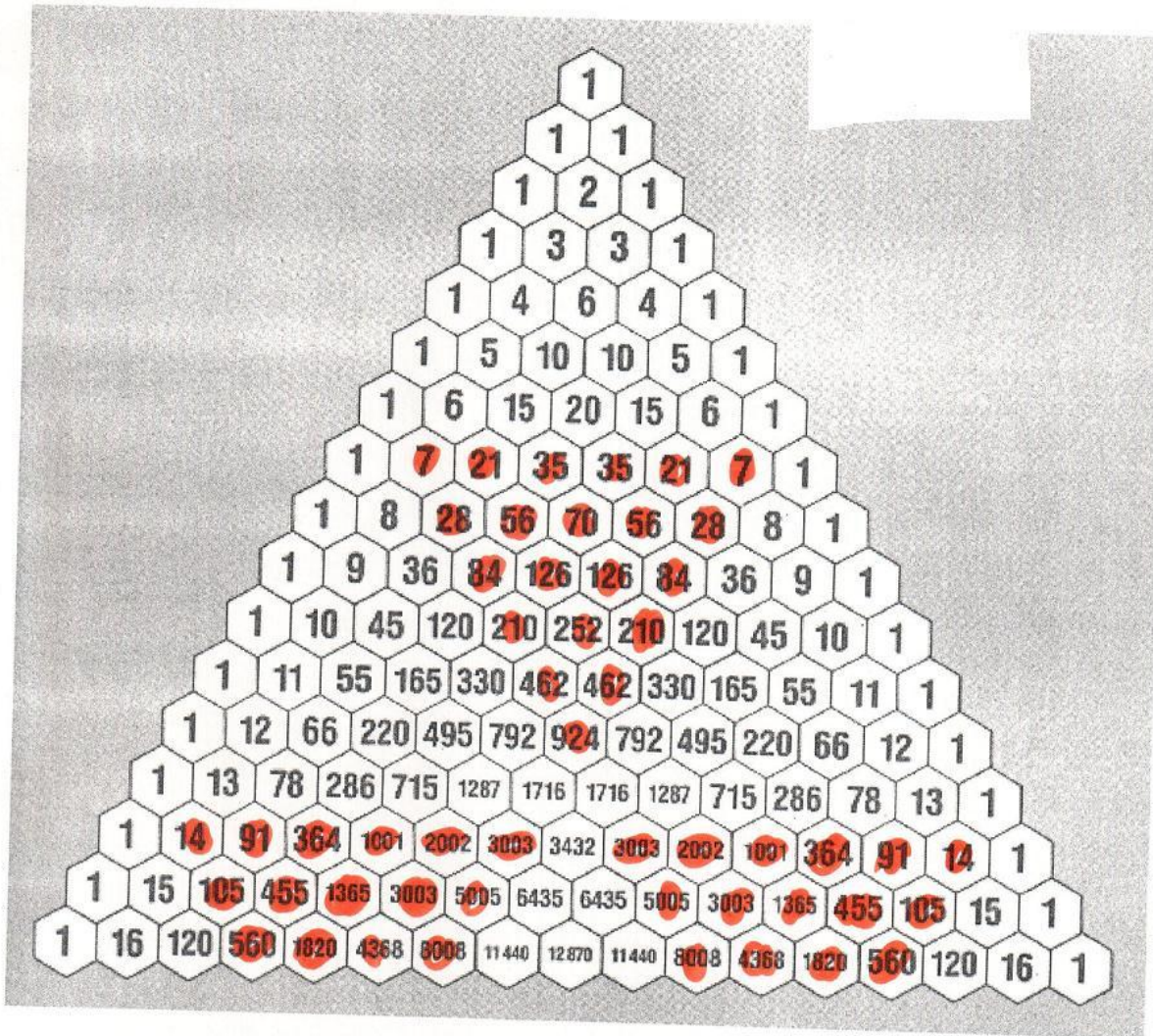
409h 9
 1638h 7
 95559 8
 hnr292 h

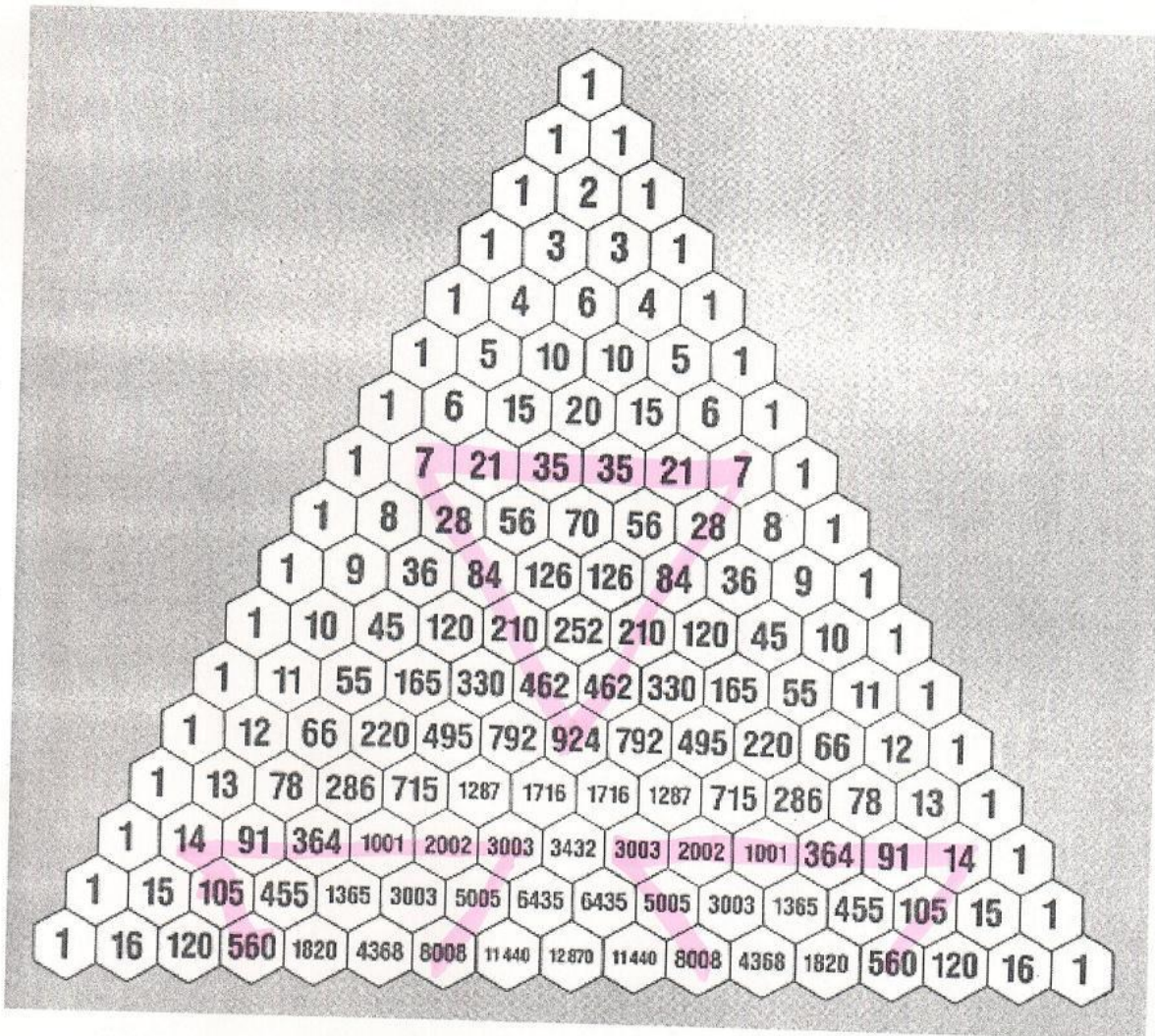


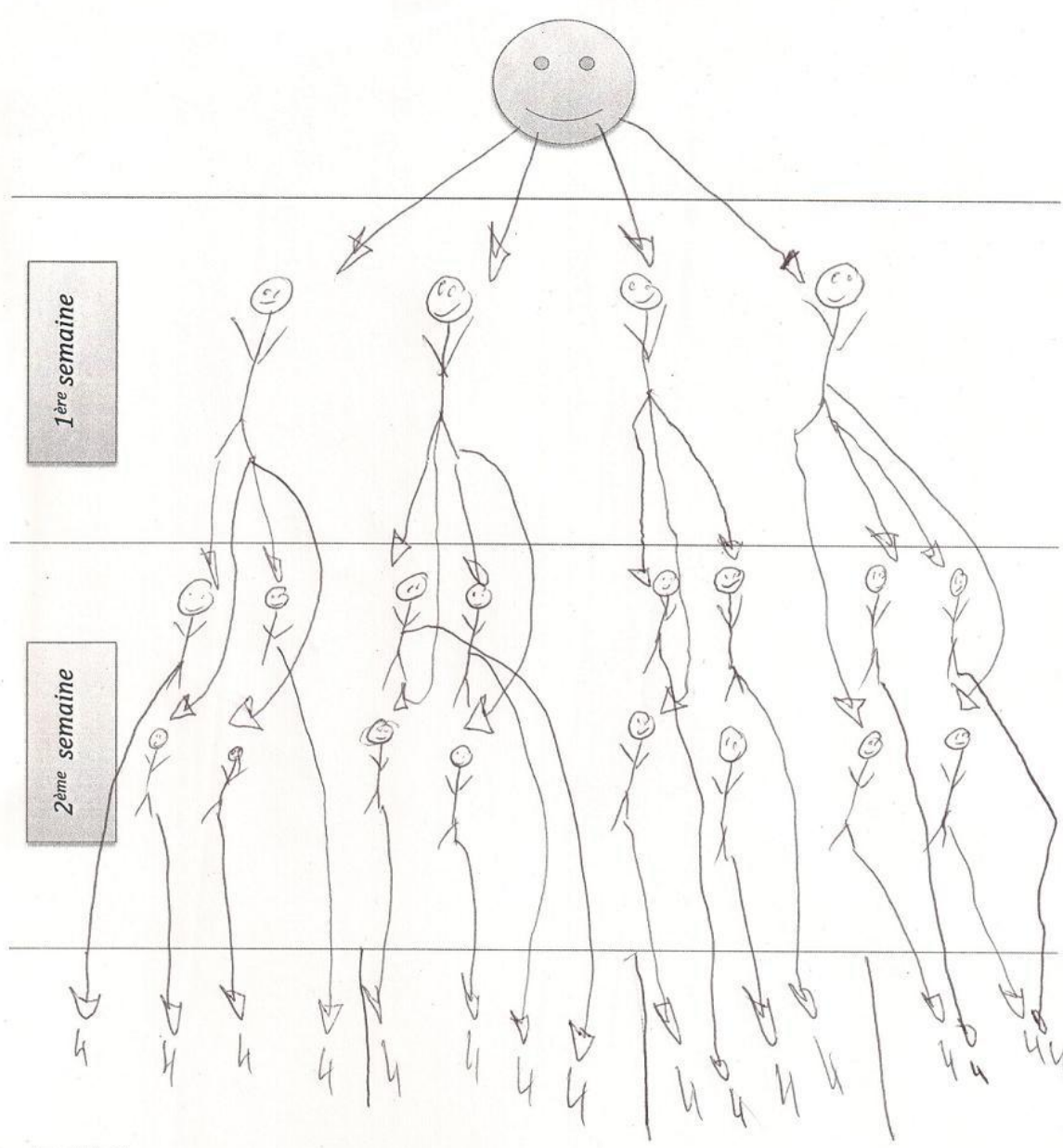
Puissance de 2











1ère semaine

2ème semaine

3ème semaine

64

Reponse

Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

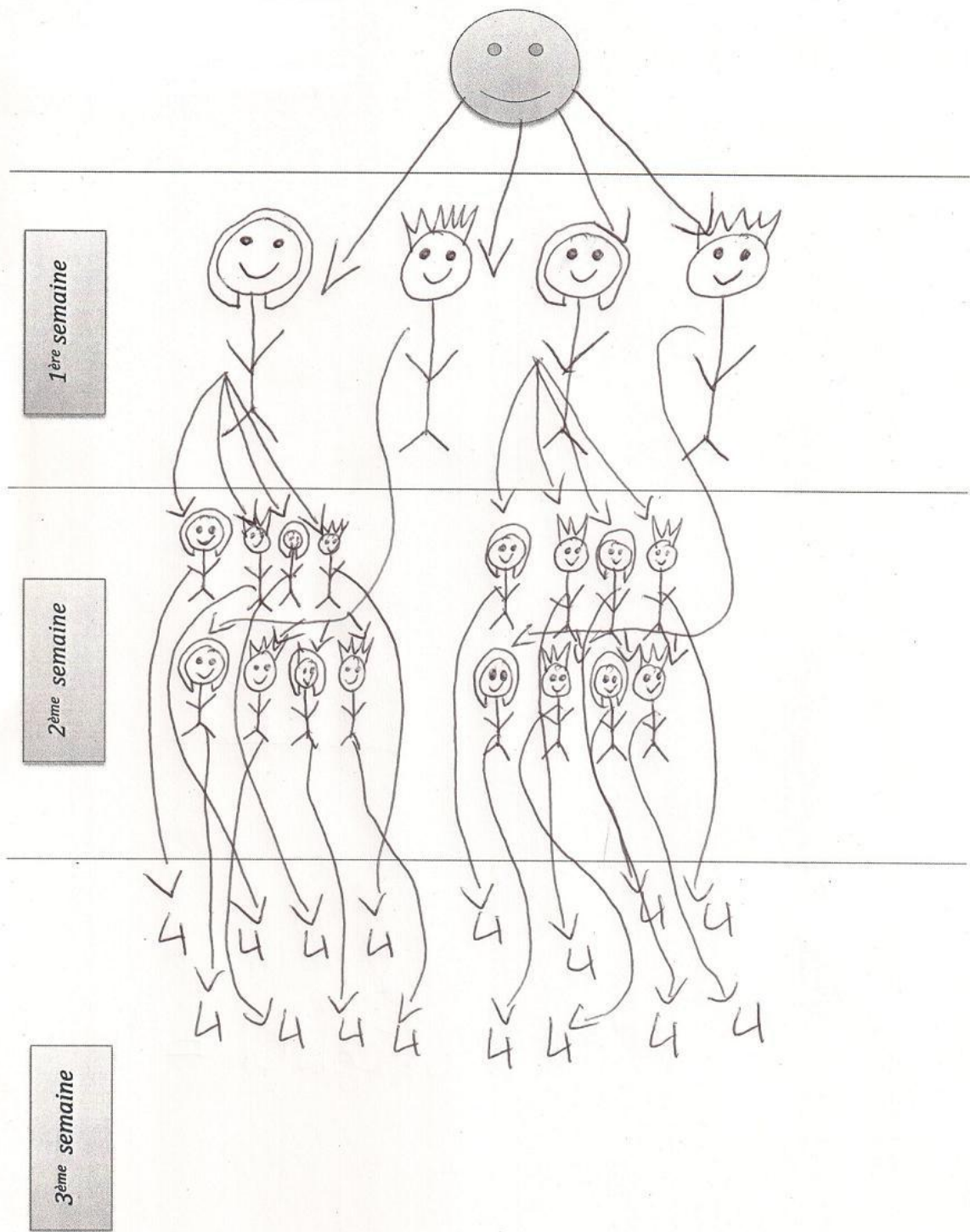
Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

$$4^{10} = 10.485.76 \quad \text{Reponse pour la 10 semaines}$$

$$4^4 = 256 \quad \text{Reponse pour la 4.eme semaines}$$

$$4^3 = 64 \quad \text{Reponse pour la 3.eme semaines}$$



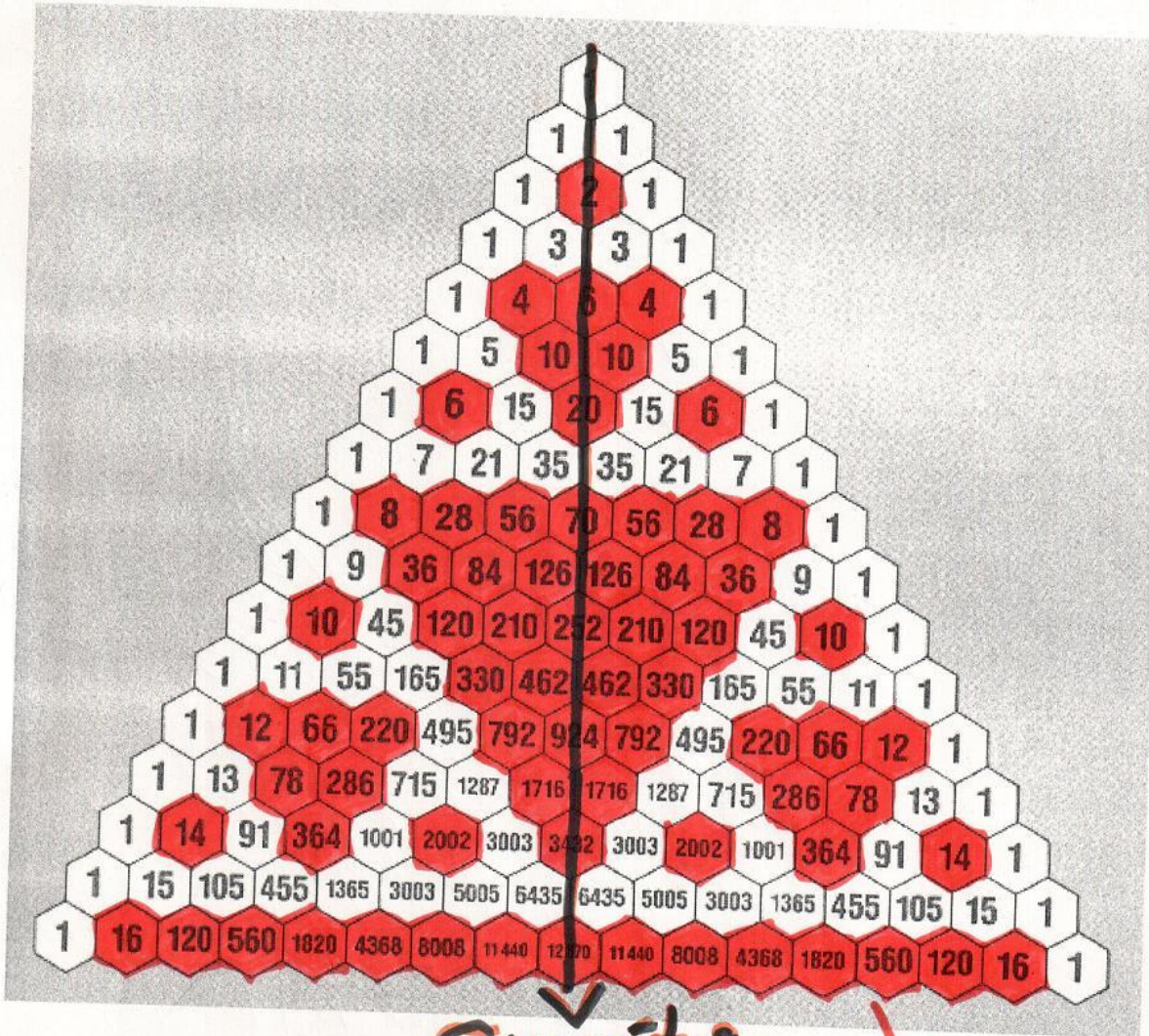
Cette semaine, j'écris à quatre copains. La semaine prochaine, chacun d'eux écrira une carte à quatre autres de ses amis, lesquels feront de même la semaine suivante, et ainsi de suite.

Combien de personnes au maximum recevront une carte, la quatrième semaine ?

Et à la fin de la dixième semaine ?

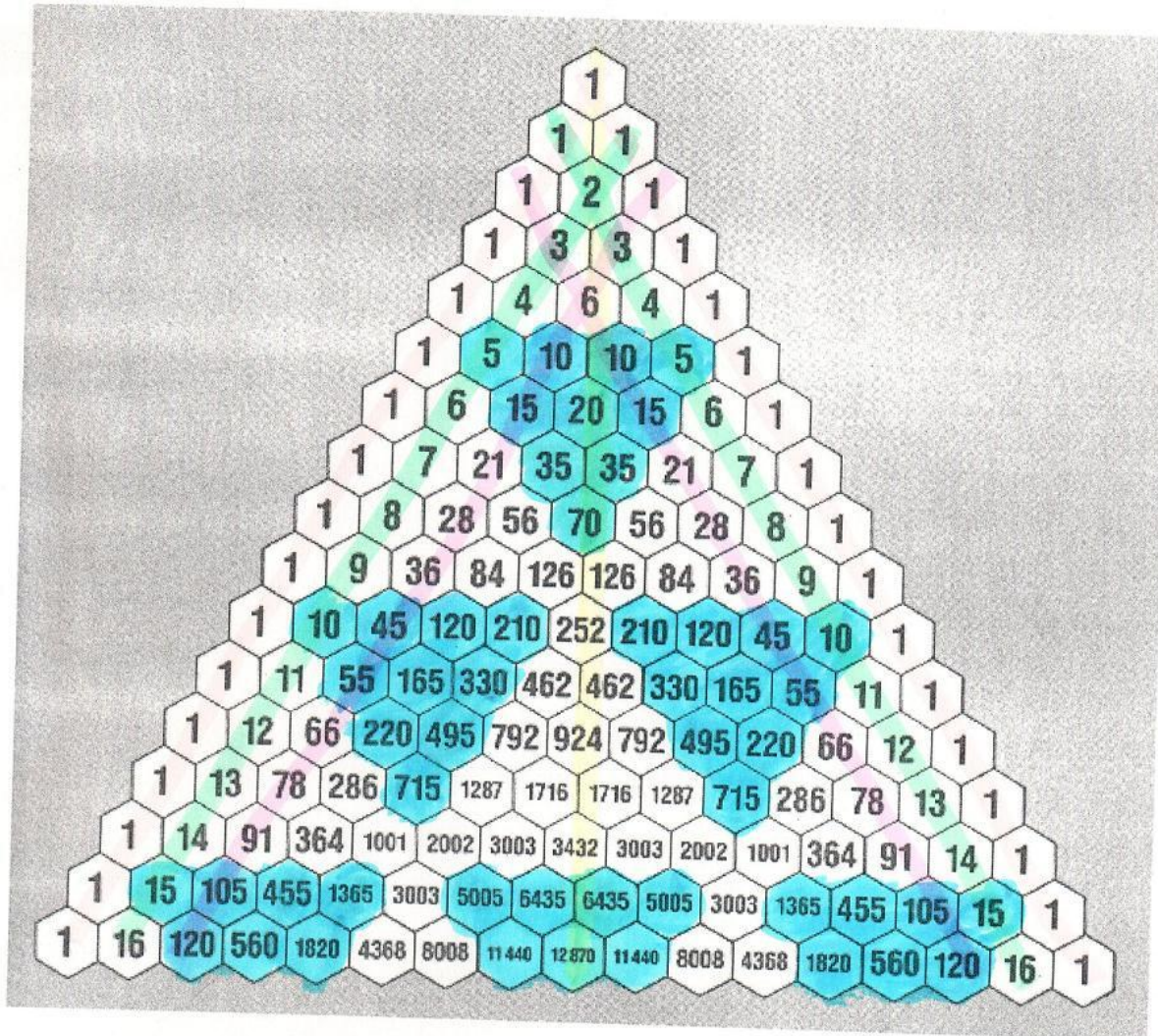
$$4^{10} = 1048576 \leftarrow \text{La } 10^{\text{ème}} \text{ semaine}$$

$$4^4 = 256 \leftarrow \text{La } 4^{\text{ème}} \text{ semaine.}$$

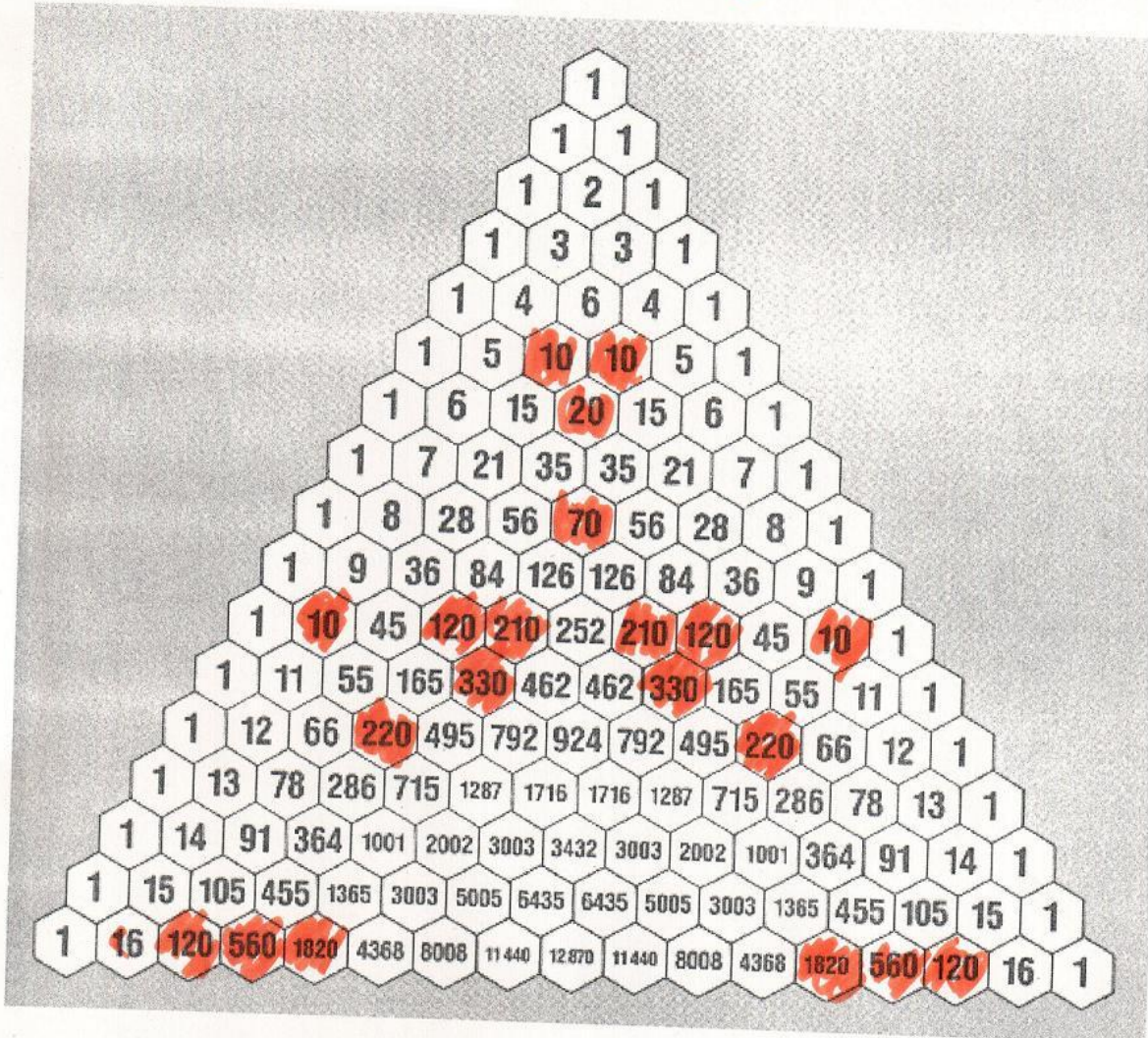


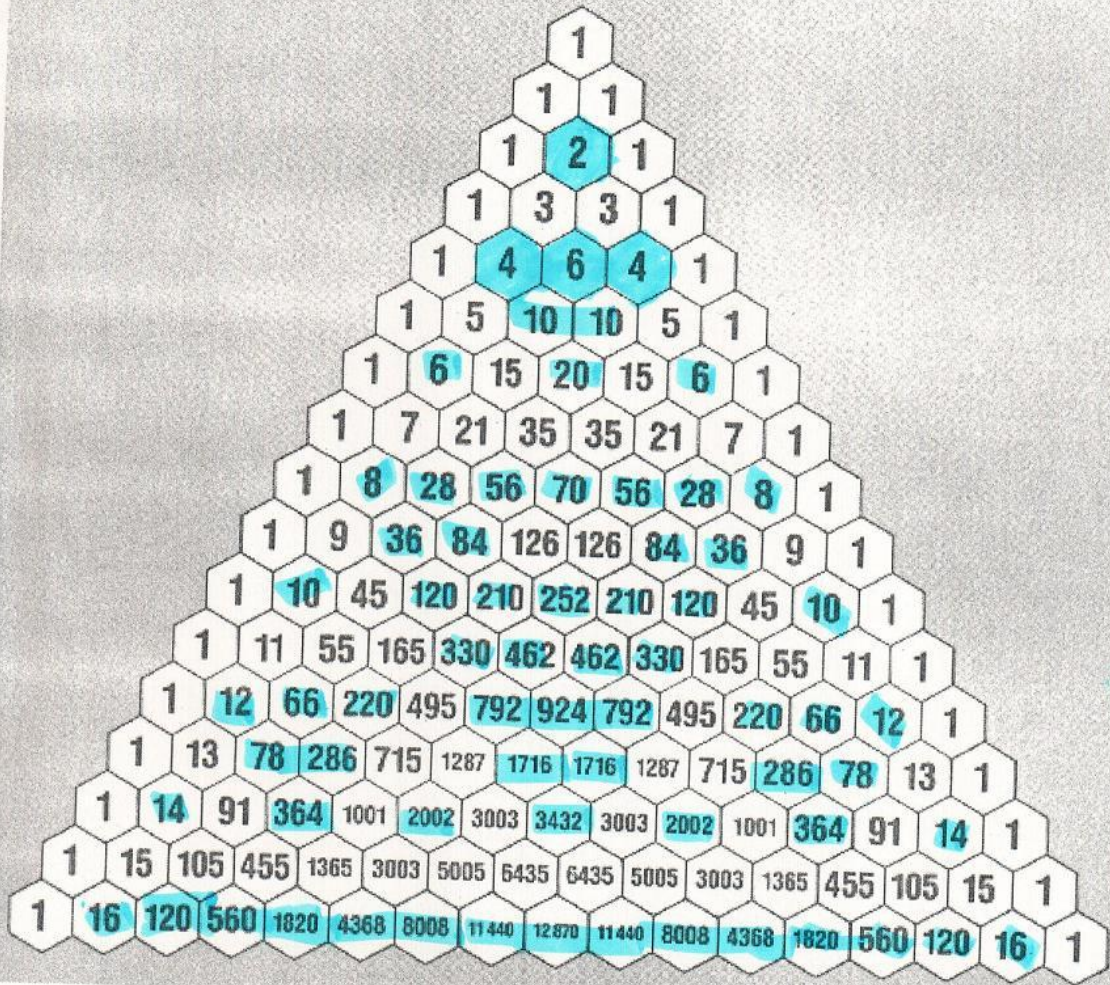
Symétrie

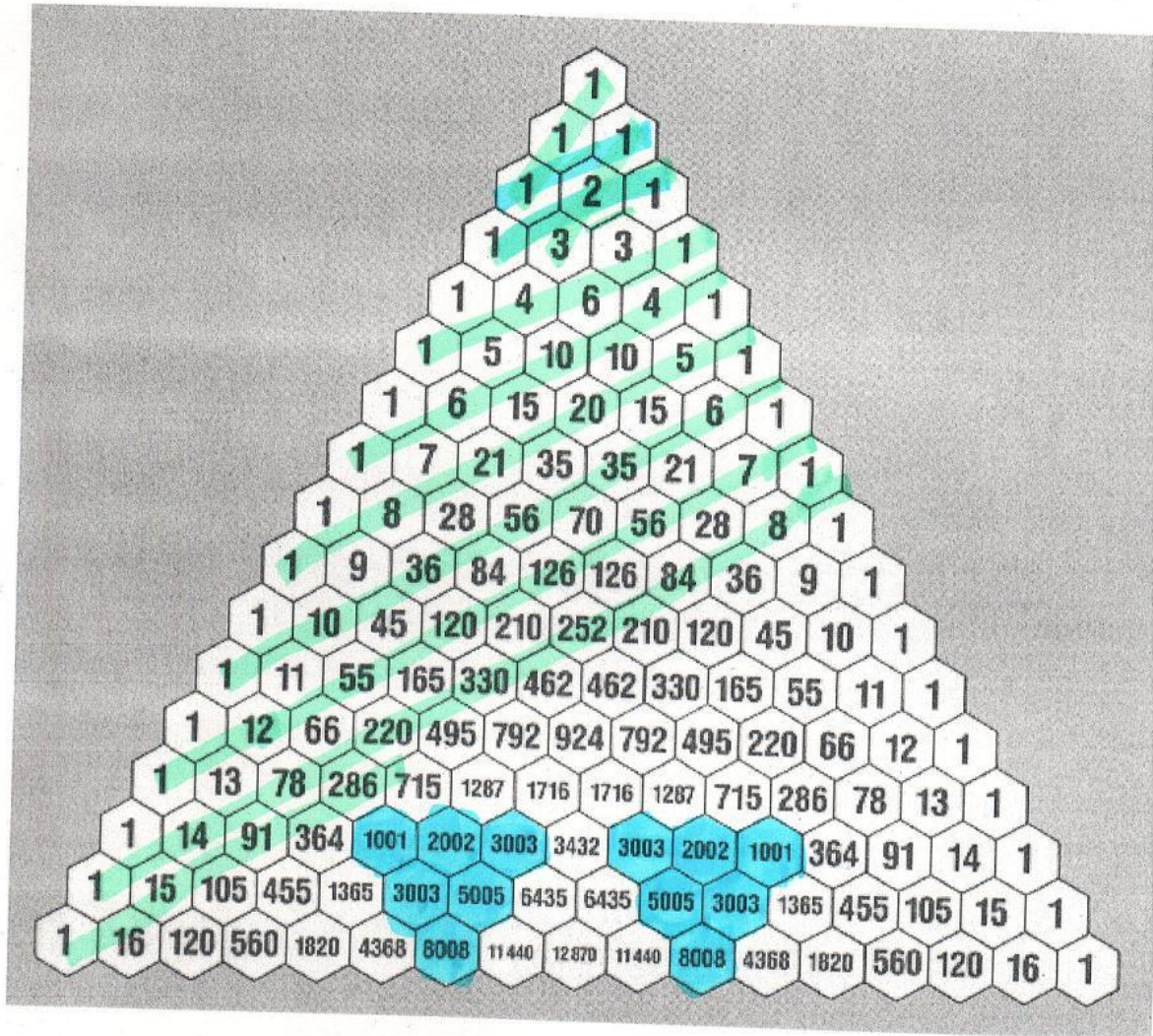
pair

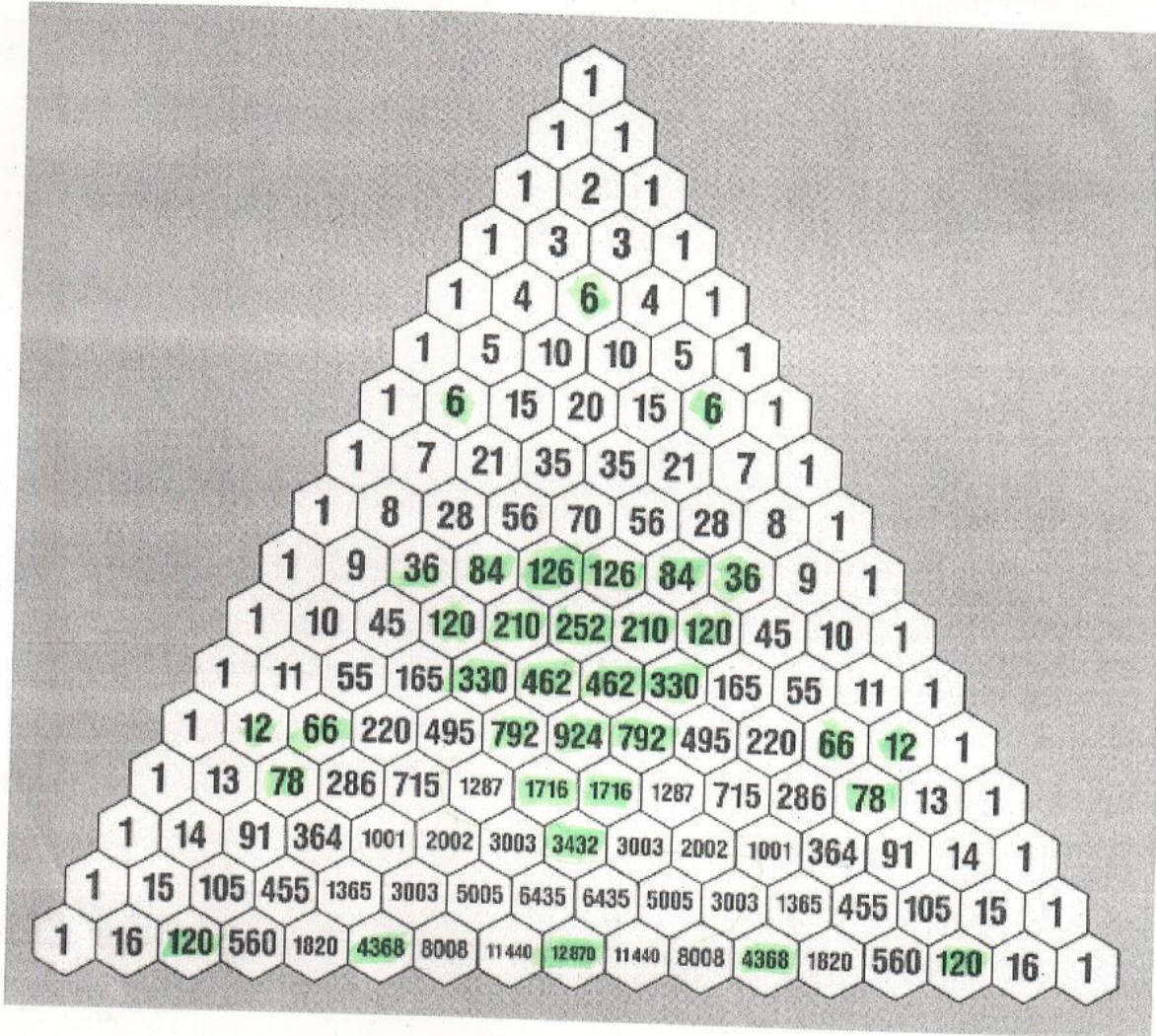


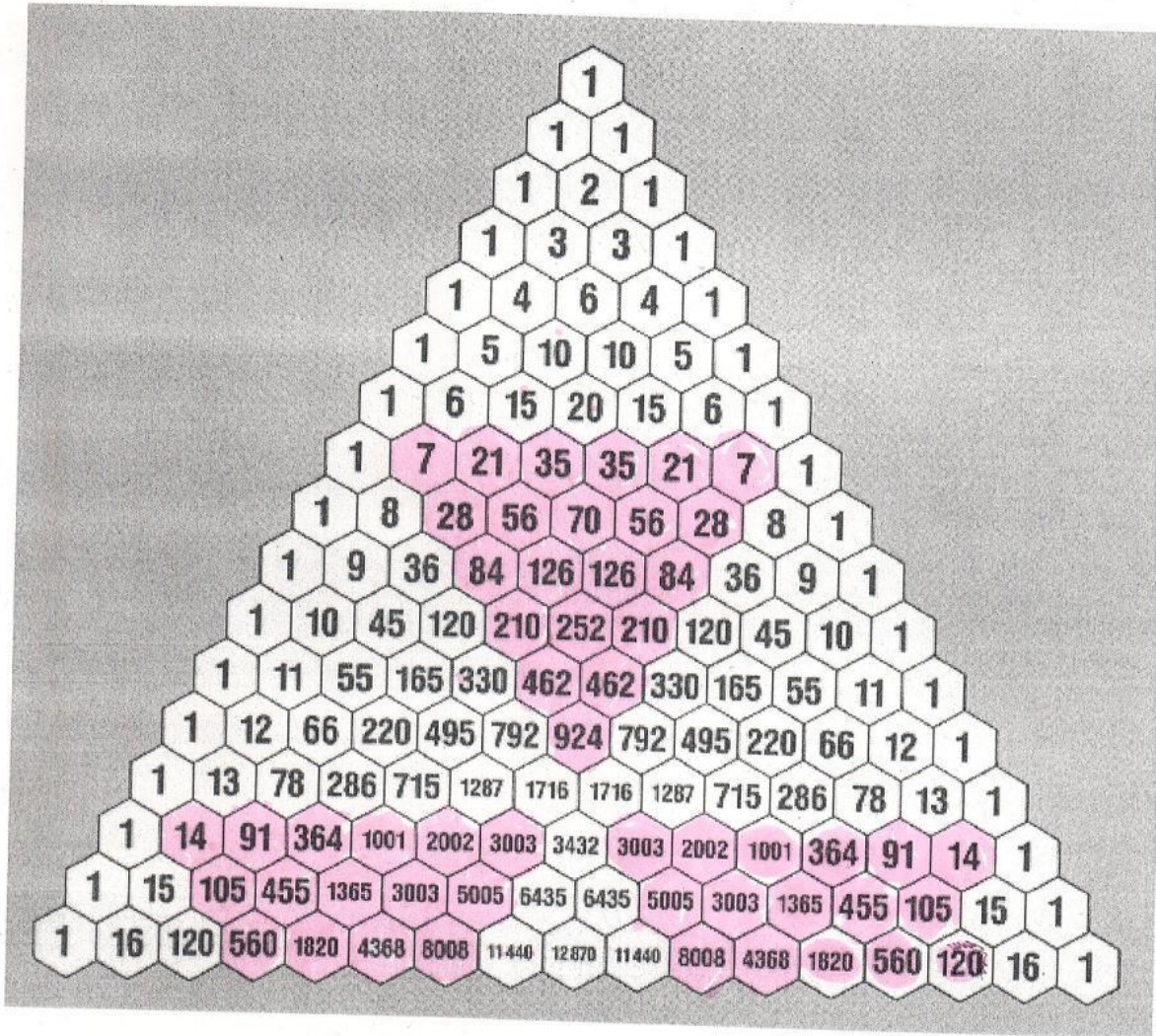
20

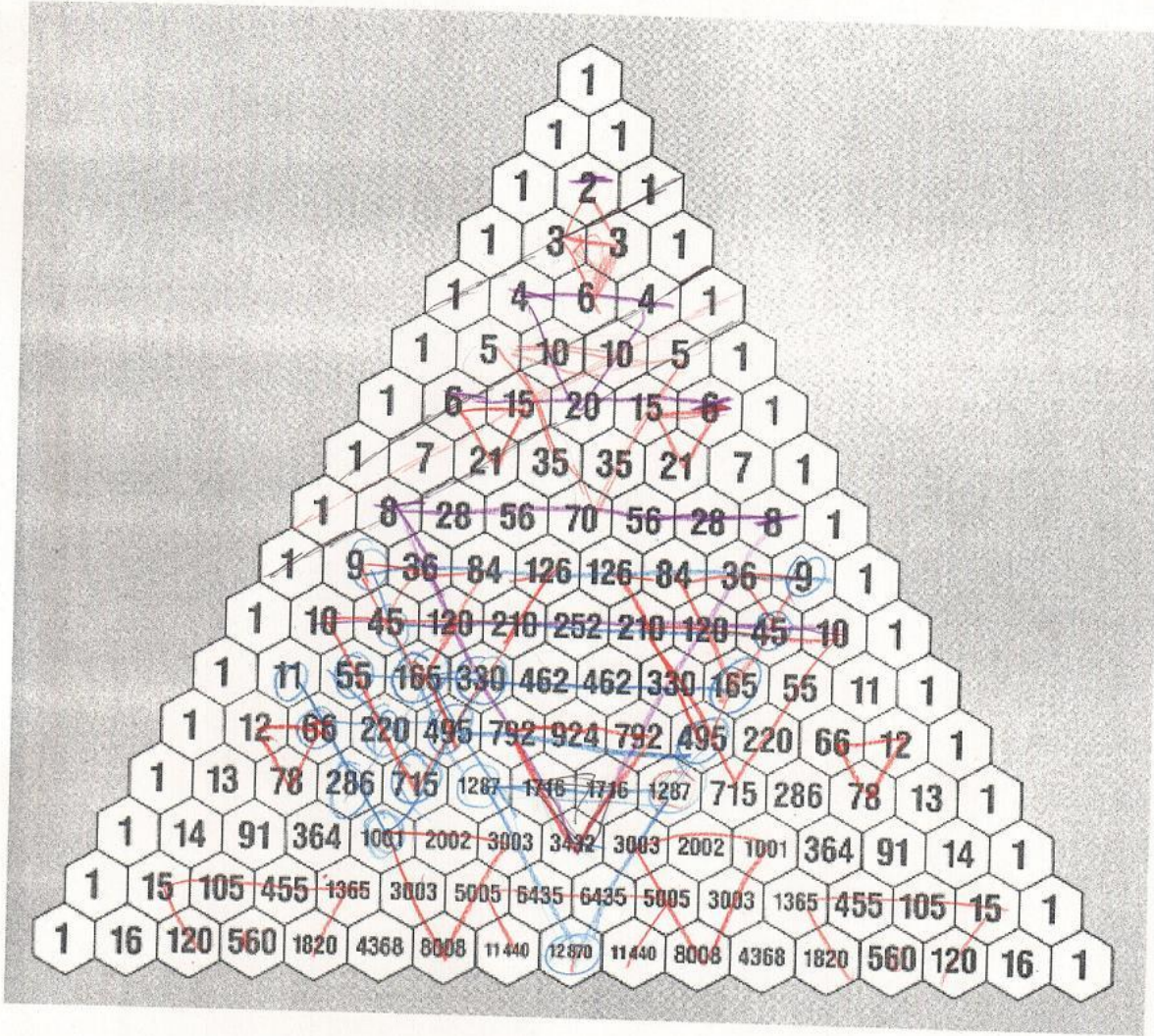


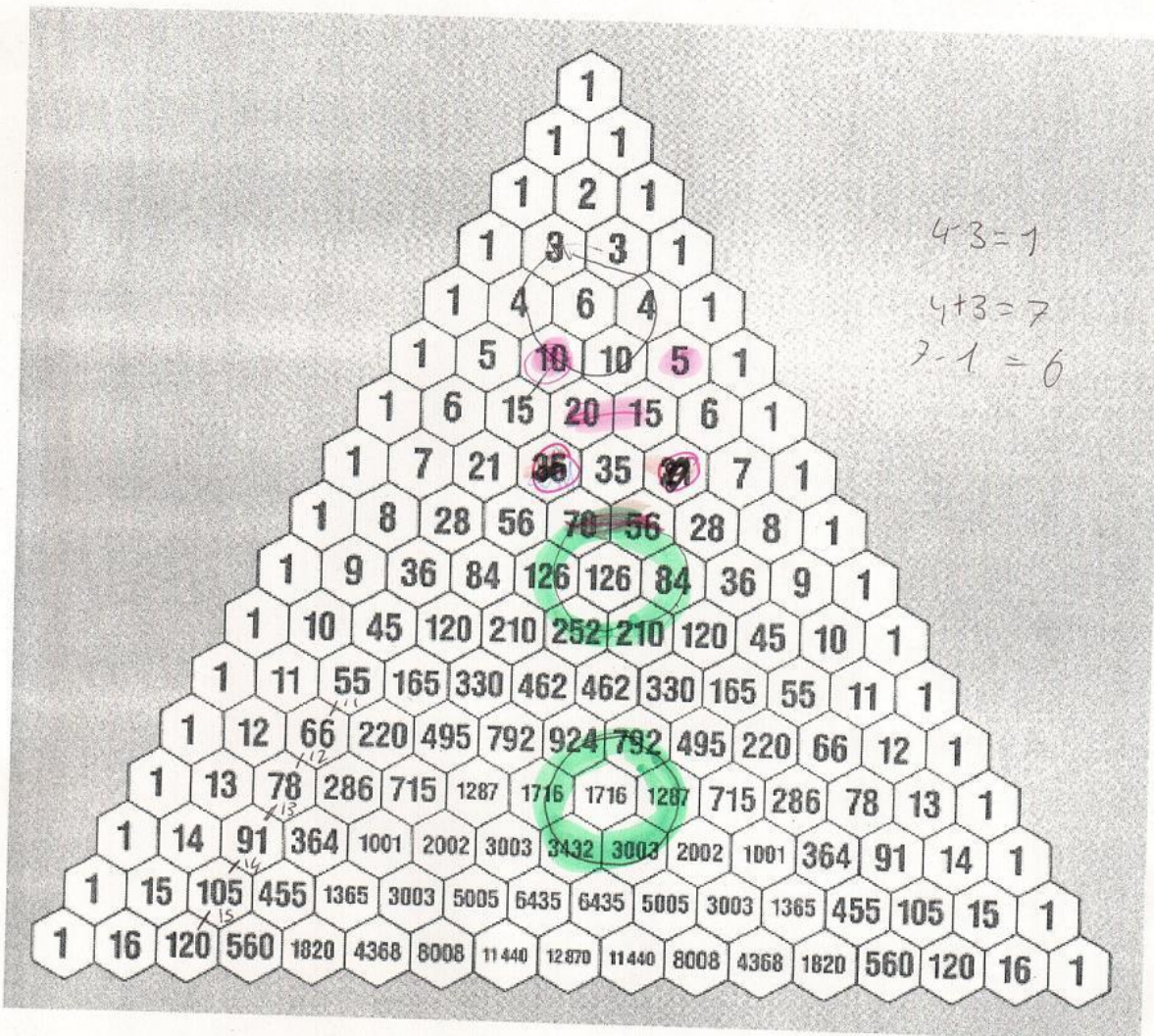






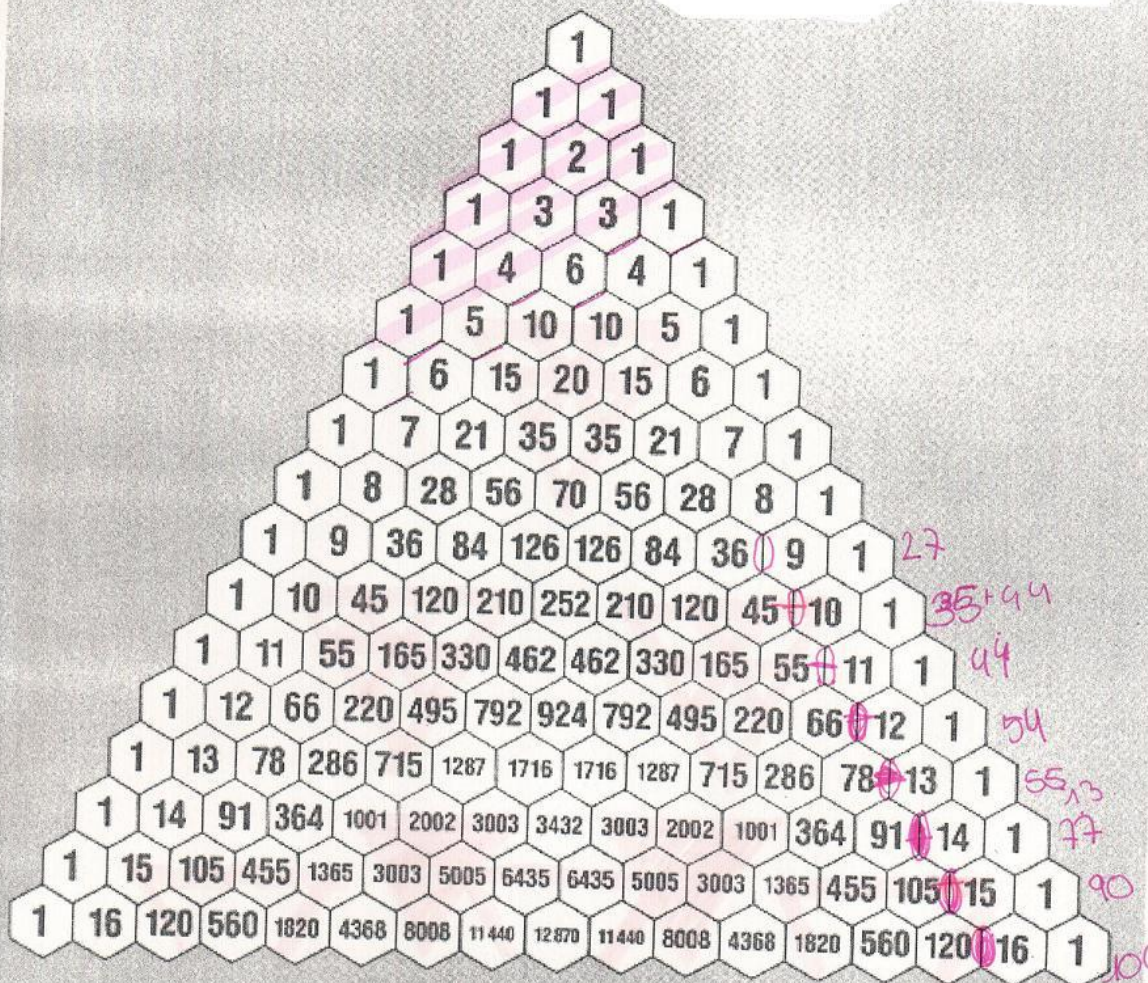




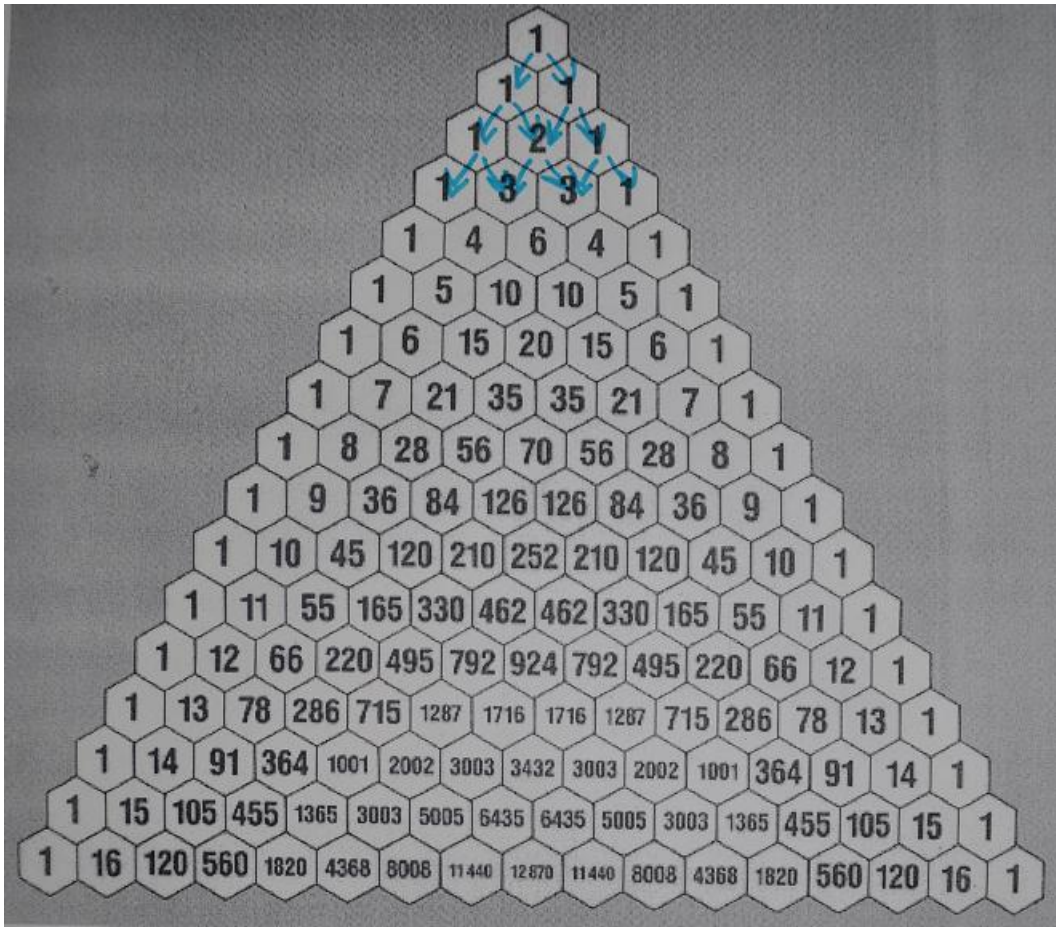


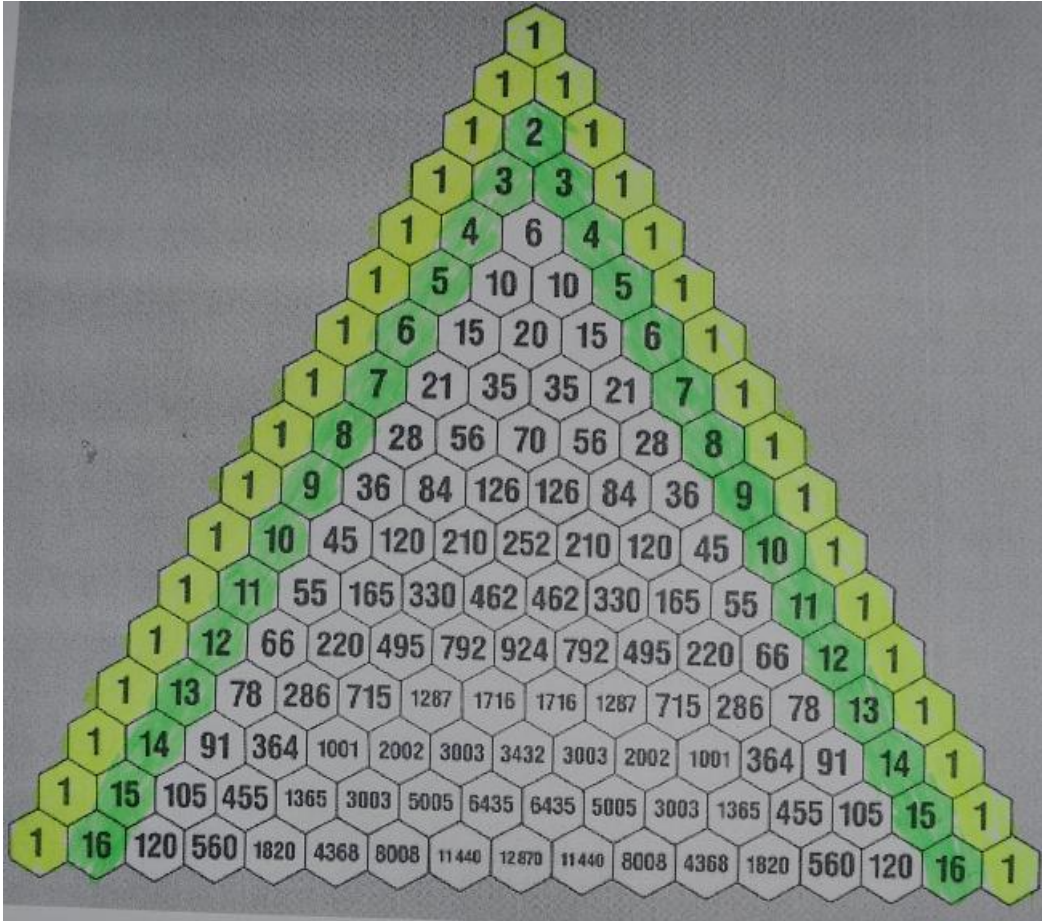
$4-3=1$
 $4+3=7$
 $7-1=6$

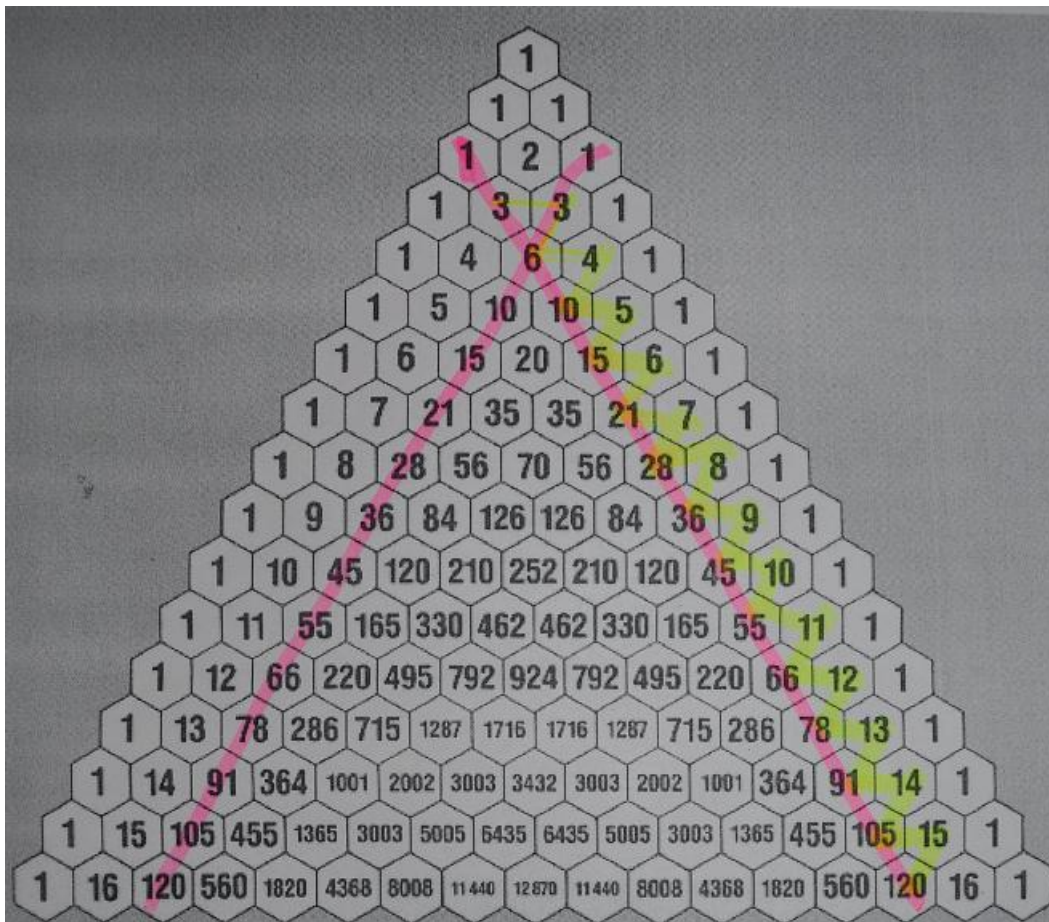
$3432 - 3003 = 429$



Travaux de mise au net :





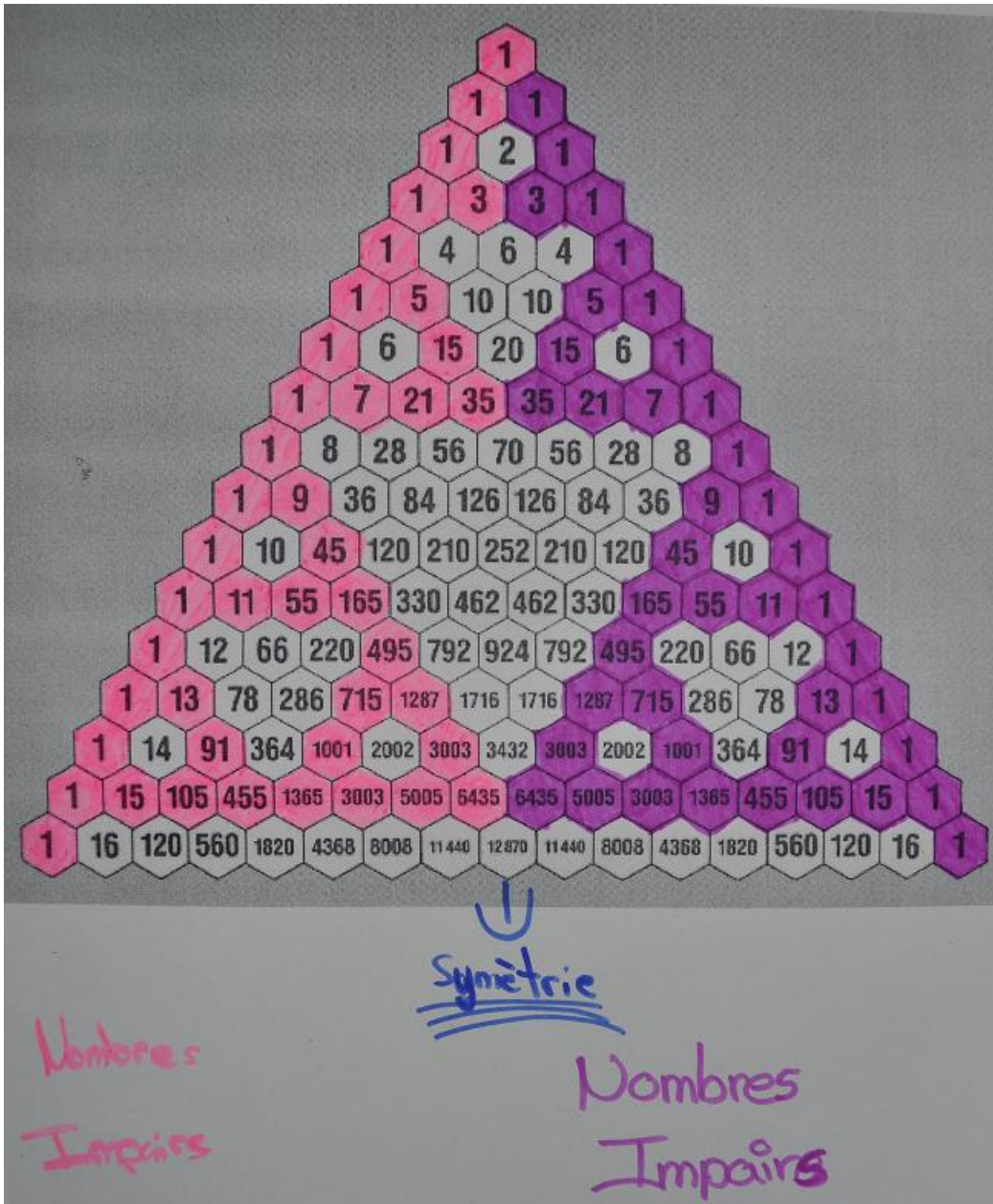


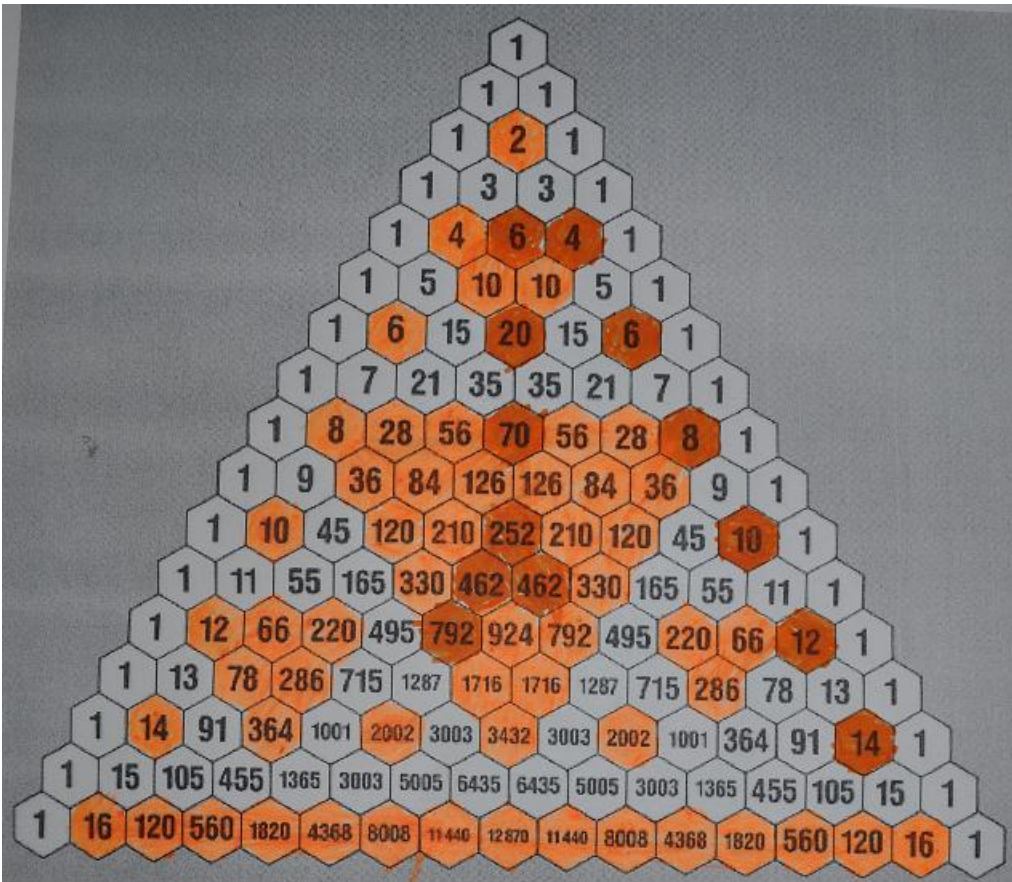
Rose

Nombres triangulaires

Exemples:

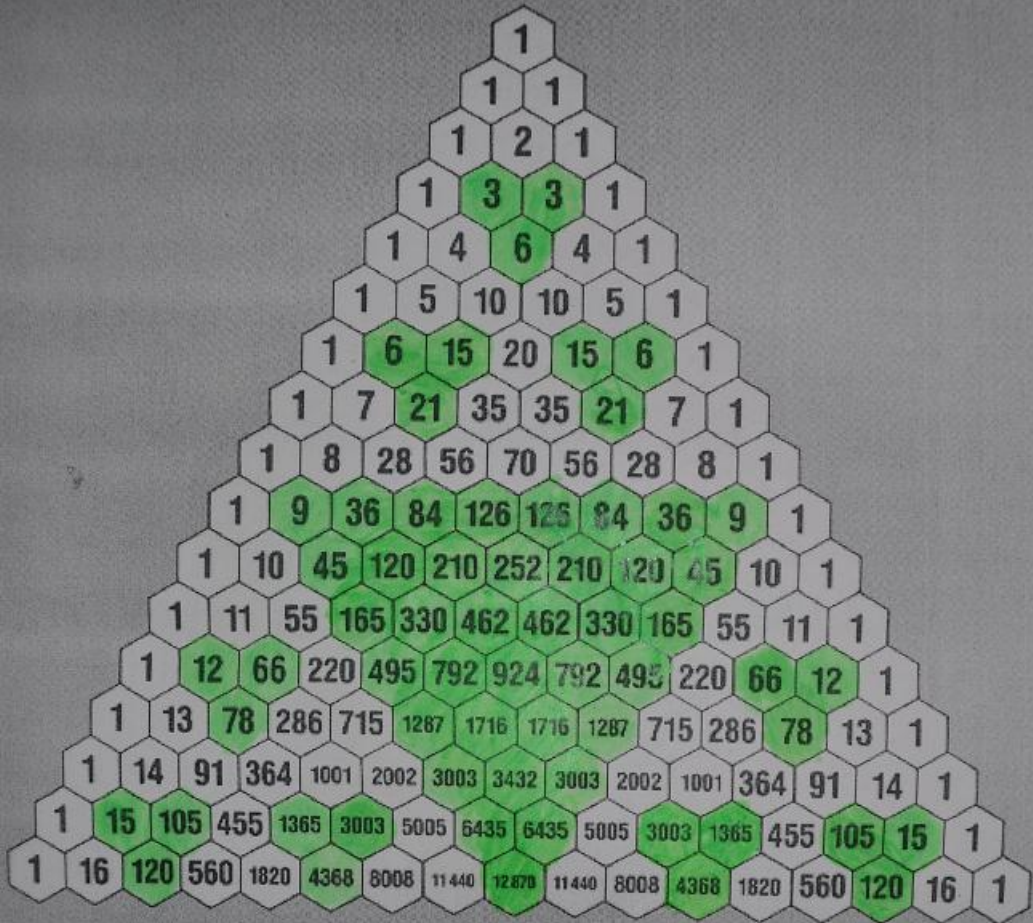
- 1
○
- 3
○○○
- 6
○○○
○○○
- 10
○○○
○○○
○○○
- 15
○○○
○○○
○○○
○○○



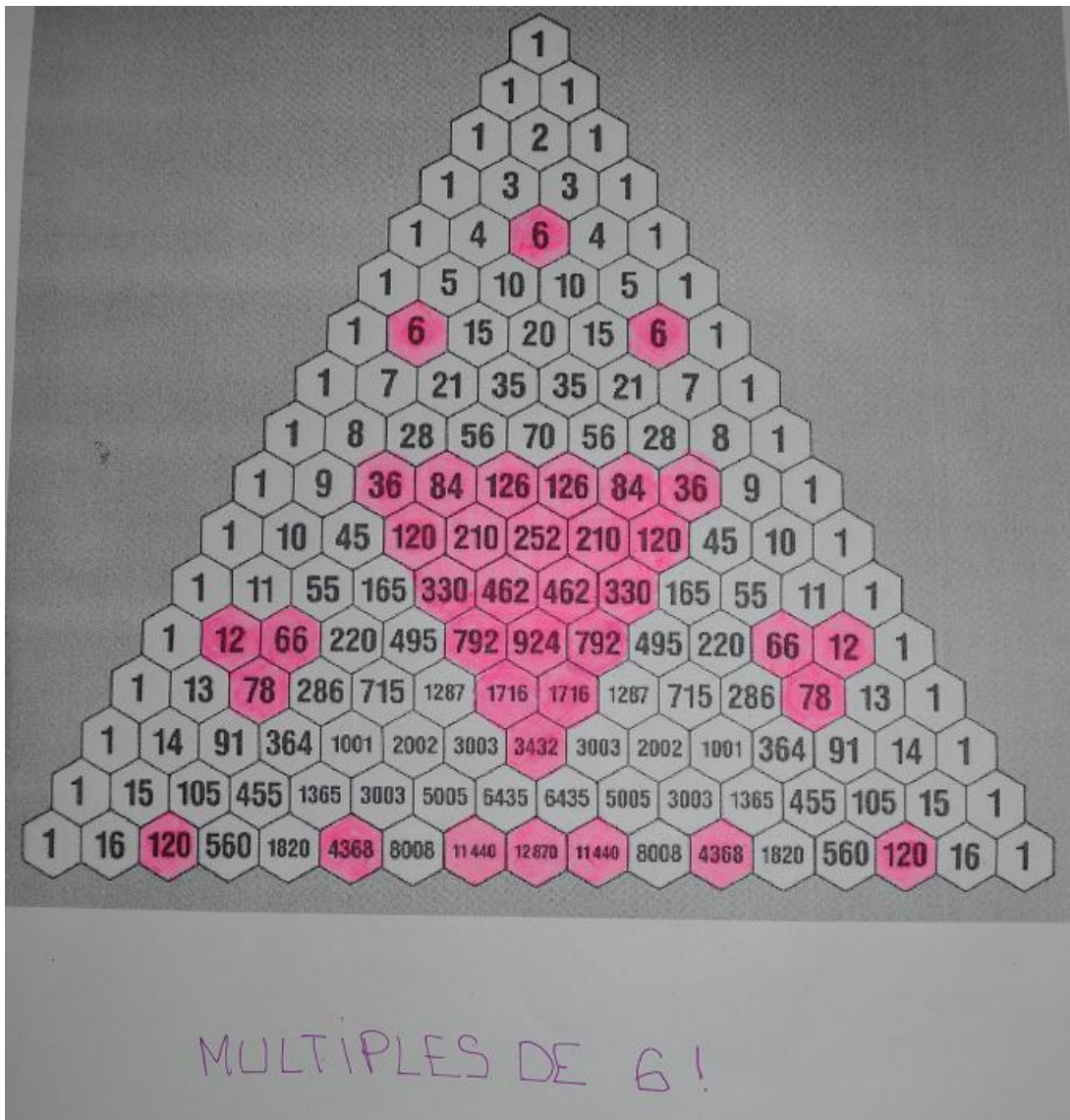


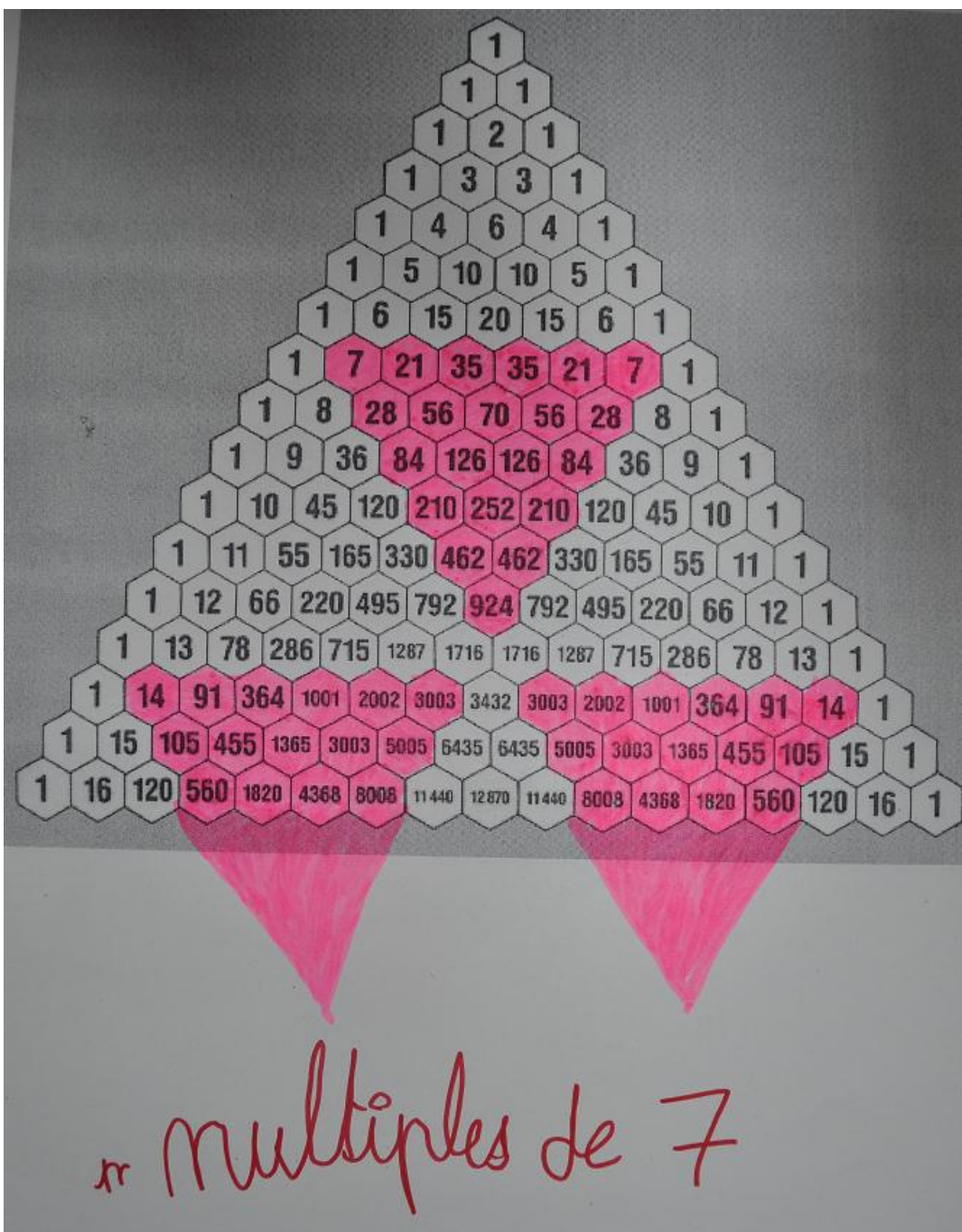
MÚLTIPLES DE 2

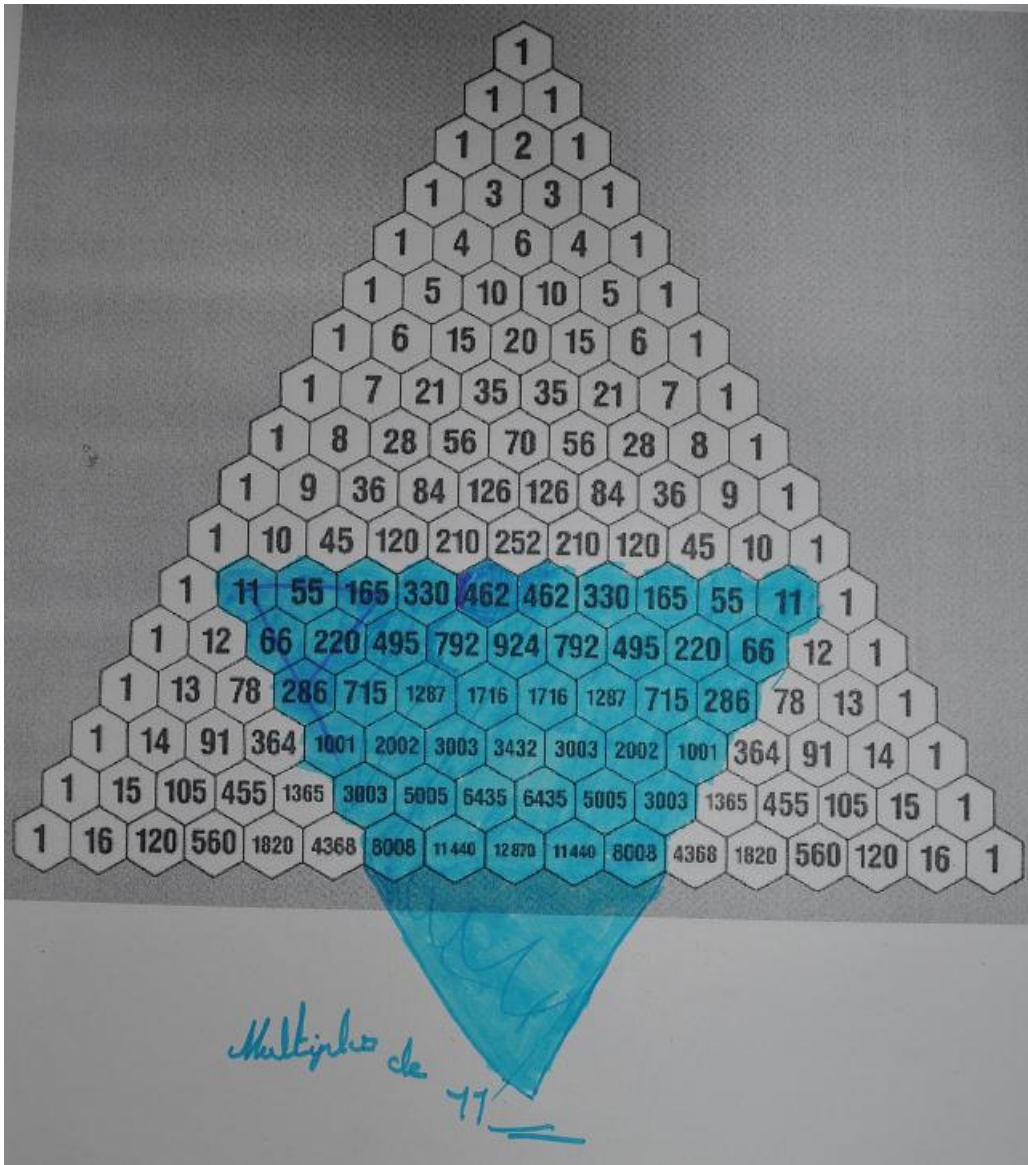
multiples de 3

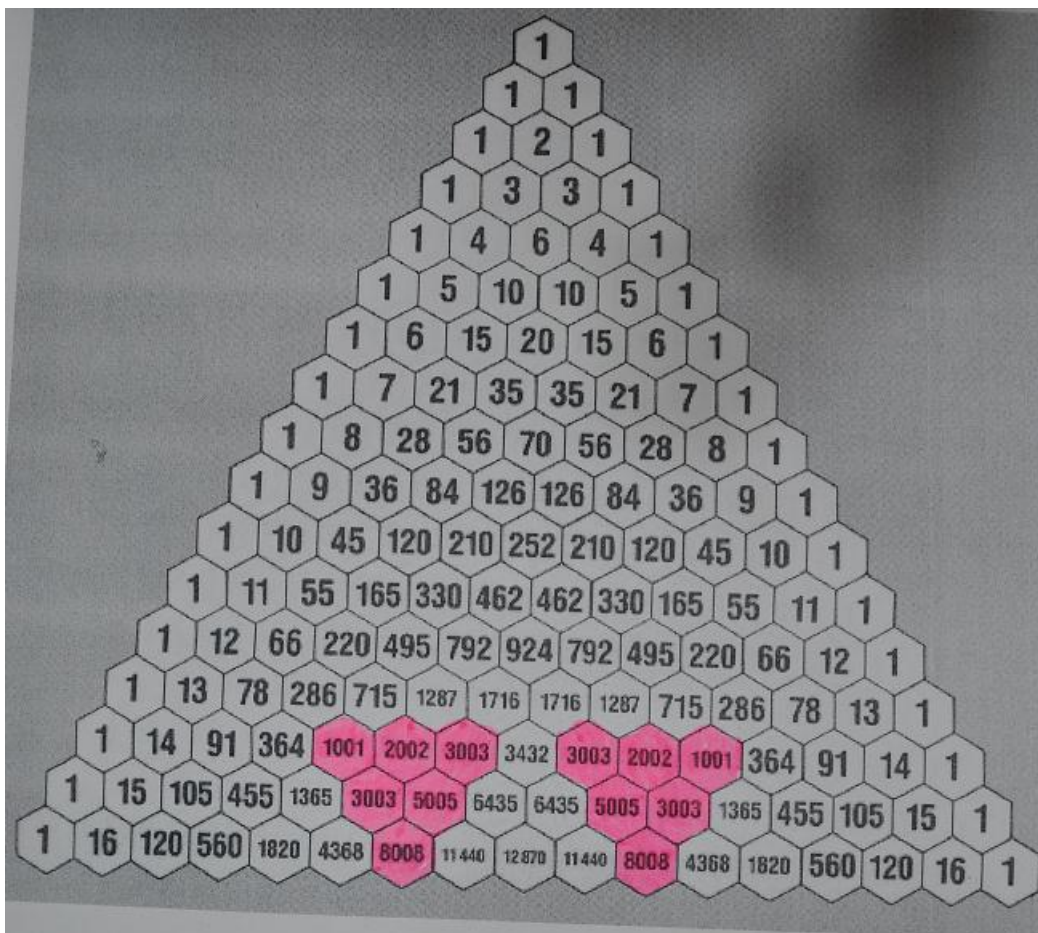


Multiples de 3*









Multiples de 1001

