L'analyse a priori : un outil pour la formation d'enseignants – exemple d'un jeu issu des manuels suisses romands de première année primaire

Dorier, Jean-Luc

Atelier B3

L'ANALYSE A PRIORI : UN OUTIL POUR LA FORMATION D'ENSEIGNANTS (EXEMPLE D'UN JEU ISSU DES MANUELS SUISSES ROMANDS DE PREMIERE ANNEE PRIMAIRE).

Jean-Luc DORIER
Faculté de Psychologie et de Sciences de l'Education
Université de Genève
Equipe DiMaGe
Jean-Luc.Dorier@unige.ch

Résumé
Le but de cet atelier est de montrer comment l'outil de l'analyse a priori tel qu'il a été développé par G. Brousseau (1998) dans la Théorie des Situations peut être utilisé en formation d'enseignants.
Après avoir rapidement présenté l'analyse a priori, l'auteur en développe l'intérêt en tant qu'aide à une prise de recul pour aborder des situations de classe. Ses propos sont ensuite illustrés par l'analyse d'une activité, le « dé basculé » proposée aux enfants de la Suisse Romande en première année primaire. Six variables didactiques sont dégagées et interrogées en regard des procédures et stratégies possibles, qui conduisent à identifier des conditions favorables de mise œuvre. La mise à jour de ces variables permet également à l'auteur de situer l'activité dans un ensemble plus large d'activités possibles.

1 INTRODUCTION

Le but que je poursuis dans cet atelier est de montrer comment l'outil de l'analyse a priori tel qu'il a été développé par G. BROUSSEAU (1998) dans la Théorie des Situations peut être utilisé en formation d'enseignants afin de permettre un travail de préparation d'activités existantes de façon distanciée.
Dans cet atelier, j'ai tout d'abord présenté aux participants quelques éléments de rappel sur ce qu'est l'analyse a priori en soulignant ce qui me semblait le plus important pour la formation. Je reprends ces éléments, dans la section 2 de cet article, en les enrichissant et les recentrant sur les questions débattues par les participants de l'atelier.
Dans un deuxième temps, j'ai présenté une activité sur l'addition issue des moyens d'enseignement suisses romands[1] pour la première année primaire sous la forme d'un jeu de dé. J'ai présenté cette activité ainsi que le contexte de la Suisse Romande et quelques considérations sur les jeux, que je ne reprendrai pas ici[2].
J'ai ensuite proposé aux participants de faire une analyse a priori d'une situation plus générale (décrite par moi) en montrant comment cette activité en était un cas particulier (comme la course à 20) pour un certain choix de valeurs des variables didactiques dégagées. Les participants devaient également dégager les objectifs d'apprentissage atteignables et les comparer à ceux affichés dans les moyens suisses romands d'où cette activité a été tirée.
Après avoir échangé sur les productions des participants et sur mes propres analyses, nous avons visionné quelques extraits d'une expérimentation menée à Genève avec une classe ordinaire de première année primaire sur l'activité du « dé basculé » afin de voir l'intérêt d'une telle analyse.
Nous avons conclu par un rapide débat sur les apports possibles en formation.

[1] En Suisse romande, les enseignants de mathématiques disposent d'un ensemble de sources officielles que l'on désigne sous le terme de « moyens », voir explications plus bas.
[2] Voir DORIER J.-L., MARECHAL C. (2008) Analyse didactique d'une activité sous forme de jeu en lien avec l'addition, Grand N, 82, 69-89.

2 QUELQUES RÉFLEXIONS SUR L'ANALYSE A PRIORI

Je ne reprendrai pas ici de façon systématique ce qu'est une analyse a priori renvoyant aux travaux de BROUSSEAU (1998), synthétisés dans une approche « abordable » dans BESSOT (2003). Je voudrais plutôt rappeler quelques points qui me semblent essentiels pour un usage en formation, visant à outiller des enseignants pour qu'ils abordent des activités de classe avec le recul suffisant pour une gestion la plus optimale possible. J'essaierai aussi de mettre à jour certains quiproquos assez répandus sur ce qu'est une analyse a priori (sans accent sur le « a » latin !).

2.1 Quelques précisions

Tout d'abord, il faut ici repréciser que « a priori » ne signifie pas « avant dans le temps », en tout cas par rapport à une réalisation en classe de l'activité. S'il y a bien une idée d'antériorité, elle se situe dans le processus dialectique de l'analyse.

Il s'agit en fait de définir un cadre (a priori) qui permet de penser l'activité dans sa généralité et d'offrir une sorte de grille d'analyse, permettant de mieux comprendre le travail des élèves (voire de l'enseignant). L'analyse a priori vise à donner des explications rationnelles aux comportements des élèves en termes de choix et de stratégies. Dans ce sens, tout ne peut pas toujours être anticipé, c'est pourquoi une première réalisation avec de « vrais » élèves amène souvent à rectifier certains points (parfois fondamentaux).

L'essentiel est qu'à partir de l'analyse a priori (en partie construite après une ou plusieurs pré-expérimentations), tout ce qui sera observé prenne sens en termes de comportement cognitif des élèves. L'analyse a posteriori est alors une lecture des observables à la lumière de la grille fournie par l'analyse a priori.

Il ne faut donc pas voir l'analyse a priori comme un produit fini qu'un bon chercheur se devrait de fournir après de longues heures de réflexion dans son bureau, mais comme un élément d'un processus d'élaboration d'une compréhension des enjeux d'apprentissage d'une situation.

Il existe donc un processus dialectique entre analyse a priori et observations, qui est au cœur de la spécificité du rôle de l'expérimentation dans la théorie des situations. C'est une des originalités de la Théorie des Situations par rapport à la plupart des approches théoriques sur l'enseignement des mathématiques[3]. Dans ce sens, la démarche de l'analyse a priori, surtout si on la pense comme un outil pour l'enseignant, correspond à une posture nécessitant de faire un pas de côté, de prendre un peu de distance par rapport à la réalité de la classe, mais aussi et surtout par rapport au savoir mathématique en jeu.

2.2 Analyse a priori et procédures d'élèves

On limite souvent l'analyse a priori à sa fonction de prédiction des procédures des élèves, mais en fait, la question qui est au cœur de l'analyse a priori est : « *avec tout ce que mes élèves savent et ce qu'ils ont à disposition* – le milieu – *comment la question que je leur pose ou le problème que je leur soumets peut-il prendre sens* – problème de dévolution – *et que doivent-ils apprendre de nouveau pour arriver à le résoudre ?* ». La question du sens est donc centrale ! Il ne s'agit pas seulement de trouver une activité qui permette aux élèves de faire des choses seuls, mais encore faut-il que ce qu'ils fassent leur apprenne des mathématiques !

L'analyse a priori offre un modèle explicatif du comportement des élèves en termes d'apprentissage et pose la question du sens de leur actions par rapport à un savoir visé. Il est donc important de bien distinguer dans l'analyse a priori cette dimension théorique qui permet de distinguer le contingent du nécessaire.

---

[3] On pourra à ce sujet consulter le cours de A. BESSOT à la 15e école d'été de didactique des mathématiques qui s'est tenue à Clermont Ferrand du 16 au 23 août 2009 et dont les actes devraient paraître en octobre 2010 à la Pensée Sauvage Editions.

Par exemple, cette distinction joue sur la différence entre procédure et stratégie. Une procédure se situe au niveau des observables et comporte donc de la contingence, c'est ce que fait un « vrai élève » avec ses contradictions et ses hésitations (sa psychologie propre). Une stratégie se situe au niveau d'un élève théorique, générique et s'explique entièrement en termes de connaissance.
C'est pourquoi l'analyse a priori discute des stratégies qui seront le modèle explicatif des procédures observées lors de l'expérimentation. Tout le jeu de l'analyse a posteriori consiste alors à expliquer les procédures à la lumière des stratégies.

2.3 Analyse a priori et variables

Un point essentiel de l'analyse a priori consiste à faire apparaître les choix qui sont faits en creux quand on propose une activité à des élèves. En effet, toute activité de classe comporte une part importante de choix qui sont faits plus ou moins délibérément, voire consciemment, par l'enseignant (ou les manuels avant eux). Ces choix ne sont pas coupables, ils sont inévitables, mais ils sont faits contre d'autres (possibles mais non retenus). Le propre de l'analyse a priori est de mettre à jour certains (on ne peut jamais tout embrasser) de ces choix, les autres alternatives et leurs conséquences en termes d'objectifs de savoir et de possibilité d'acquisition de connaissances. C'est ce qui est au coeur de la détermination des variables didactiques.
Rappelons que l'explicitation de variables didactiques est un moyen de mettre à jour les choix qui peuvent être faits par l'enseignant (ou le manuel) dans la conception d'une activité de classe. Un enseignant ne peut par exemple pas changer l'âge de ses élèves, ce n'est donc pas une variable didactique, mais il peut choisir de les faire travailler individuellement ou en petits groupes, gérer les temps de mise en commun… ce sont des variables didactiques qui portent sur la gestion didactique. Il peut aussi choisir les valeurs numériques qui interviennent dans l'activité ou le nombre de données, etc.
A chaque variable didactique dégagée est associé un ensemble de valeurs. La pertinence de ces différentes valeurs s'évalue à l'aune de ce qu'elles modifient dans la hiérarchie des stratégies possibles pour résoudre la tâche. Cette hiérarchie porte sur l'accessibilité, le coût ou la validité des stratégies. C'est bien ce qui fait le caractère didactique d'une variable et de l'ensemble des valeurs qui lui est associé.
Ainsi, quand on réalise une analyse a priori, il existe une dialectique constante entre la mise en évidence des variables, les groupes de valeurs pertinentes et l'ensemble des stratégies possibles avec une discussion sur leur accessibilité, leur coût et leur validité par rapport à la tâche proposée. Cette dialectique qui se construit au fur et à mesure est souvent difficile (voire impossible) à rendre dans la rédaction finale d'une analyse a priori, qui en écrase nécessairement le côté dynamique. C'est pourquoi un atelier comme celui proposé ici est important, pour permettre de rendre compte du processus d'élaboration essentiel dans une démarche formative.
Dès qu'une variable est dégagée, l'activité analysée rentre dans un ensemble plus large d'activités dont elle est un cas particulier correspondant à un choix de valeur de chacune des variables dégagées.
C'est ainsi que l'on peut prendre de la distance par rapport à l'activité proposée en prenant conscience des choix opérés et de leurs implications tant sur la signification du savoir visé que sur les stratégies accessibles, leur coût et leur validité. Du point de vue théorique, on peut dire que l'activité est une instanciation d'une situation. Une situation est un objet du modèle, donc de la théorie.

2.4 La théorie des situations

La Théorie des Situations propose une modélisation de l'action de l'élève où celui-ci interagit avec un milieu a-didactique : l'enseignant propose une situation didactique qui permet de dévoluer aux élèves une situation a-didactique, lui permettant s'il résout la tâche d'accéder à une nouvelle connaissance, sans que sa réponse ne relève d'une injonction didactique. L'élève fait ce qu'il fait pour des raisons strictement de l'ordre du savoir mathématique, pas pour faire plaisir à son enseignant, ni pour lui obéir.
Je me contenterai ici de cette description sommaire du modèle théorique renvoyant aux publications citées plus haut pour plus de détails. Je voudrais cependant préciser un point qui me semble important et qui est souvent mal compris en formation. En effet, on dit que le milieu avec lequel l'élève interagit

doit être antagoniste pour assurer le caractère a-didactique. Ce terme d'antagoniste montre bien que ce n'est pas à l'enseignant de donner les moyens d'accéder à la bonne réponse (injonction didactique ou effet Topaze), mais que c'est un peu plus subtil. Le milieu lui-même doit résister, c'est-à-dire qu'il ne doit pas permettre à l'élève de trouver la bonne réponse en évitant d'apprendre ce qui est visé. Je prendrai un exemple pour mieux me faire comprendre.

2.5 L'exemple des « boîtes d'allumettes »

BRIAND et al. (1999-2000) ont mis au point une situation pour faire travailler l'énumération aux élèves de maternelle connue sous le nom des « boîtes d'allumettes ». Rapidement pour les lecteurs qui ne connaîtraient pas, l'énumération est tout ce qui ne relève pas du numérique en jeu dans une activité de dénombrement. C'est ce que qui est nécessaire pour organiser une collection dont on doit compter les éléments. La situation des boîtes d'allumettes permet de travailler l'énumération avec de jeunes enfants sans qu'il y ait à compter.

On donne aux élèves des boîtes d'allumettes vides percées sur les deux côtés et un récipient avec plusieurs allumettes. L'élève doit mettre dans chaque boîte, sans l'ouvrir, une allumette et une seule, quand il déclare avoir fini, la maîtresse ouvre les boîtes, s'il y a bien effectivement une et une seule allumette dans chacune, il a gagné, sinon il a perdu (validation par rétroaction du milieu).

Ce qui est visé ici c'est que l'élève apprenne à organiser la collection des boîtes de façon à savoir celles qui sont remplies et celles qui sont encore à remplir.

Bien entendu, on doit organiser un milieu de façon à ce que la mémorisation simple soit mise en défaut. Ceci conduit au niveau des choix de valeurs de certaines variables par exemple à mettre suffisamment de boîtes, à les prendre ou les rendre identiques (masquer les dessins éventuels), etc.

Mais il y a aussi une variable importante dont les différentes valeurs vont influer sur l'aspect antagoniste du milieu et qui vont rendre inaccessibles certaines stratégies (fortuites) que l'on veut éviter. Cette variable porte sur la *disposition* des boîtes sur la table où se réalise la tâche.

En effet, si les boîtes sont à l'autre bout de la table par rapport à l'enfant et qu'il peut les atteindre en étendant le bras, et que l'espace devant lui est libre (c'est une valeur de la variable « disposition des boîtes sur la table ») pour remplir les boîtes, il y a de fortes chances que l'élève étire le bras, prenne une boîte, mette une allumette dedans et ensuite repose la boîte devant lui (parce que c'est plus simple) et ainsi de suite. Ainsi l'élève va réussir, mais rien n'assure qu'il ait pris conscience de la nécessité d'organiser sa collection en deux tas (boîtes pleines, boîtes vides) ; il le fait « naturellement » parce que le milieu le suggère. On est ici typiquement dans un cas où un choix de valeur pour une variable didactique ne permet pas d'installer un milieu suffisamment antagoniste pour écarter une stratégie gagnante, mais non porteuse de la connaissance visée. Ce serait la même chose si on mettait les boîtes en tas les unes sur les autres.

Ici un choix adapté consiste à mettre les boîtes proches de l'élève réparties sans alignement et de façon à ne pas laisser d'espace vide où l'enfant pourrait poser les boîtes pleines sans que ce soit un choix délibéré. Ce n'est que par ce choix de valeur de la variable sur la disposition des boîtes que l'on s'assure d'un milieu suffisamment antagoniste pour que la stratégie gagnante soit à coup sûr porteuse de la connaissance visée, autrement dit nécessite que l'élève prenne conscience de la nécessité de mettre à part les boîtes déjà remplies.

Ces quelques rappels étant faits, je vais passer à l'analyse d'une activité issue des moyens d'enseignement de première année primaire de Suisse Romande, mais avant tout je présente dans la section suivante quelques particularités du contexte de la Suisse Romande.

3 PRÉSENTATION DU CONTEXTE DE LA SUISSE ROMANDE

En Suisse Romande, depuis la période des mathématiques modernes (1972), les enseignants du primaire disposent de « moyens d'enseignement » officiels et communs à tous les cantons francophones de Suisse[4]. Avec les plans d'études, ils déterminent la seule source officielle pour organiser l'enseignement des mathématiques. Ils peuvent être éventuellement complétés par quelques documents cantonaux issus de diverses instances officielles dépendant plus ou moins directement des *Départements de l'Instruction Publique*, qui peuvent apporter quelques éclairages complémentaires. La dernière édition de ces moyens COROME[5] a été publiée entre 1997 et 2002.

Pour les degrés 1P-4P (4 premières années de l'enseignement primaire, élèves de 6 à 10 ans), les moyens comprennent :

- un fichier, avec en plus en 3/4P un livre de l'élève par degré ;
- un fichier du maître par degré ;
- un classeur de commentaires didactiques (commun pour les 4 degrés).

Enfin, un fichier de formes prédécoupées (par élève), et divers matériels pédagogiques à disposition pour chaque classe viennent compléter le tout.

Ainsi ces « moyens d'enseignement » ne sauraient se réduire à un manuel au sens où on l'entend en France par exemple.

Sur la forme, les moyens COROME ont été conçus de sorte à ne pas enfermer les enseignants dans une progression déterminée ou des choix exclusifs sur l'organisation des apprentissages, comme le soulignent les auteurs dans l'introduction des commentaires didactiques :

Parmi les soutiens offerts au maître pour le seconder dans sa tâche, les moyens d'enseignement occupent une place importante. Ce ne sont néanmoins que des aides parmi d'autres, pour atteindre les objectifs déterminés par les programmes officiels. Ce serait accorder trop de poids au document écrit et sous-estimer la responsabilité et les compétences professionnelles du maître que de les confondre avec des directives légales, voire une doctrine imposée. On considère d'ailleurs ces moyens comme des « ouvrages ressources ». (GAGNEBIN et al. 1998, 10).

Les fichiers et livres de l'élève se présentent ainsi comme une succession d'activités réparties dans 6 à 8 modules correspondant au découpage du plan d'études. Le fichier du maître présente une introduction pour chaque module visant à en définir les objectifs et reprend chaque fiche et exercice des documents élèves avec quelques commentaires sur l'organisation, les objectifs, les stratégies possibles des élèves et des prolongements envisageables. Les activités à l'intérieur d'un même module ne sont pas hiérarchisées et c'est à l'enseignant d'organiser sa progression. Aucun élément de « cours » n'est donné. Il est donc clair qu'une part importante du travail de préparation est laissée entièrement à l'initiative et à la charge des enseignants[6].

Par ailleurs, les moyens mis en place à partir de 1998 s'inscrivent dans le paradigme de la résolution de problèmes[7], et surtout dans les petits degrés, une part importante des activités se présente sous la forme de jeux.

Dans son enquête sur le rapport des enseignants de Suisse romande aux innovations, TIECHE-CHRISTINAT (2001) relève que les jeux sont souvent retenus en fonction du plaisir (supposé) qu'ils provoquent en classe, mais que les contenus mathématiques qu'ils permettent d'aborder ne sont pas

[4] Ce qui ne veut pas dire nécessairement que l'enseignement des mathématiques est identique dans tous les cantons. L'enseignement restant entièrement une prérogative des gouvernements cantonaux, des distinctions plus ou moins fortes peuvent exister, sur les volumes horaires, les découpages en cycles, ou les choix de contenus, etc…

[5] COmmission ROmande – Moyens d'Enseignement et d'apprentissage, désignée par des instances officielles inter-cantonales.

[6] Plusieurs enquêtes et travaux de recherche ont analysé le rapport des enseignants primaires aux moyens et la façon dont ils se les approprient. Notre équipe DiMaGe est en train de travailler à un projet dans ce sens.

[7] Les travaux de l'équipe ERMEL ont été une source d'inspiration importante dans la rédaction de ces moyens.

centraux. On sait par ailleurs, que tous les enfants n'apprécient pas les jeux qu'on leur impose en classe de mathématiques et que leurs aspects ludiques sont diversement perçus. La situation est donc périlleuse et il n'est pas acquis qu'un jeu soit toujours le meilleur moyen d'arriver à faire apprendre dans une ambiance ludique.
Il n'est pas inutile de rappeler un des principes fondateurs de la théorie des situations :
On ne fait des mathématiques que lorsqu'on s'occupe de problèmes mais on oublie parfois que résoudre des problèmes n'est qu'une partie du travail ; trouver de bonnes questions est aussi important que leur trouver des solutions. Une bonne reproduction par l'élève d'une activité scientifique exigerait qu'il agisse, qu'il formule, qu'il prouve, qu'il construise des modèles, des langages, des théories, qu'il les échange avec d'autres, qu'il reconnaisse celles qui sont conformes à la culture, qu'il lui emprunte celles qui lui sont utiles, etc.
Pour rendre possible une telle activité, le professeur doit donc imaginer et proposer aux élèves des situations qu'ils puissent vivre et dans lesquelles les connaissances vont apparaître comme la solution optimale et découvrable aux problèmes posés. (BROUSSEAU 1986, 35) ou (BROUSSEAU 1998, 49).

Lors d'une journée d'étude[8], des acteurs du système éducatif suisse romand et des invités étrangers se sont intéressés à plusieurs activités présentes dans les moyens qui se présentent sous forme de jeu.
Dans leur conclusion, les auteurs soulignent que les études dans ce sens sont à poursuivre. Dans un article publié dans Grand N[9], nous avons tenté de répondre modestement à cette invite, en présentant une réflexion sur une activité de première année primaire, le « Dé basculé », qui se présente sous la forme d'un jeu de dé à deux joueurs. Cette activité ne fait pas partie de celles qui ont été discutées dans le document précédent.
J'ai proposé aux participants de l'atelier de faire une analyse a priori de cette activité.

4 ANALYSE A PRIORI DU DÉ BASCULE

4.1 Présentation

Cette activité est proposée en première année primaire dans le module 3 « *Des problèmes pour connaître l'addition* », dans l'introduction duquel elle est présentée comme se rapportant à la rubrique « *Additionner et soustraire en situation* » et plus précisément à l'objectif « *Obtenir 20 en additionnant plusieurs nombres* ». C'est d'ailleurs la seule activité qui corresponde à cet objectif précis alors qu'il n'est jamais fait état d'additions dépassant 20 dans toute la rubrique.
Voici la fiche du maître (celle de l'élève ne contient sur une feuille A4 que le texte de la consigne en plus gros caractères et un dessin de dés, laissant ainsi la place éventuellement pour écrire sans que ce soit explicitement demandé) :

[8] À l'initiative de l'Institut de Recherche et de Documentation Pédagogique (IRDP), cette journée s'est tenue à Neuchâtel le 30 novembre 2001. Les actes de cette journée (JAQUET & TIECHE-CHRISTINAT, 2002) rendent comptent de l'ensemble de ces travaux.
[9] Voir DORIER J.-L., MARECHAL C. (2008)

Le dé basculé

Description

Nombre d'élèves : 2

Matériel

- fichier de l'élève p. 53
- un dé

Règles

Un élève lance le dé et annonce le nombre de points obtenus.

L'autre bascule le dé sur l'une des quatre faces latérales et additionne les points de la face du dessus au premier nombre annoncé. Le jeu continue ainsi, chacun, à tour de rôle, basculant le dé et additionnant les points de la face supérieure.

Le premier qui atteint 20 gagne la partie.

Gestion

Prolongements

- Partir du nombre 20 pour atteindre 0.
- Celui qui dépasse 20 gagne la partie.
- ...

4.2 Analyse a priori

Une analyse a priori consiste à faire entrer une activité dans une ensemble plus vaste de situations, dont elle est un cas particulier pour un certain choix de valeurs des variables didactiques. Dans ce sens, j'ai proposé aux participants de l'atelier de faire une analyse de la situation plus générale que l'on peut présenter sous la forme d'un jeu à deux joueurs :

À tour de rôle, chaque joueur choisit ou tire au hasard (ça peut dépendre des coups) un nombre parmi un certain ensemble E_i (i étant le numéro du coup qui est joué) que l'on additionne au total du coup précédent. Le joueur qui atteint ou dépasse une valeur N fixée au départ a gagné.

Comme l'activité du dé basculé, une course à N est un cas particulier de cette situation pour un certain choix de valeurs des variables didactiques de cette situation.
La tâche proposée aux participants était la suivante :

Dégager les variables didactiques de cette situation en discutant des valeurs possibles de ces variables et de leur influence sur la hiérarchie des stratégies et du savoir visé.
On examinera à la lumière de cette analyse les enjeux possibles en termes d'acquisition de connaissances de l'activité du dé basculé.

Je ne peux rendre compte ici du détail des débats, je me contenterai donc de donner les principaux résultats[10].

4.2.1 Variables didactiques

On peut dégager six variables didactiques.
- Tout d'abord deux variables générales sur les règles du jeu :
Vdép : elle prend deux valeurs « oui » ou « non », selon que l'on accepte ou non de dépasser la valeur

[10] Voir DORIER J.-L., MARECHAL C. (2008) pour plus de détails.

cible. Dans le premier cas, le gagnant est le premier joueur qui a réussi à atteindre ou dépasser N. Sinon, on considère que l'on ne peut jamais dépasser N, et que le gagnant est celui qui atteint exactement N. Dans ce dernier cas, certaines parties peuvent éventuellement ne pas permettre de déterminer de gagnant (je reviendrai sur ce point).
VN : c'est la valeur que l'on donne à N, le nombre à atteindre.
- Puis deux variables qui peuvent changer de valeur à chaque coup :
VHasard : elle prend deux valeurs « oui » ou « non », selon que le nombre qu'on ajoute est tiré au hasard ou choisi par le joueur.
VE$_i$: c'est l'ensemble des nombres où l'on tire au hasard ou choisit au coup i. Notons que cet ensemble peut dépendre éventuellement de l'issue du coup (i-1), comme cela est proposé dans l'activité du « Dé basculé », puisque si un joueur vient de choisir (ou tirer au hasard) le 3 par exemple, ni le 3, ni le 4 sont possibles au coup suivant (puisque la somme des points sur deux faces opposées d'un dé fait toujours 7).
Ces quatre variables ainsi que la règle qui détermine comment on décide des valeurs des deux dernières à chaque coup constituent les règles du jeu.
- Il reste encore deux variables plus circonstancielles :
La première, **VMat**, porte plus sur les aspects matériels du jeu, selon que les nombres sont figurés sur des cartes, sur des dés, par des jetons, etc… ou encore seulement écrits en chiffres ou énoncés à l'oral.
Et enfin, la variable **VEcrit** selon que les joueurs ont la possibilité de noter les sommes obtenues et de faire les calculs par écrit, ou qu'au contraire, ils doivent mémoriser la somme et faire tous les calculs mentalement. On a vu que la valeur de cette variable n'était pas fixée dans l'activité du « Dé basculé », elle est laissée au libre-arbitre de l'enseignant.
Cette liste de variables n'est sûrement pas exhaustive et comprend une part d'arbitraire, de même que mon choix d'énoncé d'une situation générale a déjà bloqué certains choix possibles, comme le nombre de joueurs par exemple. L'important est ici de faire apparaître cette activité comme un cas particulier d'un ensemble de situations plus générales, il pourrait y avoir plusieurs pistes. Celle que je propose s'appuie sur une analyse du contexte scolaire auquel on s'intéresse et des observations. Je vais à présent justifier nos choix en montrant comment ils éclairent l'analyse de l'activité.

4.2.2 Connaissances en jeu, savoirs visés et stratégies

Je vais distinguer deux niveaux d'analyse. Le premier concerne les stratégies locales qui permettent aux joueurs de réaliser l'addition à chaque étape, alors que le deuxième concerne le niveau plus global du jeu, et donc les stratégies de choix du nombre à chaque étape.

4 Réaliser l'addition

La valeur de VN détermine le plus grand nombre accessible dans le champ des additions. Au niveau de la première année primaire, le choix de 20 semble raisonnable.
L'ensemble E_i, détermine les nombres à ajouter. En première année primaire, beaucoup d'élèves ont encore recours à un sur-comptage sur les doigts, le répertoire additif est en découverte et peu de sommes sont apprises par cœur. Il n'est donc guère possible de dépasser 5 ou 6.
La valeur de VEcrit est ici fondamentale, puisqu'elle détermine si les élèves vont ou non pouvoir s'appuyer sur l'écrit. Si on n'autorise pas l'écrit, les élèves vont devoir non seulement mémoriser la somme à chaque étape, mais aussi devoir faire appel à du calcul mental (réfléchi ou par cœur), en s'appuyant éventuellement sur une procédure de sur-comptage sur les doigts ou sur un appui du matériel (voir la valeur de VMat). Au contraire autoriser l'écrit peut alourdir le jeu et rendre l'activité plus scolaire.
La valeur de VMat a une assez grande importance quant aux stratégies pour réaliser les additions. Des dés[11], des cartes avec des constellations, des jetons, … vont favoriser des procédures de sur-comptage un à un. Au contraire, si le matériel à disposition ne donne qu'une représentation chiffrée ou orale du nombre, les procédures de mémorisation du répertoire additif ou de calcul réfléchi seront plus

[11] On n'envisagera ici que les dés « classiques » avec des points sur les faces, mais on pourrait utiliser des dés qui ont des écritures en chiffres.

favorisées. Dans tous les cas, cependant, les élèves pourront soit trouver le résultat immédiatement ou par une procédure de calcul réfléchi, soit utiliser le matériel à disposition ou à défaut leurs doigts pour sur-compter. En première année primaire, cette dernière stratégie est encore utilisée par beaucoup d'élèves surtout en début d'année, même si un des objectifs d'apprentissage à ce niveau est de progressivement la remplacer par la mémorisation du répertoire additif et la mise en place de procédures de calcul réfléchi. Le fait que les valeurs des E_i changent à chaque coup ne change rien sur les stratégies pour réaliser la somme ou sur la mémorisation de celle-ci.
Les valeurs des variables qui correspondent à l'activité du « Dé basculé » sont donc conformes à ce que l'on peut attendre et exiger d'un élève de 6 ans, au moins en fin d'année. Les connaissances en jeu sur les additions sont ici explicitement sollicitées comme un moyen pour que le jeu puisse avoir lieu. Il n'y a donc rien d'a-didactique sur l'addition, c'est bien une activité de réinvestissement.
Si un élève se trompe dans son addition, seul l'autre élève peut être amené à le corriger ou l'enseignant s'il suit la partie. Dans ce sens, la rétroaction du milieu est assez pauvre sur l'addition.
Deux élèves en désaccord sur le résultat de la somme peuvent s'appuyer sur le dé pour vérifier la somme par sur-comptage. Par contre deux élèves peuvent se mettre d'accord sur un résultat faux et, si l'enseignant n'est pas là pour vérifier, continuer la partie comme si de rien n'était.
Il paraît donc clair que cette activité ne peut se concevoir avec profit que dans le cas où les élèves maîtrisent suffisamment les additions de nombres inférieurs à 6, jusqu'à 20. Un des objectifs qu'elle peut alors remplir est d'entraîner les élèves à celles-ci en leur permettant de les vérifier, voire de les réaliser par sur-comptage sur les points des faces du dé. Dans ce sens, cette activité ne force en rien des procédures de calcul réfléchi ou d'appel au répertoire mémorisé. Par contre, elle permet éventuellement, par la répétition des parties, de familiariser les élèves avec des sommes, en vue de leur mémorisation.
Remarquons que d'autres jeux pourraient plus utilement entraîner les élèves à faire des additions. Par exemple, un jeu de cartes comportant sur une face une addition, dont l'élève doit annoncer le résultat. Il retourne la carte qui donne ce résultat et la garde s'il a trouvé le bon nombre. Le « Dé basculé » n'est pas une activité dont le but pourrait se réduire à entraîner les élèves aux additions. On verra que d'un point de vue plus global, il peut permettre de développer d'autres connaissances.

4 Stratégies de choix des nombres

Le deuxième niveau porte sur l'enjeu du jeu, qui consiste à atteindre 20 le premier (on n'envisagera pas d'autres valeurs cibles dans cet article). Les valeurs des variables VHasard, VE_i et Vdép sont ici déterminantes.
Si VHasard = « non », $VE_i = \{1,2\}$ et Vdép = « non », on retrouve la course à 20. Il existe dans ce cas une stratégie gagnante, dont la découverte peut être un enjeu d'apprentissage selon des conditions que je ne rappelle pas ici[12].
Si par contre VHasard = « oui » à tous les coups, on a affaire à un jeu de hasard pur, qui n'appelle aucune recherche de stratégie. Une telle activité n'aurait alors d'autre intérêt que de servir à entraîner les élèves à faire des additions, sans aucun enjeu stratégique, ni milieu approprié pour les rétroactions. Notons que même si VHasard ne vaut quasiment jamais « oui » (comme dans le cas du « Dé basculé »), il n'est pas certain que les élèves perçoivent tout de suite qu'ils peuvent jouer autrement qu'au hasard. De plus, l'usage d'un dé, souvent associé au hasard peut renforcer cette tendance. Il y a donc nécessité d'une dévolution[13] de la possibilité d'établir des stratégies pour gagner ou du moins augmenter ses chances de gagner.
Il est impossible ici d'examiner toutes les possibilités de choix de valeurs de la variable VE_i. Les deux exemples ci-dessus représentent en quelque sorte deux extrêmes entre lesquelles le choix des possibles est très large. Le « Dé basculé » est une de ces possibilités entre deux.

[12] Voir BROUSSEAU (1998, 25-44)
[13] La dévolution consiste, non seulement à présenter à l'élève le jeu auquel le maître veut qu'il s'adonne, mais aussi à faire en sorte que l'élève se sente responsable, (au sens de la connaissance et non pas de la culpabilité), du résultat qu'il doit chercher.

On s'intéressera ici seulement au cas où Vdép = « non », l'autre cas (suggéré comme prolongement dans la fiche des moyens COROME), est en fait plus simple du point de vue stratégique.
Dans le cas du « Dé basculé », le jeu peut être complexe, d'autant que certaines parties peuvent se bloquer comme lorsqu'un élève atteint le 19 en ayant basculé un 1 ou 6 ! En se plaçant seulement dans la fin de la partie (somme supérieure ou égale à 14) on voit déjà qu'il n'est pas toujours simple d'adopter une stratégie gagnante, qu'il faut anticiper toutes les possibilités sur au moins les trois coups à venir pour les éviter ! Il est clair que c'est hors de portée d'un élève de 6 ans. Contrairement à un jeu comme la course à 20, le jeu du « Dé basculé » ne permet pas de dégager une stratégie gagnante à tous les coups. Un expert très entraîné pourrait au mieux retenir ou anticiper sur plusieurs coups et éviter quelques pièges ou tenter de se mettre sur une position gagnante à tous les coups vers la fin de la partie, mais il est impossible de s'assurer de la victoire dès le départ.
Examinons maintenant, ce qui reste à portée d'un élève de 6 ans.

4.3 Stratégies en première année primaire

Le hasard décide du premier coup. Même si c'est le 6 qui sort, on est encore loin de 20 et les issues semblent encore bien incertaines. Une première stratégie « prudente » peut consister à retarder au plus l'approche du 20 et donc à jouer systématiquement le plus petit nombre (1, ou 2, si le 1 n'est pas accessible). Au contraire le goût du risque ou l'envie de gagner peut conduire à s'approcher le plus vite possible de 20 et jouer donc systématiquement 6 ou 5. Enfin, l'éloignement du but peut conduire à jouer au hasard.
Dans les premiers coups, l'anticipation a peu de chance d'apparaître. C'est quand on approche de 20 que l'anticipation de la somme obtenue, voire du coup suivant peut apparaître. Néanmoins, cette anticipation risque de ne pas être le fait de la majorité des élèves en première année primaire.
Comme je l'ai dit plus haut, le fait de jouer avec un dé peut fortement induire l'idée de hasard pur. Dans ce cas, les parties risquent de défiler sans aucune anticipation.
La motivation à gagner devrait quand même conduire les élèves progressivement (si ce n'est dès les premières parties) à anticiper à l'approche de 20, les effets de leur choix au moins sur la somme obtenue et sur le coup suivant. Anticiper sur la somme consiste à faire une addition, c'est jouer avant de jouer… Les élèves peuvent donc sur-compter sur les faces latérales du dé en le tournant sur les quatre côtés, ou en se penchant sur la table. Il faut ensuite en tirer les conséquences. Si 20 est accessible, c'est tout à fait à la portée d'un élève de 6 ans, sinon, comme on l'a vu plus haut, ce peut être rapidement complexe.
Une condition indispensable à une anticipation efficace est de pouvoir savoir combien il reste pour atteindre 20, ce qui revient à effectuer une addition à trou. Dans ce cas, on peut dire que ce jeu est un moyen de pousser à faire une addition à trou pour trouver le complément à 20. Dans ce sens, le jeu peut permettre de bonnes conditions pour construire des connaissances locales, comme la liste des nombres qui permettent d'atteindre 20 en additionnant au plus 6 et tous les compléments qui vont avec.

4.4 Conclusions

Le « Dé basculé » permet aux élèves de s'entraîner à ajouter à des nombres inférieurs ou égaux à 20, des nombres inférieurs ou égaux à 6. Ces calculs se font mentalement (par mémorisation du répertoire ou calcul réfléchi) ou en sur-comptant sur les doigts ou sur les points représentés sur les faces du dé. Cette dernière technique est favorisée, on ne pousse donc pas les élèves à retenir des sommes par cœur, ou à utiliser du calcul réfléchi.
La seule rétroaction vient du contrôle de l'adversaire ou du maître s'il est là. En cas de conflit, la possibilité du sur-comptage à l'aide des points sur la face du dé peut être une aide. Cette activité ne peut donc se concevoir qu'avec des élèves ayant bien acquis la technique du sur-comptage pour ce type d'addition. Elle permet alors un entraînement et éventuellement une familiarisation avec des sommes à connaître par cœur, mais elle n'offre que peu de rétroaction et pousse à des stratégies que l'on vise plutôt à dépasser en fin de première année primaire.

Aucune stratégie gagnante dès le début du jeu n'est accessible. Les premiers choix ne peuvent être guidés que par des stratégies subjectives ou par le hasard. Ceci, renforcé par la présence d'un dé, peut conduire les élèves à ne pas chercher à construire de stratégie et à jouer au hasard. Des stratégies guidées par l'anticipation ne peuvent surgir que vers la fin de la partie. Elles peuvent permettre de pousser les élèves à construire des connaissances sur les compléments à 20 à partir de 14 et de façon plus générale à anticiper des sommes ou faire des additions à trou en favorisant les techniques de sur-comptage.
Si les élèves s'investissent dans le jeu et concentrent leurs efforts pour gagner, en anticipant leurs actions et le jeu de l'adversaire, ils risquent de buter sur la difficulté de la tâche et de se décourager. La conséquence peut alors être de ne s'en remettre qu'au hasard et d'accepter la fatalité du sort. Au niveau des apprentissages, il ne reste alors que la possibilité de s'entraîner à des additions en renforçant la technique de sur-comptage sur les faces du dé. En outre, le jeu sera dans ce cas peu motivant.
L'atelier s'est terminé en montrant quelques extraits d'une expérimentation de cette activité réalisée dans une classe de première année primaire dans le canton de Genève, sans intervenir auprès de l'enseignante, et de l'observation de deux binômes d'élèves de cette même classe quelques jours après la séance. L'analyse de cette vidéo où l'enseignante a une difficulté de gestion de sa classe montre qu'une analyse a priori préalable aurait peut-être pu éviter une part des problèmes qui se sont posés.
Enfin, nous avons échangé sur l'intérêt de l'analyse a priori en formation d'enseignant. L'exemple analysé montre bien qu'une telle approche est un moyen d'éviter les écueils de ce genre d'activité sous forme de jeu qui peut facilement se transformer en un jeu sans enjeu et sans apprentissage. La question reste d'ailleurs entière de savoir si cette activité peut permettre quelque apprentissage. Il faut en tout cas l'adapter, nous proposons quelques pistes dans ce sens à la fin de notre article de Grand N[14].
Tout ce qui a été dit et fait lors de l'atelier ne peut être retranscrit dans ce court compte-rendu . J'ai plutôt choisi ici de développer l'aspect analyse a priori en retranscrivant divers éléments qui ont été discutés lors de l'atelier avec les participants.

[14] Une bonne part est développée dans DORIER J.-L., MARECHAL C. (2008).

5 BIBLIOGRAPHIE

BESSOT A. (2003) Une introduction à la théorie des situations didactiques, *Cahier du Laboratoire Leibniz 91*, Grenoble : Laboratoire Leibniz.
http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/2003/Cahier91/ResumCahier91.html

BESSOT A. (à paraître) L'ingénierie didactique au coeur de la Théorie des Situations, *In C. Margolinas (Ed.) Actes de la 15e école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

BRIAND J., LACAVE-LUCIANI M.-J., HARVOUËT M., BEDERE D., GOUA DE BAIX V. (1999-2000). Enseigner l'énumération en moyenne section, *Grand N*, **66**, 7-22. Rééd. 1999-2000, Grand N Spécial Maternelle, Approche du Nombre T.1, 123-128.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **7(2)**, 33-115.

DORIER J.-L., MARECHAL C. (2008) Analyse didactique d'une activité sous forme de jeu en lien avec l'addition, *Grand N*, **82**, 69-89.

GAGNEBAIN A., GUIGNARD N., JAQUET F. (1998) *Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. Neuchâtel : COROME.

JAQUET F., TIECHE CHRISTINAT C. (eds) (2002) L'apport des jeux à la construction des connaissances mathématiques, *Actes de la journée d'étude du 30 novembre 2001*, Neuchâtel : IRDP.

TIECHE-CHRISTINAT C. (2001) L'innovation en mathématiques et ses priorités : le regard des enseignants de Suisse Romande, *Math-Ecole*, **196**, 13-16.