



Chapitre de livre

2013

Accepted version

Open Access

This is an author manuscript post-peer-reviewing (accepted version) of the original publication. The layout of the published version may differ .

---

## Diversité d'approches en didactique des mathématiques dans des contextes d'enseignement primaire en Suisse romande

---

Clivaz, Stéphane; Daina, Audrey; Dorier, Jean-Luc; Vendeira-Marechal, Céline

### How to cite

CLIVAZ, Stéphane et al. Diversité d'approches en didactique des mathématiques dans des contextes d'enseignement primaire en Suisse romande. In: Didactique en construction, constructions des didactiques. Dorier, J-L., Leutenegger, F. & Schneuwly, B. (Ed.). Bruxelles : De Boeck, 2013. p. 281–298. (Raisons éducatives)

This publication URL: <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:29624>

**In J.-L. Dorier, F. Leutenegger & B. Schneuwly (ed.) (2013) *Didactique en construction, constructions des didactiques - Raisons éducatives* 17 (pp. 281-298). Bruxelles : De Boeck**

## **Diversité d'approches en didactique des mathématiques dans des contextes d'enseignement primaire en Suisse romande**

Stéphane Clivaz, Audrey Daina, Jean-Luc Dorier & Céline Vendeira-Maréchal

*Université de Genève*

### **Introduction**

Ce texte n'a pas la prétention de rendre compte de la totalité des travaux de l'équipe de *Didactique des Mathématiques à Genève* (DiMaGe). Il vise à présenter un instantané partiel des travaux de l'équipe à travers trois thèses, deux soutenues : Céline Maréchal (2010) et Stéphane Clivaz (2011), et une en cours de Audrey Daina, sous la direction Jean-Luc Dorier. Ce choix se justifie, outre l'actualité du moment, par l'intérêt que représentent des travaux de thèse pour mettre à jour les aspects méthodologiques et théoriques de la recherche, ainsi que par le fait que ces trois travaux ont en commun de s'intéresser chacun à certains aspects du « travail<sup>1</sup> » de l'enseignant dans le contexte de l'enseignement primaire en Suisse romande. Par ailleurs, c'est aussi l'occasion de montrer la diversité des cadres théoriques sollicités dans un contexte international, bien que surtout francophone<sup>2</sup>.

Nous n'allons pas ici détailler chacun de ces travaux, mais nous allons tenter de montrer comment ceux-ci se sont mis en place, l'intérêt étant de mettre en évidence certains fondements épistémologiques de la didactique des mathématiques (de façon très partielle cependant). Il s'agira de montrer quelles questions initiales ont motivé chacune de ces thèses, puis comment ces questions se sont élaborées dans un rapport dialectique entre les aspects méthodologiques (en particulier liés aux possibilités de récoltes de données de terrain) et théoriques (quant à la possibilité de traitement des données recueillies). Cette phase cruciale du travail de recherche conduit à une reformulation des questions de départ en questions de recherche auxquelles le travail vise à répondre. Il nous importe ici de montrer comment cette

---

<sup>1</sup> Ce terme sera utilisé ici dans un sens assez large, sans référence à des théories d'ergonomie par exemple, pour désigner tout ce qu'un enseignant fait en classe, mais aussi hors la classe, en particulier dans ses préparations, les formations qu'il suit, ses lectures à caractère professionnel, etc. Nous le préférons au terme de « pratique », parfois utilisé dans un sens assez proche.

<sup>2</sup> Ce terme est à prendre dans un sens assez large, comprenant des travaux hispaniques ou latino-américains et italiens par exemple.

élaboration dialectique entre recueil des données et cadres d'analyse conduit à une spécification des questions initiales qui détermine les véritables objets de recherche et va ainsi délimiter ce qui pourra être considéré comme un résultat de recherche.

## **Questions de départ et élaboration de la méthodologie et du cadre théorique**

### ***Effets des contraintes institutionnelles sur les pratiques enseignantes dans l'enseignement spécialisé : une analyse didactique à partir du cas de l'introduction à l'addition***

Dans sa thèse, Maréchal (2010) compare le travail, relatif à l'enseignement des mathématiques, des enseignants genevois du primaire selon qu'ils travaillent dans des classes « ordinaires », spécialisées ou des écoles d'enseignement spécialisé. C'est bien sûr une vaste question qui ne saurait être abordée sans être plus spécifiée. Depuis ses premiers travaux sur le sujet, lors de son DEA, elle s'oriente vers des questions relatives aux différences en termes de libertés et de contraintes, et d'étirement du temps didactique (Cherel & Giroux, 2002 ; Conne, 2003 ; Favre, 1997, 2005 ; Maréchal, 2006). Par ailleurs, la possibilité d'enseignement dans le contexte spécialisé l'a amenée à se centrer sur les premiers enseignements de l'addition, un thème fortement investi dans l'enseignement spécialisé. Pour que la comparaison ait une certaine teneur, il fallait disposer d'un nombre significatif d'enseignants et d'un corpus suffisant pour chacun. Il a donc été décidé d'analyser les données sur les débuts de l'addition (qui constituent un nombre d'heures important d'enseignement) de trois enseignants pour chacune des trois institutions – neuf jeux de données au total. Du fait de l'ampleur de ce corpus, il n'était pas envisageable d'avoir un grain d'analyse trop fin, donc de filmer ou d'analyser en détail toutes les séances. C'est ainsi à la fois la nature de la question de départ et les contraintes sur le recueil des données qui ont conduit à la mise en place d'un cadre d'analyse basé sur la théorie anthropologique du didactique (TAD) de Chevallard (1992, 1999), comme nous allons le voir. Nous verrons également que d'une part le choix de l'addition a conduit à utiliser de façon secondaire le cadre des champs conceptuels de Vergnaud (1990), et que la nécessité de prendre en compte une dimension plus personnelle des enseignants a conduit à introduire, en lien avec l'observation d'une activité commune dans chaque classe, le cadre de la double approche didactique et ergonomique de Robert et Rogalski (2002).

***Des mathématiques pour enseigner : analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire***

Dans sa thèse, Clivaz (2011) s'intéresse à l'impact des connaissances mathématiques des enseignants du primaire sur leur gestion didactique de la classe de mathématiques. C'est là aussi une vaste question, particulièrement cruciale, notamment pour tenter de déterminer quelles mathématiques enseigner en formation initiale, voire continue. Peu abordée en tant que telle dans le monde francophone, cette question a eu un écho international assez retentissant à travers la publication du travail de Ma (1999), qui a conduit une étude comparative entre des enseignants étasuniens et chinois. Le projet de Clivaz était dès lors de prolonger cette étude dans le cadre des enseignants primaires vaudois. Toutefois, il s'est avéré rapidement qu'il serait nécessaire, d'une part d'aller observer les connaissances mathématiques en action dans la classe, et d'autre part de disposer d'un cadrage théorique plus large.

Ma utilise la notion de *pedagogical content knowledge* (PCK) développée par Shulman (1986), et reprend les questions développées par Ball dans sa thèse (1988). Ces mêmes questions ont depuis permis à l'équipe de Ball de développer des catégories plus fines de connaissances mathématiques pour l'enseignement (Ball, Thames & Phelps, 2007) sur la base du PCK de Shulman, de façon à mieux appréhender la détermination du type de connaissances utiles pour enseigner. En effet, après avoir constaté – dans les études des effets des connaissances des enseignants sur les résultats des élèves – que la mesure du niveau des enseignants en mathématiques était faite de manière très générale, Ball et ses collègues ont déterminé une catégorie de connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement ; ils ont mesuré qu'une meilleure maîtrise par les enseignants a un effet important sur les résultats des élèves (Hill, Rowan & Ball, 2005). Néanmoins, la mesure de ces connaissances est généralement effectuée par des questions réalisées en dehors de la classe, à l'appui de questionnaires et d'entretiens où les enseignants doivent répondre à des questions mathématiques dans des situations proches de leur pratique professionnelle. Dans son travail, Clivaz a prolongé le questionnement en tentant de voir si ces connaissances et leurs effets peuvent aussi être décrits à travers l'analyse de situations de classes.

Ainsi, dès le départ, le choix s'est porté sur la mise en place d'un dispositif d'entretiens semi-directifs, du type développé par Ma et sur la trame de son canevas adapté au contexte romand, avec 16 enseignants vaudois. Le cœur du travail porte toutefois sur l'observation

dans quatre classes vaudoises de l'ensemble de la séquence d'enseignement de l'algorithme de la multiplication en colonne (reprenant ainsi une des questions du canevas de Ma) complétée par des entretiens avec les quatre enseignants observés. Ce thème mathématique a fait l'objet d'une analyse fine d'un point de vue mathématique, épistémologique et didactique sur la base d'outils classiques de didactique des mathématiques francophone.

La question de départ se centre sur l'influence des connaissances mathématiques des enseignants sur leur gestion didactique, mais le cadre de Ball porte essentiellement sur la détermination des connaissances mathématiques pour l'enseignement et peu ou pas du tout sur l'analyse de la gestion didactique de la classe. Dans le cadre francophone de la didactique des mathématiques, plus particulièrement de la modélisation des situations didactiques, deux éléments de la théorie des situations (Brousseau, 1986) sont alors venus enrichir le cadre théorique d'analyse mis en place par Clivaz : la structuration du milieu (Margolinas, 2002 et 2004) et la pertinence mathématique des interventions du professeur (Bloch, 2009).

***L'utilisation par les enseignants des ressources en mathématiques : de la préparation à la réalisation d'une séquence en classe. Le cas de l'enseignement de la notion d'aire en fin de primaire à Genève***

Dans sa thèse en cours, Daina s'intéresse à la préparation des cours de mathématiques par les enseignants primaires genevois et plus particulièrement à leur usage des moyens d'enseignement COROME (Commission romande des moyens d'enseignement), ressource officielle pour l'enseignement des mathématiques au primaire en Suisse romande. Etudier ce sujet dans le contexte genevois est d'autant plus intéressant que le matériel d'enseignement proposé par COROME se distingue d'un manuel scolaire plus classique de par les choix didactiques des auteurs, qui laissent explicitement à l'enseignant une grande liberté quant à la sélection et à l'organisation des activités. En effet, les moyens d'enseignement proposent un recueil d'activités, majoritairement sous forme de « situations-problèmes ». Les activités sont indépendantes les unes des autres et ne suivent aucune hiérarchie ou classement selon des niveaux de difficultés, contrairement à la plupart des manuels scolaires qui proposent une organisation didactique balisant ainsi un chemin que l'enseignant peut suivre pour orienter ses choix. L'objectif de ce travail est donc de décrire les logiques d'actions, les contraintes et les autres ressources éventuelles qui entrent en jeu dans le choix, la préparation et la réalisation en classe d'une séquence d'enseignement. Ici, le choix du thème mathématique était a priori entièrement libre. La notion d'aire a été retenue non seulement par la taille raisonnable des

observations qu'elle nécessite et la diversité des niveaux d'enseignement auxquels elle intervient, mais aussi parce que cette notion a fait l'objet de nombreuses recherches en didactique des mathématiques, notamment celles de Douady et Perrin-Glorian (1989) et Perrin-Glorian (1990), qui ont largement été diffusées dans la communauté francophone et ont influencé en partie les choix d'activités proposées sur ce thème dans les moyens COROME.

Dès le début de ses recherches, par le biais d'entretiens prospectifs auprès d'enseignants, Daina a réalisé qu'il serait complexe de mettre en place un dispositif de recherche propre à percer ce qui est en jeu dans une dimension par nature privée du travail de l'enseignant. En effet, la plupart des enseignants interrogés ont affirmé qu'ils ne prévoient pas de moment particulier pour préparer l'ensemble de leur séquence, mais le font de manière continue, au jour le jour ; en général, ils ne gardent pas de trace écrite et réadaptent la séquence d'année en année sur la base de souvenirs parfois diffus. On sait par ailleurs qu'il est généralement complexe de recueillir des données fiables sur les opinions de professionnels au sujet de leur propre pratique. Dès lors, il était important de pouvoir croiser les éléments des entretiens avec des données recueillies en classe ; Daina a donc choisi d'observer et de filmer cinq enseignants genevois en classe (de 6<sup>e</sup>, 7<sup>e</sup> et 8<sup>e</sup> HarmoS<sup>3</sup>) sur la totalité d'une séquence. Elle a complété ce corpus en recueillant deux cahiers d'élèves (un plus fort et un plus faible), et en menant trois entretiens avec chaque enseignant : juste avant la séquence, juste après, et un an après (pour trois des cinq enseignants).

La préparation et l'analyse de ces différents entretiens, cruciaux pour la recherche, a conduit à la mise en place d'un premier pan du cadre théorique. Celui-ci se base sur deux recherches en didactique des mathématiques qui s'intéressent aux ressources et aux préparations de cours (Coppé, 2006 ; Margolinas & Wozniak, 2009), et qui reposent sur deux méthodologies d'entretien différentes. La première utilise la technique de l'entretien d'explicitation développée par Vermersch (1994) ; la seconde des entretiens semi-dirigés avec des questions organisées selon les niveaux d'activités du professeur (Margolinas, 2004). Après plusieurs tentatives et une formation aux entretiens d'explicitation, Daina a finalement combiné ces deux options dans une méthodologie originale (voir Daina, sous presse).

Le cadre et la méthodologie d'analyse de ces données (entretiens et observations de classe) se devaient de rendre compte d'une part de la spécificité des moyens d'enseignement COROME et du contenu mathématique en jeu, et d'autre part de la complexité de l'exercice

---

<sup>3</sup> Trois dernières années de l'enseignement primaire à Genève. Elèves de 9 à 12 ans.

du métier d'enseignant. Daina a choisi de s'appuyer principalement sur deux sources théoriques : les travaux de Margolinas (2002) sur la structuration du milieu, et le cadre de la double approche de Robert et Rogalski (2002) (voir aussi Robert, 2008 ; Roditi, 2010 ; Rogalski, 2010).

Après cette brève présentation des trois travaux, nous allons nous centrer sur la façon dont ceux-ci ont mis en œuvre les trois principaux cadres théoriques évoqués plus haut : la TAD, la structuration du milieu et la double approche. Nous avons fait le choix d'entrer par les cadres théoriques plutôt que par les trois thèses, pour mettre l'accent sur les aspects méthodologiques et théoriques, au risque de frustrer le lecteur par le fait que les résultats issus des thèses ne seront de fait évoqués que de façon partielle. Par ailleurs, nous n'aborderons pas non plus de façon détaillée, dans l'espace qui nous a été accordé, la question des complémentarités des différentes théories<sup>4</sup>. Enfin, la façon dont ces trois thèses ont utilisé ces différentes théories pourrait laisser penser que la TAD ne permet de traiter que d'aspects macro-didactiques, alors que la théorie des situations didactiques (TSD) et la double approche ne permettraient de traiter que d'aspects micro-didactiques. Ceci n'est qu'un effet des choix effectués ici et ces trois théories, dont nous ne faisons qu'effleurer certains aspects, offrent une palette plus grande d'outils qui permet dans tous les cas de traiter d'aspects aussi bien micro que macro-didactiques.

### **La théorie anthropologique du didactique dans les thèses de Maréchal et de Daina**

Dans le travail de Maréchal (2010), c'est la dimension institutionnelle que propose la TAD qui a d'abord été importante, du fait de la volonté de comparer des pratiques dans divers contextes scolaires, qui seront considérés comme autant d'institutions caractérisées par un certain rapport (dit institutionnel) aux objets de savoir en jeu dans l'institution. Pour permettre la description des pratiques institutionnelles (c'est-à-dire conforme à une institution) et l'étude de leurs conditions de réalisation, Chevallard a introduit la notion de praxéologie (Bosch & Chevallard, 1999). En fait, toute activité humaine peut être modélisée par des praxéologies. Une praxéologie ponctuelle est ainsi constituée d'un quadruplet qui comporte un type de tâches, les techniques possibles pour réaliser ce type de tâches, les technologies qui justifient ces techniques, et enfin les théories qui justifient ces technologies. Dans le cas de

---

<sup>4</sup> Ce point a fait l'objet de diverses publications en didactique des mathématiques, comme le travail récent de Coulange (2012b).

l'enseignement des mathématiques, pour analyser le travail du professeur, on s'intéresse aux deux grandes composantes solidaires que sont les « organisations mathématiques » (OM) et les « organisations didactiques » (OD). L'OM est en quelque sorte une « cartographie » des praxéologies mathématiques<sup>5</sup> que l'enseignant met en place, alors que l'OD, faite de praxéologie didactique, renvoie à la manière dont l'enseignant organise les tâches mathématiques de son OM. Autrement dit, dans ce modèle, le travail des enseignants se décline en deux questions : « Qu'est-ce que j'enseigne ? » – avec pour réponse une modélisation en termes d'organisations mathématiques –, et « Comment je l'enseigne ? » – avec pour réponse une modélisation en termes d'organisations didactiques. « Pour résumer, analyser les pratiques enseignantes en termes de praxéologies revient à analyser l'OM reconstruite [dans une institution particulière] par le professeur ainsi que l'OD mise en œuvre pour permettre l'étude de cette OM » (Ravel, 2003, p. 110) tout en s'interrogeant sur la problématique écologique qui permet d'identifier le système de contraintes et les conditions dans lesquelles les enseignants font leurs choix d'OM et d'OD.

Le questionnement à l'origine du travail de Maréchal se prêtait donc assez naturellement à une approche dans le cadre de la TAD. Il s'agissait ainsi de comparer la mise en place d'OM et d'OD par des sujets (les enseignants) de trois institutions – les classes ordinaires, les classes spécialisées et les écoles d'enseignement spécialisé – et de chercher les liens de causalité en termes de contraintes et de conditions liées à ces institutions. Par ailleurs, le choix de la TAD s'est aussi imposé par l'ampleur des données recueillies. En effet la TAD, au contraire de nombreux cadres théoriques en didactique des mathématiques, qui nécessitent des observations fines à l'appui d'outils d'ordre micro-didactique, permet un niveau d'analyse tendant vers le macro-didactique, et est donc apparue d'autant plus adaptée au projet. En pratique, Maréchal a demandé à chaque enseignant de répertorier chaque activité relative à l'addition traitée dans sa classe tout au long d'une année scolaire, selon une grille élaborée par le chercheur. Ce corpus a été complété par des cahiers d'élèves et plusieurs entretiens avec les enseignants. C'est sur cette base que les scénarios d'enseignement, modélisés en termes d'OM et d'OD ont été reconstitués et ont fourni la base des comparaisons. Une première typologie des praxéologies mathématiques sur l'addition a été tirée de l'analyse des moyens COROME, complétés d'un manuel français proche<sup>6</sup>. C'est dans la description des types de

---

<sup>5</sup> Dans cette cartographie, les praxéologies ponctuelles sont prises en compte, ainsi que des agrégats de celles-ci. Nous ne pouvons cependant pas rentrer dans le détail de cette description dans ce texte.

<sup>6</sup> Ce complément s'est avéré nécessaire du fait de la spécificité des moyens COROME qui proposent essentiellement une suite non organisée d'activités, pouvant donner lieu à une grande variété d'OM et d'OD

tâches que Maréchal a été amenée à s'appuyer sur les travaux de Vergnaud (1990) sur le champ conceptuel de l'addition, dont la typologie a permis un croisement original avec la TAD. Ces catégorisations des moyens et d'un manuel ont fourni un étalon pour la comparaison des OM et OD des neuf enseignants. La référence aux moyens officiels (communs aux trois institutions) a également permis une première mesure de la recherche des différences en termes institutionnels.

Dans le cas du travail de Daina, la référence au cadre de la TAD est moins forte. L'observation plus fine des séances de classe a orienté le travail vers d'autres outils. Néanmoins, comme dans le cas de Maréchal, une typologie des OM et OD sur la notion d'aire a été faite à partir des moyens COROME et d'un manuel français. Par ailleurs, une analyse a priori au sens de la TSD de Brousseau (1986, 1998) de chacune des activités des moyens a été également faite. Ces outils permettent, de façon classique en didactique des mathématiques francophone, de prendre en compte les spécificités épistémologiques des contenus en jeu dans la relation didactique observée (Dorier, 2000), préalable fondamental pour la mise en œuvre des cadres à la fois de la structuration du milieu et de la double approche qui seront au cœur du travail de Daina. En outre, c'est aussi une étape essentielle pour prendre en compte la spécificité des moyens COROME, dont l'historique de la création a aussi été intégré au travail de Daina. Ainsi, la structure même des moyens COROME apparaît comme une source de différenciation et de spécificité dans le contexte romand. Ce point est d'ailleurs à rapprocher du travail de Ligozat (2008) qui a notamment pointé des éléments importants de différenciation, dans l'enseignement de la notion d'aire, entre des enseignants romands et français.

Dans le cas de Maréchal, les comparaisons ont mis à jour des choix et des durées différenciés sur les types de tâches et les techniques mises en avant dans les différentes institutions. Ces différences dans les choix d'OM, reliées aux effets de ralentissement du temps didactique déjà mis à jour (Cherel & Giroux, 2002 ; Conne, 2003 ; Favre, 1997, 2005 ; Maréchal, 2006), ont pu être également rattachées aux contraintes institutionnelles dans l'usage des moyens COROME, mais aussi à des conditions induites par la nature même de ces moyens. Si l'on prend par exemple le cas des classes spécialisées, l'OM qui caractérise ce type d'institution est éloignée de l'ouvrage de référence COROME, alors que par ailleurs, le temps alloué au traitement de l'addition est plus élevé dans ces classes. Ceci s'explique par la nécessité pour les enseignants des classes spécialisées de renouveler cet enseignement, déjà

---

(voir plus haut dans la présentation du travail de Daina). Comme pour Daina, nous avons utilisé le manuel *Cap Maths*.

suivi dans des classes ordinaires par beaucoup de leurs élèves, et par une obligation de réussite dans ce chapitre considéré comme incontournable. Par ailleurs, dans l'OM caractéristique des classes spécialisées apparaît une sur-représentation du type de tâches d'addition le moins complexe, et une grande quantité d'activités « formalisées ». C'est un effet de l'abandon de la référence aux moyens COROME et du vide de références didactiques qui conduit à un surinvestissement des tâches simples mais très formelles, dans l'illusion de vouloir se conformer aux classes « ordinaires ».

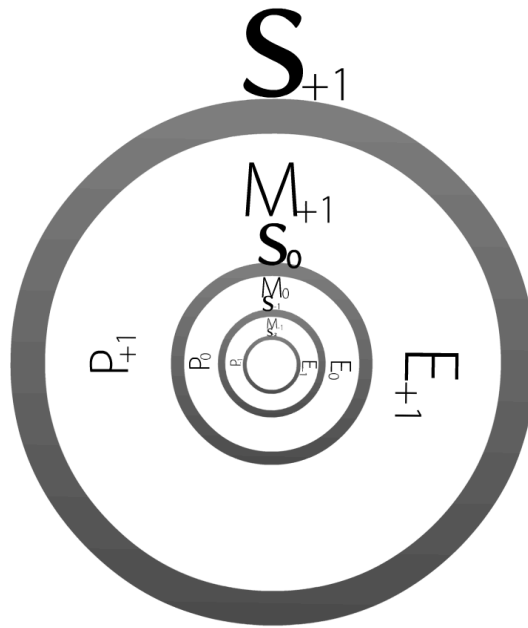
### **La structuration du milieu dans les thèses de Clivaz et de Daina**

L'outil méthodologique et théorique de la structuration du milieu, élaboré par Margolinas (2002, 2004) sur la base d'un travail initial de Brousseau (1986) est un classique en didactique des mathématiques francophone. Nous en donnons ici une explication concise ; elle guidera les lecteurs si nécessaire. Dans le cadre de la TSD, la question des apprentissages et de l'activité du sujet – le professeur, l'élève – est modélisée par des connaissances mises en jeu pour interagir avec un milieu<sup>7</sup>, dans le cadre d'une situation. Le modèle de la structuration du milieu affine cette idée en considérant plusieurs strates qui composent cette situation – elle est donc être plurielle. Chaque strate ou niveau se caractérise par une situation particulière comprenant un milieu et une position pour l'élève et/ou le professeur. Dans le travail original de Brousseau, l'accent portait sur l'élève ; le complément apporté par Margolinas a consisté à considérer, dans une sorte de symétrie, des niveaux dits « sur-didactiques » permettant de modéliser le travail du professeur. Dans les deux cas, le milieu d'un niveau donné est constitué par la situation de niveau juste inférieur. Ces premiers éléments peuvent se résumer soit par la figure 1 qui donne une idée de la structure « d'oignon » du modèle, soit par le tableau 1 qui indique plus précisément la dénomination et la fonction de chaque niveau.

*Figure 1 : Structuration du milieu, niveaux -1 à +1*

---

<sup>7</sup> Notons qu'il existe des différences dans l'usage de la notion de milieu entre la TAD et la TSD ; cela concerne peu nos travaux, et nous n'aborderons pas ici cette question.



Les  $S$  réfèrent aux situations, les  $M$  aux milieux, les  $E$  et  $P$  aux diverses positions de l'élève et du professeur selon les différents niveaux qui sont marqués par des indices.

Cette présentation permet de déterminer les situations  $S_i$  soit par une analyse ascendante, du point de vue de l'élève, de  $S_{-3}$  à  $S_0$ , soit par une analyse descendante, de  $S_3$  à  $S_0$ , du point de vue du professeur.

Tableau 1 : Niveaux d'activité du professeur, d'après Margolinas, 2002 (p. 142).

$P_{+3}$	Niveau noosphérien ou idéologique	[...] activité du professeur qui réfléchit de façon très générale à l'enseignement, ou bien, toujours en général, à l'enseignement des mathématiques. A ce niveau, l'activité du professeur n'est pas finalisée.
$P_{+2}$	Niveau de construction ou de conception d'un thème	[...] activité du professeur est de concevoir les grandes lignes de l'enseignement d'un thème. Du point de vue de l'ingénierie didactique, c'est à ce niveau qu'intervient de façon caractéristique la recherche d'une situation fondamentale. Si l'on considère l'observation des pratiques ordinaires, on pourrait parler à ce niveau de recherche de problématique.
$P_{+1}$	Niveau de projet de leçon	[...] activité du professeur qui détermine le scénario d'une leçon.
$P_0$	Niveau de la situation didactique	[...] action du professeur en classe. Il s'agit du <i>niveau de base</i> dans lequel les élèves et le professeur interagissent es-qualité ; et c'est pourquoi il reçoit le numéro zéro.

P.-1	Niveau d'observation ou de dévolution	[Niveau] de la dévolution ou de l'observation de l'activité des élèves.
------	---------------------------------------	---

C'est un modèle qui permet de rendre compte de la complexité de la situation, où les acteurs – élèves et professeur – sont considérés comme épistémiques, c'est-à-dire modélisés par leurs connaissances. Les niveaux d'activité du professeur et les situations ne correspondent pas à un découpage du temps de la leçon en classe, même si certaines phases d'une situation didactique sont partiellement caractérisées par des situations de niveaux différents. Elles ne se succèdent pas non plus dans le temps, et chaque niveau peut être considéré dans le présent de l'action, mais aussi dans le passé ou le futur (que ce soit en référence au travail de préparation du professeur ou à l'histoire de la classe). C'est un modèle dynamique qui permet notamment de rendre compte du travail réflexif du professeur et du parcours cognitif des élèves.

Dans le cadre de la thèse de Daina, cette modélisation permet de prendre en compte le travail de préparation dans le projet de la leçon mais aussi dans sa réalisation. Ainsi on peut décrire le professeur comme un sujet dont les connaissances lui permettent d'interagir avec différents milieux, de faire des choix qui correspondent à des niveaux d'analyse distincts, prenant en compte ses conceptions sur l'enseignement/apprentissage, sa vision d'un thème mathématique, son projet de leçon et sa réalisation effective. En retour, chaque milieu permet de transformer ses connaissances:

Grâce à l'observation de l'activité des élèves (niveau -1), le professeur peut prendre des décisions en classe (niveau 0) qu'il n'avait pas anticipées, mais aussi transformer sa séquence (niveau +1) voire sa conception du thème mathématique (niveau +2) et même une de ses idées sur l'enseignement en général (niveau +3). En changeant de conception sur l'enseignement des mathématiques (niveau +3), le professeur peut transformer sa façon d'envisager l'enseignement d'un thème mathématique (niveau +2), ce qui conduit à des projets de leçon différents (niveau +1), et change aussi le type d'explication qu'il donne en classe (niveau 0) et sa façon d'interpréter le travail des élèves (niveau -1). (Margolinas, 2002, p. 143)

Ce cadre d'analyse propose donc une modélisation du travail enseignant qui permet, dans l'analyse des observations de séances de classe, de mettre à jour les interactions avec le travail de préparation. Par exemple, durant le travail en classe, le professeur peut travailler au niveau +1 en projetant une future leçon ou en se souvenant de son travail passé de préparation. De la même manière, il est en tension entre son ambition, qu'elle concerne la leçon (niveau +1), le thème (niveau +2) ou plus généralement l'enseignement (niveau +3) et ce qu'il pense que les

élèves pourront répondre (niveau 0) ou la façon dont il souhaite les observer (niveau -1) (Margolinas, 2004, p. 75).

Par ailleurs, comme le montre les travaux de Coulange (2012a), ce cadre peut s'articuler avec celui de la TAD utilisé pour l'analyse des moyens d'enseignement. En effet,

[...] pour rendre compte des contraintes institutionnelles susceptibles de peser directement sur les savoirs mathématiques dont le professeur organise l'étude, il est possible de décrire les projets didactiques locaux et globaux (niveaux +1 et +2) par les organisations mathématiques qui les façonnent, en articulant localement ce point de vue avec celui de la structuration du milieu. (p. 366)

Dans le cadre du travail de Clivaz, ce modèle permet de mettre en évidence les connaissances mathématiques du professeur à chacun de ces niveaux afin d'analyser leur influence sur la pertinence didactique. Par exemple les connaissances mathématiques de l'enseignant s'expriment à la fois au niveau 3 (connaissances mathématiques très générales) ou au niveau 2 (connaissances mathématiques sur la multiplication et son algorithme). Elles se déclinent au niveau 1 (connaissances sur le fonctionnement détaillé de l'algorithme en vue de l'expliquer aux élèves) et sont rendues visibles en classe au niveau 0 (au moment d'effectuer l'algorithme ou de répondre aux questions des élèves) ou au niveau -1 (compréhension par l'enseignant des démarches des élèves). Ce modèle permet aussi de mettre en rapport les analyses d'entretiens avec les enseignants (en particulier sur leur projet d'enseignement) et les observations directes de classes.

Par ailleurs, un travail d'analyse important de l'algorithme de la multiplication en colonne a été nécessaire. Celui-ci s'appuie sur une analyse épistémologique et sur les outils de l'analyse a priori avec une dialectique entre le jeu sur les variables didactiques et la hiérarchie des stratégies accessibles, privilégiées, pertinentes pour résoudre la tâche. Ce travail est indispensable à la mise en œuvre du cadre de la structuration du milieu. En particulier, Clivaz a pu mettre à jour, par le traitement très détaillé d'un épisode de vingt-sept minutes ayant donné lieu à des incompréhensions entre certains élèves et l'enseignant, un phénomène intéressant quant à sa question initiale. Ce traitement comporte une double analyse a priori, descendante du point de vue de l'enseignant et ascendante du point de vue des élèves, effectuée selon la méthodologie de structuration du milieu développée par Margolinas (2004). Cette analyse a priori a permis, par confrontation avec le déroulement effectif dans la classe, de réaliser une analyse a posteriori. Le cadre de la structuration du milieu a ainsi contribué à structurer la complexité de la situation didactique, afin d'y analyser les connaissances mathématiques pour l'enseignement de l'enseignant et la pertinence de ses interventions. Cette analyse fine a mis en évidence des liens entre les connaissances mathématiques pour

l'enseignement, la pertinence et la gestion didactique dans ce cas très ponctuel. En particulier, elle a conduit à une description détaillée des incompréhensions perçues entre élèves et enseignant en termes de bifurcations didactiques (Margolinas, 2004) et à déterminer certaines causes de l'apparition de ces bifurcations dans les choix faits par l'enseignant. Elle a permis surtout de relier ces choix à un manque de connaissances mathématiques pour l'enseignement apparaissant au niveau du thème (niveau 2) à propos de la représentation de la multiplication comme aire d'un rectangle (Clivaz, sous presse).

### **La double approche dans les thèses de Daina et de Maréchal**

La TAD et la TSD offrent toutes deux des modélisations centrées sur les aspects didactiques du travail du professeur, directement liés à la nature spécifique des savoirs à enseigner. Les enseignants (et les élèves) y sont essentiellement vus comme des sujets génériques ou épistémiques. Leurs actions s'expliquent principalement par leurs assujettissements à des institutions (TAD) ou par leurs connaissances (TSD).

Comme le note Coulange (2012b), le cadre de la double approche « adopte un point de vue moins modélisateur, plus descriptif, cherchant une intelligibilité en terme de régularités et de variabilités des faits observés dans les pratiques enseignantes et de leur récurrence » (p. 54).

Cette approche s'inscrit dans la théorie de l'activité développée suite aux travaux de Vygotsky. L'activité du professeur est étudiée en considérant « un double système de déterminants, relevant d'une part de la situation (la tâche et son contexte) et d'autre part de l'acteur lui-même (ses compétences, son état physique et psychique) » (Rogalski, 2008 p. 29).

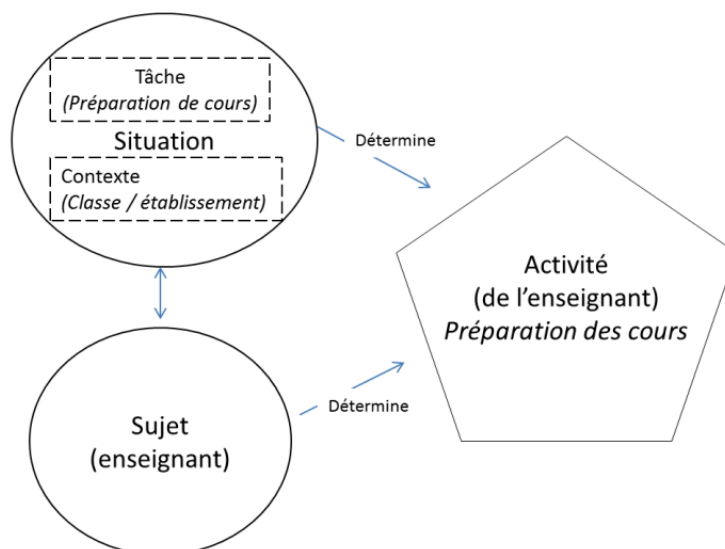
Cette approche permet ainsi :

[...] d'interpréter certains aspects éventuellement singuliers du travail du professeur en en questionnant les circonstances (comme le rôle de son expérience, du contexte dans lequel il enseigne, etc.) et en interrogeant la diversité des mobiles de son activité ; cela permet aussi d'appréhender des régularités ou des singularités entre professeurs considérés comme des sujets à la fois psychologiques et sociaux. (Coulange, 2012a, p. 367)

Dans le cadre de la thèse de Daina, étudier le travail « singulier » du professeur revient donc à questionner les différents déterminants de son activité. La figure 2, reprise de Roditi (2010, p. 206), permet d'illustrer ce questionnement en se centrant sur l'activité « préparation des cours ».

Figure 2 : L'activité de préparation des cours co-déterminée par le sujet et la situation.

Illustration reprise de Roditi 2010 (p. 206).



La distinction entre tâche et activité est essentielle : « la tâche est ce qui est à faire, elle est du côté de l'institution scolaire qui prescrit le travail aux enseignants, elle possède un but [...] L'activité est ce que le sujet développe lors de la réalisation de la tâche – ses actes, ses pensées, ses émotions, etc. – elle est donc du côté de l'enseignant. L'activité est motivée, le motif se distingue du but par le fait qu'il appartient au sujet, pas à la tâche » (Roditi, 2010, p. 206).

Le cadre de la double approche permet une différenciation entre ce qui est de l'ordre de l'individu particulier et de l'individu générique, par la distinction de cinq composantes de la pratique enseignante. Les deux premières composantes (cognitive et médiative) permettent de dégager les logiques d'action des enseignants, révélatrices de choix propres par-delà les contraintes communes. Les trois autres composantes (personnelle, sociale et institutionnelle) sortent du seul cadre de la classe et interviennent comme des déterminants des pratiques de classe (Robert et Rogalski, 2002).

Dans le travail de Daina, cette approche permet, à travers l'analyse des pratiques de classe et d'entretiens avec les enseignants, de reconstituer le travail de préparation, en particulier dans l'analyse de l'influence des composantes personnelle, sociale et institutionnelle sur les choix et les actions du professeur.

Autrement dit, à partir des activités précises du professeur, on essaie de recomposer et de resituer la cohérence de ses pratiques. Ainsi par exemple, les choix des tâches que le

professeur propose, sont-ils rapportés non seulement aux activités d'élèves qu'elles sont susceptibles de provoquer (compte tenu des déroulements, et donc des activités possibles des élèves), mais aussi à des contraintes variées liées à l'exercice du métier d'enseignant : avoir une classe « qui tourne », avoir suffisamment d'élèves qui réussissent, être à l'aise sur ce qu'il enseigne, etc. (Coulange, 2012b, p. 134)

D'un point de vue méthodologique, ce cadre a donc permis d'aborder la question de la préparation et de l'utilisation des moyens COROME par l'étude des séquences filmées et la reconstitution de l'itinéraire cognitif proposé aux élèves, considéré comme le résultat du travail de préparation. Grâce à la combinaison des composantes cognitive et médiative, Daina a dégagé différentes logiques d'action selon les cinq enseignants observés. Les trois autres composantes permettent ensuite d'interpréter ces variations, ce qui fait ressortir certains déterminants de l'activité de préparation.

Dans le cadre de la thèse de Maréchal, la confrontation des données recueillies lors des divers entretiens laissait apparaître un écart ou une ambiguïté dans l'interprétation par rapport aux pratiques effectives en classe. Aussi, pour renforcer l'information et mieux réguler les effets des différences inter-personnelles, dans l'interprétation majoritairement inter-institutionnelles, Maréchal a demandé aux neuf enseignants de réaliser dans leur classe une séance portant sur une activité commune dans le thème de l'addition, qui a donné lieu à une observation directe en classe. Cette séance a été analysée avec les outils de la double approche, en s'appuyant également sur les entretiens. Ces analyses ont permis de pondérer les premiers résultats en montrant par exemple que l'itinéraire cognitif proposé par les enseignants était plutôt riche dans les classes spécialisées, malgré une OM appauvrie, répétitive et incomplète. De plus, elles montrent que la pratique majoritaire dans ce type d'institution est caractéristique d'un accompagnement des élèves constant et soutenu par les enseignants (représentatif de l'*i-genre 2*, au sens de Peltier-Barbier (2004), travaux développés dans le cadre de la double approche).

## **Conclusion**

Ce texte donne un aperçu des trois thèses et des divers cadres théoriques évoqués. Nous espérons qu'il reflète la diversité des travaux en didactique des mathématiques à Genève et au-delà, en articulant le quadruple point de vue : questions initiales – méthodologie – cadre théorique – nature des résultats.

## Références bibliographiques

- Ball, D. L. (1988). *Knowledge and Reasoning in Mathematical Pedagogy : Examining What Prospective Teachers Bring to Teacher Education*. Thèse de doctorat non publiée, Michigan State University, East Lansing, MI.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching : What Makes It Special ? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bloch, I. (2009). Les interactions mathématiques entre professeurs et élèves. Comment travailler leur pertinence en formation ? *Petit x*, 81, 25-52.
- Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-123.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. (Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield). Grenoble : La Pensée sauvage.
- Cherel, C., Giroux, J. (2002). Intégration d'élèves en difficulté : une problématique didactique [version électronique]. *Revue Instantanés Mathématiques*, 39, 37-48.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-111.
- Chevallard, Y. (1999). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 225-265.
- Clivaz, S. (sous presse). Connaissances mathématiques de l'enseignant et bifurcations didactiques : analyse d'un épisode. *Recherches en didactique des mathématiques*.

Clivaz, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner : analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Thèse de doctorat (n° FPSE 494), Université de Genève, consulté le 10 janvier 2012 dans <http://archive-ouverte.unige.ch/unige:17047>

Conne, F. (2003). Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées. *Education et francophonie*, 31(2), 82-102. Consulté le 3 avril 2013 dans [http://www.acelf.ca/c/revue/pdf/XXXI\\_2\\_082.pdf](http://www.acelf.ca/c/revue/pdf/XXXI_2_082.pdf)

Coppé, S. (2006). Les connaissances antérieures des professeurs de mathématiques à travers la préparation de séance de classe. Cas de stagiaires en fin de formation initiale. In G. Gueudet & Y. Matheron (Ed.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2006* (pp. 139-168). Paris : IREM et ARDM.

Coulangue, L. (2012a). Débuter en collège ZEP : quelles pratiques enseignantes ? Un zoom sur deux professeurs de mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 32(3), 361-408.

Coulangue, L. (2012b). *L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques. Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves*. [Note de synthèse pour l'Habilitation à diriger des recherches]. Paris : Université Paris Diderot.

Daina, A. (sous presse). De la préparation à la réalisation d'une séquence en classe : méthodologie et analyse comparative de 3 scénarios. In A. Bronner *et al.* (Ed.), *Actes de la XVI<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Dorier, J.-L. (2000). Recherche en histoire et en didactique des mathématiques sur l'algèbre linéaire. Perspectives théorique sur leurs interactions [Note de synthèse pour l'Habilitation à diriger des recherches, Université Joseph Fourier, Grenoble]. *Cahier du Laboratoire Leibniz*, 12/2000, consulté le 14 mars 2013 dans <http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/Cahiers2000.html>

Douady, R. & Perrin-Glorian, M.-J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 387-424.

Favre, J.-M. (1997). *L'échec, le temps, la multiplication. Etude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement et l'apprentissage de la multiplication dans une classe spécialisée, par comparaison avec l'enseignement et l'apprentissage de la même notion dans une classe primaire*. Mémoire de maîtrise non publié, Université de Genève.

Favre, J.-M. (2005). Etude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe d'enseignement spécialisé. In L. Coulange & C. Hache (Ed.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2003* (pp. 109-125). Paris : IREM et ARDM.

Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.

Ligozat, F. (2008). *Un point de vue de didactique comparée sur la classe de mathématiques. Etude de l'action conjointe du professeur et des élèves dans le cas de l'enseignement/apprentissage de la mesure des grandeurs dans des classes françaises et suisse romandes*. Thèse de doctorat non publiée, Université de Genève et Université d'Aix-Marseille I.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics : Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum.

Maréchal, C. (2006). *Quelle extensibilité du temps d'enseignement en institutions spécialisées ? Etude comparative entre une classe « ordinaire » et une institution spécialisée genevoise sur l'introduction à l'addition*. Mémoire de Diplôme d'étude approfondie, Université de Genève.

Maréchal, C. (2010). *Effets des contraintes institutionnelles sur les pratiques enseignantes dans l'enseignement spécialisé : une analyse didactique à partir du cas de l'introduction à*

*l'addition*. Thèse de doctorat, Université de Genève, consulté le 14 mars 2013 dans <http://archive-ouverte.unige.ch/unige:12038>

Margolinas, C. (2002). Situations, milieux, connaissances : analyse de l'activité du professeur. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Ed.), *Actes de la 11<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 141-155). Grenoble: La Pensée sauvage.

△Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques* [Note de synthèse pour l'Habilitation à diriger des recherches. Université de Provence Aix-Marseille I], consulté le 14 mars 2013 dans <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00429580>

Margolinas, C. & Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail du professeur : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35(2), 59-82.

Peltier-Barbier, M.-L. (2004). *Dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Perrin-Glorian, M.-J. (1990). L'aire et la mesure. *Petit x*, 24, 5-36.

Ravel, L. (2003). *Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne, exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique*. Thèse de doctorat non publiée, Université Joseph Fournier, Grenoble.

Robert, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 31-69). Toulouse : Octares.

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.

Roditi, E. (2010). Le développement des pratiques enseignantes en mathématiques d'un professeur d'école : une étude sur dix années d'exercice. In A. Fluckiger & M. Abboud-Blanchard (Ed.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (pp. 201-227). Paris : IREM et ARDM.

Rogalski, J. (2008). Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. In F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 23-30). Toulouse : Octares.

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand : Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. Consulté le 26 décembre 2011, dans <http://edr.sagepub.com/cgi/reprint/15/2/4>

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2.3), 133-169.

Vermersch, P. (1994). *L'entretien d'explicitation*. Paris : ESF.