Les analogies intuitives dans les problèmes arithmétiques à énoncés verbaux à destination des élèves de cycle 2 en france: analyse quantitative et qualitative de douze manuels scolaires et de pratiques enseignantes

Rivier, Catherine

UNIVERSITÉ DE GENÈVE
FACULTÉ DE PSYCHOLOGIE ET DES SCIENCES DE L'ÉDUCATION

LES ANALOGIES INTUITIVES DANS LES PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES À ÉNONCÉS VERBAUX À DESTINATION DES ÉLÈVES DE CYCLE 2 EN FRANCE

Analyse quantitative et qualitative de douze manuels scolaires et de pratiques enseignantes

Mémoire réalisé en vue de l'obtention du Master en Sciences de l'Éducation

Analyse et Intervention dans les Systèmes Éducatifs (AISE)

Catherine Rivier

Direction du mémoire

Emmanuel Sander – Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation - Université de Genève

Jury

Jean-Luc Dorier — Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation - Université de Genève

Katarina Gvozdic – Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation - Université de Genève

Christophe Licitri – Inspecteur de l'Éducation Nationale – Annemasse 1 - France

GENÈVE, JUIN 2020

UNIVERSITÉ DE GENÈVE

FACULTÉ DE PSYCHOLOGIE ET DES SCIENCES DE L'ÉDUCATION

Résumé

Cette étude a pour objectif principal d'analyser les caractéristiques des énoncés de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux proposés dans des manuels scolaires aux élèves durant le cycle 2 (âgés de 6 à 9 ans) en France (3PH, 4PH, 5PH dans le système éducatif romand). 3 134 énoncés issus de douze manuels scolaires ont été catégorisés selon leur concordance/discordance sur le plan des analogies de substitution, scénario et simulation et selon l'opération arithmétique impliquée dans leur résolution. Les principaux résultats montrent que certains types de problèmes sont sous-représentés, particulièrement ceux porteurs d'une discordance de scénario. Ils révèlent également une répartition hétérogène des taux de discordances, modulés selon le type d'analogie, le niveau de classe, le manuel scolaire et l'opération considérée. Ces résultats sont discutés dans le cadre théorique des analogiques intuitives et pour leurs implications dans l'enseignement des mathématiques.

Mots clés : manuels scolaires – résolution de problèmes - analogies intuitives -

Abstract

The main objective of this study is to examine the characteristics of arithmetic word problems proposed in textbooks to pupils in cycle 2 (aged 6 to 9 years) in France (3PH, 4PH, 5PH in the French-speaking education system of Switzerland). 3,134 statements from twelve textbooks were categorized according to their congruence/incongruence in terms of substitution, scenario and simulation analogies and according to the arithmetic operation involved in their resolution. The main results show that certain types of problems are under-represented, particularly those involving scenario incongruence. They also reveal a heterogeneous distribution of incongruence rates, modulated according to the type of analogy, the grade level, the textbook and the operation under consideration. These results are discussed within the theoretical framework of intuitive analogies and for their implications for mathematics education.

Keywords: textbooks - problem solving - intuitive analogies

UNIVERSITÉ
DE GENÈVE

FACULTÉ DE PSYCHOLOGIE
ET DES SCIENCES DE L'ÉDUCATION

Déclaration sur l'honneur

Je déclare que les conditions de réalisation de ce travail de mémoire respectent la charte d'éthique et de déontologie de l'Université de Genève. Je suis bien l'auteure de ce texte et atteste que toute affirmation qu'il contient et qui n'est pas le fruit de ma réflexion personnelle est attribuée à sa source ; tout passage recopié d'une autre source est en outre placé entre guillemets.

Genève, le 5 juin 2020

Catherine Rivier

Signature :

UNIVERSITÉ
DE GENÈVE

FACULTÉ DE PSYCHOLOGIE
ET DES SCIENCES DE L'ÉDUCATION

Remerciements

Je souhaite chaleureusement remercier Emmanuel Sander pour avoir accepté de diriger ce mémoire, pour sa confiance et son accompagnement. Je remercie également Jean-Luc Dorier, Katarina Gvozdic et Christophe Licitri pour leur participation à ce jury.

Je tiens à remercier pour leurs précieux conseils et relectures attentives Edouard Gentaz, Roland Rivier, Stéphanie Naud, Marianne Berrard et Michel Duverney.

Merci infiniment à mon compagnon, à mes enfants Lou et Gaspard et à ma famille pour leur fervent soutien dans cette aventure universitaire discordante sur le plan du scénario.

Que se trouvent aussi remerciés les enseignants drômois ayant accepté de participer à ce travail.

Table des matières

Introduction 7

Cadre théorique 9

Les manuels scolaires de mathématiques 9

Définition, rôles et diversité 9

Les objets de recherche des études sur les manuels scolaires 10

Deux typologies de problèmes arithmétiques 12

Apports de deux théories cognitives de la résolution de problèmes 15

La théorie des schémas 16

La théorie des modèles mentaux 17

Les conceptions intuitives des élèves 18

Les conceptions intuitives en mathématiques : modèles tacites et métaphores conceptuelles 19

Trois types d'analogies intuitives 20

Les analogies de substitution 20

Les analogies de scénario 23

Les analogies de simulation 25

Synthèse sur les trois formes d'analogies intuitives 27

Les liens avec la didactique des mathématiques 28

Objectifs de la recherche et hypothèses 29

Méthode 32

Étude des problèmes arithmétiques à énoncés verbaux proposés dans les manuels scolaires 32

Choix des manuels scolaires 32

Description des manuels scolaires analysés 33

Critères d'identification des énoncés intégrés dans la base de données 35

Modalités de codage des énoncés 37

Étude de pratiques enseignantes concernant l'enseignement des mathématiques et la résolution de problèmes 40

Participants 40

Entretiens : conditions générales, guide et codage des données 41

Résultats 43

Analyse des énoncés dans les manuels scolaires **43**

Résultats généraux 43

Analyse exploratoire concernant les effets des manuels scolaires 46

Analyse exploratoire concernant les effets des opérations arithmétiques 50

Analyse exploratoire concernant la nature des entités numériques 54

Analyse exploratoire des entretiens semi-dirigés **55**

Discussion générale ***58***

Discordances d'analogies selon les manuels scolaires **60**

Discordances d'analogies selon les opérations arithmétiques élémentaires **61**

Discordances d'analogies selon la nature des entités numériques **62**

Des pratiques enseignantes plutôt homogènes **63**

Limites et perspectives ***64***

Références bibliographiques ***67***

Liste des annexes ***72***

Annexe 1 : Guide d'entretien semi-dirigé **72**

Annexe 2 : Extrait de la base de données constituée de 3 134 énoncés **74**

Introduction

Les arguments sont pléthore lorsqu'il s'agit d'inscrire un travail de recherche dans les domaines de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques. Discipline à forte valeur dans la scolarité, elle est juge de paix dans les parcours d'orientation des élèves qui n'accèderont aux études et aux écoles les plus prestigieuses qu'à la condition d'atteindre en mathématiques un niveau de performance élevé. Or, les enquêtes internationales telles que PISA (Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves) et TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) produisent périodiquement des mesures de ces performances à plusieurs niveaux de la scolarité obligatoire et génèrent des palmarès dans lesquels la France figure à des places décevantes au regard de son niveau de richesse et de sa place historique sur l'échiquier politique mondial. Si elle se situe dans l'étude PISA 2015 légèrement au-dessus de la moyenne des pays de l'OCDE (493 points, contre 490 points en moyenne, dans les pays de l'OCDE), elle se classe néanmoins au dernier rang des 19 pays participants dans l'évaluation TIMSS 2015. Il est certes possible de s'interroger sur les contenus et méthodes de ces évaluations, tout comme sur les interprétations de ces résultats. Il n'en demeure pas moins que le Conseil National d'Étude des Systèmes Scolaires (CNESCO, 2016) relève une corrélation marquée entre les résultats de ces deux études pour l'ensemble des pays participants et que les enquêtes nationales (CEDRE[1] et JDC[2]) montrent une fragilité des acquis en mathématiques installée dès l'école primaire et persistante en fin de scolarité obligatoire au point d'observer que 10 % des jeunes Français souffrent d'un handicap dans la réalisation d'activités quotidiennes dès que les nombres sont en jeu. Certes, des facteurs externes au système éducatif peuvent être invoqués, liés aux inégalités sociales, au statut migratoire ou à la langue parlée dans la famille. Néanmoins, ces constats alarmants ont conduit le Ministère de l'Éducation Nationale à ériger l'enseignement des mathématiques

---

1 http://www.education.gouv.fr/cid53629/cedre-2014-mathematiques-en-fin-d-ecole-primaire-les-eleves-qui-arrivent-au- college-ont-des-niveaux-tres-heterogenes.html

2 http://www.education.gouv.fr/cid58761/journee-defense-et-citoyennete-2014-un-jeune-sur-dix-handicape-par-ses- difficultes-en-lecture.html

comme priorité nationale et un rapport sur l'enseignement des mathématiques, rédigé par Villani, Torossian et Dias, a été remis en 2018, dans lequel les auteurs proposent des mesures pour différents échelons du système éducatif. Plusieurs leviers de progrès sont identifiés dont la formation et le développement professionnel des enseignants mais aussi le choix des approches didactiques et le transfert des apports de la recherche vers les pratiques de terrain.

C'est autour de ces deux derniers axes que le travail qui va suivre trouve son origine, s'inscrivant dans le contexte de l'école primaire, strate charnière dans la construction des concepts mathématiques. Il sera ici question de s'intéresser au champ particulier de la résolution de problèmes, historiquement central dans les curricula, et particulièrement à l'identification des obstacles à l'œuvre dans les processus cognitifs de résolution. Par l'analyse des problèmes arithmétiques à énoncés verbaux présents dans les manuels scolaires, supports pédagogiques largement présents dans les classes et les habitus des pratiques enseignantes, ce travail de recherche propose d'interroger la diversité des énoncés fréquentés par les élèves au long des trois années du cycle 2[3] (6-9 ans) et de tester les éventuelles inégalités de représentation de certaines catégories de problèmes, potentiellement explicatives de performances fragiles. Les notions mathématiques considérées sont les quatre opérations arithmétiques élémentaires, analysées en contexte de résolution de problème sous le prisme des analogies intuitives. Par ailleurs, étant donné la grande diversité d'usages qui est faite des manuels scolaires par les enseignants dans leurs pratiques, une étude complémentaire sous la forme d'entretiens semi-dirigés a été conduite pour tester la place réservée aux manuels scolaires dans l'enseignement des mathématiques et dans le travail de préparation pédagogique des enseignants mais aussi la connaissance qu'ont les enseignants concernant les phénomènes analogiques décrits et leur influence sur les processus cognitifs de résolution. Les résultats de cette seconde étude doivent venir soutenir ou fragiliser les résultats de l'étude du corpus d'énoncés selon le taux d'usage des manuels scolaires dans les pratiques.

[3] Le cycle 2 regroupe les niveaux CP, CE1 et CE2 qui correspondent aux niveaux 3PH, 4PH et 5PH du système éducatif romand.

Cadre théorique

Les manuels scolaires de mathématiques

Définition, rôles et diversité

Dans le contexte du système éducatif français, un groupe d'Inspecteurs généraux, rédacteurs d'un rapport à ce sujet (Inspection Générale Éducation Nationale, 1998), a proposé de définir comme manuel scolaire « tout support pédagogique (livres ou fiches) qui doit être acquis par l'élève (lycée) ou qui est mis à sa disposition par l'établissement (école primaire et collège) ». Initialement dénommé « livre élémentaire » par Condorcet en 1792 dans son discours à l'Assemblée Nationale, le développement de cette ressource pédagogique s'est massivement accru en France à partir de 1833 avec le vote de la loi Guizot (Priolet & Mounier, 2018).

On peut relever que depuis une vingtaine d'années, la littérature scientifique fait état d'une attention croissante vis à vis des manuels scolaires de la part de la communauté internationale de recherche sur l'enseignement des mathématiques (Mounier & Priolet, 2015 ; Schubring & Fan, 2018). Pour illustrer, la troisième enquête TIMMS de 2011 intégrait pour la première fois à son étude l'analyse de centaines de manuels scolaires provenant d'une cinquantaine de pays et constatait qu'en moyenne, tous pays confondus, 96 % des enseignants utilisaient cet outil comme base principale de leur pratique éducative. Il semble d'ailleurs faire consensus chez les auteurs (Jäder, Lithner & Sidenvall, 2019 ; Vicente, Sanchez & Verschaffel, 2019) que le manuel scolaire est, depuis son origine, un des facteurs d'influence sur l'enseignement et l'apprentissage des élèves, notamment en mathématiques.

Ces travaux mettent en évidence la diversité des supports pédagogiques existant dans les systèmes éducatifs à travers le monde. Par exemple, aux États-Unis où le système scolaire est décentralisé, chacun des 16 000 districts établit son curriculum en appui sur les conseils des 49 états – hors Iowa – (Zhu & Fan, 2013), provoquant l'édition d'un nombre conséquent de supports pédagogiques différents. En France, Mounier et Priolet, rédacteurs d'un rapport sur le sujet en 2015, inventorient sur le marché français une offre éditoriale pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire de 120 titres répartis en 26 collections différentes. En Espagne, trois manuels concentrent 90 % des utilisateurs alors que

86 % des élèves utilisent un même manuel à Singapour (Vicente *et al.*, 2019).

Les objets de recherche des études sur les manuels scolaires

Les recherches sur les manuels s'attachent le plus souvent à établir des comparaisons de contenus ou d'approches didactiques. Lorsque ces comparaisons portent sur des manuels issus de systèmes éducatifs distincts, les résultats mesurent des écarts susceptibles d'expliquer les différences de performances obtenues par les élèves, notamment aux enquêtes internationales. Les auteurs considèrent en effet que si les manuels sont un facteur d'influence pour l'apprentissage des élèves, ils sont également le reflet de la philosophie éducative et des valeurs pédagogiques de leurs concepteurs (Zhu & Fan, 2006) et que leur analyse permet d'étudier le programme scolaire tel qu'il est mis en œuvre dans le système éducatif concerné. Dans le domaine de la résolution de problèmes, les comparaisons se basent alors sur les typologies de problèmes proposés aux élèves et la représentativité des différentes catégories de problèmes dans les manuels analysés.

L'étude de Zhu et Fan (2006) propose par exemple une classification de problèmes organisée en sept catégories :

- Problèmes Routiniers *versus* Problèmes Non-Routiniers, selon qu'ils soient ou non résolubles par la simple application d'un algorithme appris,
- Problèmes Traditionnels *versus* Problèmes non traditionnels, selon la forme de tâches qu'implique la consigne, c'est-à-dire répondre à une question ou formuler une question, une stratégie,
- Problèmes Fermés *versus* Problèmes Ouverts, selon qu'ils acceptent une ou plusieurs bonnes réponses,
- Problèmes Applicatifs *versus* Problèmes Non-Applicatifs, selon qu'ils soient liés ou non à un contexte pratique de la vie quotidienne,
- Problèmes à Étape Unique *versus* Problèmes à Étapes Multiples, selon qu'ils nécessitent une ou plusieurs opérations arithmétiques,
- Problèmes de Données Suffisantes, Problèmes de Données Superflues *versus* Problèmes de Données Insuffisantes, selon que l'énoncé contient seulement les entités nécessaires, des données inutiles ou des données manquantes,
- Problèmes sous forme Mathématique, Problèmes sous forme Verbale, Problèmes sous

forme Visuelle et Problèmes sous forme Combinée, selon la forme de représentation des termes l'énoncé.

Cette étude montre, entre autres, que les élèves états-uniens ont à résoudre, dans leurs manuels scolaires, près de deux fois plus de problèmes que les élèves chinois, avec une prédominance massive (≥ 93 %) pour les deux pays des problèmes de routine, des problèmes traditionnels et des problèmes fermés. Les manuels américains contenaient par contre considérablement moins de problèmes à étapes que les manuels chinois mais une plus grande proportion de problèmes liés à des situations réelles. Notons ici que la typologie mise en place dans cette étude ne prend pas en considération la structure arithmétique des problèmes, se référant à la forme de l'énoncé, à la nature de la tâche et à la caractérisation du contexte de la situation.

Un autre axe de recherche porte sur l'utilisation des manuels par les enseignants dans les classes. Mounier et Priolet, rédacteurs d'un rapport (2015) sur le sujet pour la Conférence de Consensus du CNESCO, font la démonstration d'une grande variabilité dans l'utilisation des manuels de la part des enseignants français, variabilité sous influence de nombreux facteurs de natures différentes. Le premier de ces facteurs a trait au principe de liberté pédagogique, central dans le système éducatif français, qui se heurte au fait que pour le niveau CP (premier niveau primaire), seul le support « fichier » est proposé par les éditeurs, contraignant l'élève à un format unique de réponse et l'enseignant à suivre la progression imposée. Le second facteur est lié au fait que les ouvrages sont systématiquement associés à un seul niveau d'enseignement alors que plus de 40 % des classes françaises scolarisent des élèves de niveaux multiples, ce qui engendre des usages différents du manuel selon la caractéristique de la classe. Mounier et Priolet montrent que le troisième facteur impactant l'usage pédagogique du manuel scolaire est lié au statut attribué par l'enseignant au guide pédagogique. Il s'agit d'un document adossé au manuel, destiné au professeur, dont le contenu présente l'approche didactique choisie par les auteurs de la méthode pour le niveau concerné. La programmation et la progression pédagogiques annuelles sont construites et présentées dans ce guide en cohérence avec cette approche et le déroulement des séances y est détaillé. Cet ouvrage figure au catalogue des éditeurs, indépendamment des autres outils (manuel, fichier, matériel). Les auteurs montrent un taux et des modalités d'usage très divers des guides pédagogiques. Ils notent enfin, quatrième facteur, que malgré la profusion et la diversité de l’offre éditoriale, le recours fréquent des enseignants à des ressources en ligne (majoritairement créées par des collègues) sous la forme de fiches prêtes à l’emploi, dans le but de compléter les apports du manuel présent dans la classe, au risque d’introduire dans leur enseignement des incohérences avec l’approche didactique du manuel. Notons ici qu’un recours important à des ressources numériques dispersées peut conduire les enseignants à opérer des biais de sélection dans les exercices à proposer aux élèves.

A notre connaissance, alors que depuis de nombreuses années il existe une littérature abondante sur les typologies de problèmes en didactique des mathématiques, il n’existe pas de recherche ayant étudié les contenus des manuels scolaires en France dans le domaine de la résolution de problèmes, ce qui semble montrer une absence de liens entre recherche et pratiques de terrain sur ce plan.

Deux typologies de problèmes arithmétiques

Les typologies de problèmes arithmétiques les plus connues ont émergé au cours des années 1980. Vergnaud (1982 ; 1988), Riley, Greeno et Heller (1983), Greer (1992) ont en effet proposé des classifications qui visent à organiser les énoncés selon les opérations arithmétiques et le type de relation entre les entités (p.ex. combinaison).

Vergnaud, psychologue et didacticien des mathématiques, a proposé une catégorisation des problèmes arithmétiques à énoncés verbaux qui reste aujourd’hui encore une référence essentielle dans la formation et la pratique des enseignants. On en retrouve d’ailleurs mention dans les guides pédagogiques qui accompagnent les manuels scolaires. Dans la collection Cap Maths (CP[4], Hatier, p. XXV), on peut par exemple lire : « La majorité des problèmes du champ additif proposés au CP le sont dans des contextes cardinaux où les nombres évoquent des quantités. Ces problèmes sont relatifs à trois structures différentes parmi celles qui ont été mises en évidences par Gérard Vergnaud (…). »

Cette typologie vise à catégoriser de manière exhaustive l’ensemble des énoncés selon l’opération arithmétique à mettre en œuvre pour le résoudre, la relation entre les variables présentes dans l’énoncé, et l’objet de la recherche. Le tableau 1 présente les différentes

[4] Le niveau CP correspond au niveau 3PH dans le système éducatif romand.

catégories de problèmes identifiées par Vergnaud exemplifiées avec les variables numériques 3, 5 et 8 pour les problèmes additifs et soustractifs.

Tableau 1. *Typologie des problèmes selon Vergnaud (1982, 1988) et exemples d'énoncés.*

	Problèmes additifs et soustractifs	
Composition de deux états	Recherche du composé	X a 3 billes. Y a 5 billes. Combien X et Y ont-ils de billes ensemble ?
	Recherche d'une partie	X et Y ont ensemble 8 billes. X a 3 billes. Combien Y a-t-il de billes ?
Transformation d'un état	Recherche de l'état final	X avait 3 billes. Puis Y lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant X ?
	Recherche de la transformation	X avait 8 billes. Il en a donné à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien a-t-il donné de billes à Y ?
	Recherche de l'état initial	X avait des billes. Il en a donné 5 à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien avait-il de billes ?
Comparaison d'états	Recherche de l'un des états	X a 8 billes. Y a 5 billes de moins. Combien de billes a Y ?
	Recherche de la comparaison	X a 8 billes. Y a 5 billes. Combien X a-t-il de billes de plus que Y ?
	Problèmes de multiplication	
Configuration rectangulaire	Recherche du nombre total d'éléments	Quel est le nombre de carreaux de chocolats que contient une tablette de 3 sur 5 ?
Multiplication	Recherche du nombre total d'éléments	J'ai 3 sachets de 5 billes. Combien ai-je de billes ?
	Problèmes de division	
Partition	Recherche de la valeur de la part	J'ai 15 billes. Je les distribue à mes 3 amis. Combien chacun reçoit-il de billes ?
Quotition	Recherche du nombre de parts	J'ai 15 billes. Je les distribue toutes. J'en donne 3 à chacun de mes amis. À combien d'amis ai-je distribué mes billes ?

Riley *et al.*, en 1983, ont également proposé une typologie de problèmes notamment additifs et soustractifs. Elle rejoint celle de Vergnaud, les problèmes de composition étant nommés de « combinaison », et ceux de transformation étant nommés de « changement ». Un des apports de leur étude réside dans la mesure des taux de réussite des élèves pour chaque énoncé et pour chaque niveau de classe, de la maternelle au CE2[5] soit des enfants scolarisés entre 5 et 9 ans (Tableau 2).

Tableau 2. *Taux de réussite (proportions de 0 à 1) en fonction du type de problème et du niveau scolaire. Tableau original construit à partir des tables 4.3 et 4.5 du chapitre de Riley, et al. (1983).*

Types de problèmes	**Taux de réussite**			
	Grade[6]			
	K	**1**	**2**	**3**
Changement (action)				
1. Joe avait 3 billes. Puis Tom lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant Joe ?	.87	1.00	1.00	1.00
2. Joe avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Tom. Combien de billes a maintenant Joe ?	1.00	1.00	1.00	1.00
3. Joe avait 3 billes. Tom lui en a donné. Joe a maintenant 8 billes. Combien Tom a-t-il donné de billes à Joe ?	.61	.56	1.00	1.00
4. Joe avait 8 billes. Il en a donné à Tom. Maintenant Joe a 3 billes. Combien Joe a-t-il donné de billes à Tom ?	.91	.78	1.00	1.00
5. Joe avait des billes. Tom lui en a donné 5 de plus. Maintenant Joe a 8 billes. Combien Joe avait-il de billes au début ?	.09	.28	.80	.95
6. Joe avait des billes. Il en a donné 5 à Tom. Maintenant Joe a 3 billes. Combien Joe avait-il de billes au début ?	.22	.39	.70	.80
Combinaison (statique)				
7. Joe a 3 billes. Tom a 5 billes. Combien de billes ont-ils ensemble ?	1.00	1.00	1.00	1.00
8. Joe et Tom ont ensemble 8 billes. Joe a 3 billes. Combien Tom a-t-il de billes ?	.22	.39	.70	1.00
Comparaison (statique)				
9. Joe a 8 billes. Tom a 5 billes. Combien Joe a-t-il de billes de plus que Tom ?	.17	.28	.85	1.00
10. Joe a 8 billes. Tom a 5 billes. Combien Tom a-t-il de billes de moins que Tom ?	.04	.22	.75	1.00
11. Joe a 3 billes. Tom a 5 billes de plus que Joe. Combien Tom a-t-il de billes ?	.13	.17	.80	1.00
12. Joe a 8 billes. Tom a 5 billes de moins que Tom. Combien Tom a-t-il de billes ?	.17	.28	.90	.95
13. Joe a 8 billes. Il a 5 billes de plus que Tom. Combien Tom a-t-il de billes ?	.17	.11	.65	.75

[5] Le niveau CE2 correspond au niveau 5PH dans le système éducatif romand.

[6] Grade K (kindergarten) : élèves de 5-6 ans, grade 1 : 6-7 ans, grade 2 : 7-8 ans, grade 3 : 8-9 ans.

14. Joe a 3 billes. Il a 5 billes de moins que Tom. Combien Tom a-t-il de billes ?	.00	.06	.35	.75
Égalisation (action)				
15. Joe a 3 billes. Tom a 8 billes. Que doit faire Joe pour avoir autant de billes que Tom ?				
16. Joe a 8 billes. Tom a 3 billes. Que doit faire Joe pour avoir autant de billes que Tom ?				

Ces résultats mettent en évidence des écarts de réussite importants entre des problèmes d'une même catégorie, par exemple pour les problèmes additifs de transformation pour lesquels l'élève doit mobiliser l'addition, bien que les valeurs numériques soient identiques. Ainsi, alors que l'énoncé 1 « Joe avait 3 billes. Puis Tom lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant Joe ? » est réussi à 100 % en première année d'école élémentaire, l'énoncé 6 « Joe avait des billes. Il en a donné 5 à Tom. Maintenant Joe a 3 billes. Combien Joe avait-il de billes au début ? » n'est réussi qu'à 39 % chez les élèves de ce niveau. Dans les deux cas, l'opération « 3 + 5 = 8 » conduit à la solution. Le taux de réussite de 100 % de l'énoncé 1 montre que les élèves de CP ne rencontrent aucune difficulté pour effectuer ce calcul. Dans un contexte de problème de transformation, la recherche de l'état final semble être une tâche bien plus accessible que la recherche de l'état initial.

En parallèle de ces études sur la structure mathématique des énoncés, les recherches en psychologie cognitive visent à d'identifier d'autres facteurs d'influence dans les processus cognitifs à l'œuvre dans les tâches de résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux.

Apports de deux théories cognitives de la résolution de problèmes

La résolution de problèmes est une activité complexe et multiple qui exige de nombreuses capacités cognitives mathématiques mais aussi générales (langage, lecture, mémoire, attention). Il fait consensus que la résolution d'un problème arithmétique à énoncé verbal passe nécessairement par la mise en œuvre d'un ou plusieurs calculs mais également par la construction d'une représentation mentale de la situation décrite par l'énoncé, représentation dans laquelle les données du problème doivent être mises en relation. Toutefois, lorsqu'il s'agit d'aller au-delà de cette considération générale pour suivre au plus près les processus en jeu, les théories de la résolution de problèmes font l'objet de débats dans la littérature scientifique.

La théorie des schémas

Kintsch et Greeno (1985) proposent « la théorie des schémas ». Dans ce modèle, le solveur opère une sélection dans l'énoncé des informations essentielles à la résolution puis mobilise un schéma stocké en mémoire à long terme, correspondant à la structure mathématique de l'énoncé et dans lequel il complète les cases vides avec les données de l'énoncé. Le problème est alors résolu sauf si le solveur a mobilisé un schéma erroné. Dans ce cadre, les performances des élèves s'accroissent avec l'âge et l'apprentissage puisque les schémas disponibles en mémoire se consolident et leur quantité augmente. Thevenot et Perret (2009) illustrent cette théorie avec l'énoncé suivant : « Jean a 52 billes. Tom a 17 billes et Paul a 24 billes. Combien Jean a-t-il de billes de plus que Tom et Paul ensemble ? ». Dans cet exemple, le terme « ensemble » mobilise le schéma de type « partie-tout » et le terme « de plus » le schéma de type « comparaison ».

Plusieurs résultats ne sont pas en phase avec ce modèle. En effet, ces derniers montrent que des modifications mineures dans la formulation de problèmes par ailleurs structurellement identiques conduisent à des différences significatives en termes de performances des solveurs (cf. Gros, Thibault & Sander, 2020). Ainsi, De Corte, Verschaffel et De Win (1985) ont montré que la modification de la formulation de problèmes partageant le même schéma avait un impact à la fois sur leur difficulté et sur le type d'erreurs commises par les solveurs. Par exemple, des problèmes tels que « Bob a reçu 2 biscuits. Maintenant, il a 5 biscuits. Combien de biscuits Bob avait-il au début ?» n'ont été résolus que par 36 % des enfants de l'étude, alors que des problèmes légèrement reformulés comme « Bob avait quelques biscuits. Il a reçu 2 biscuits de plus. Maintenant, il a 5 biscuits. Combien de biscuits Bob avait-il au début ? » ont été résolus par 55 % des enfants. D'autre part Thevenot et Perret (2009) indiquent que le fait de placer la question du problème en incipit de l'énoncé avait des effets sur la performance, particulièrement pour les élèves appelés « faibles calculateurs » (i.e. ayant des performances faibles). Si la résolution des problèmes découlait d'un recours aux schémas, ce sont chez les élèves appelés « bons calculateurs » (i.e. ayant des performances fortes) que les bénéfices devraient avoir été les plus importants.

En conclusion, ces études montrent que des processus interprétatifs supplémentaires entrent en jeu et modulent la performance des solveurs. La validité de la théorie des schémas, structures mentales abstraites complétées par les éléments spécifiques d'un énoncé donné, se trouve fragilisée par le fait qu'elle ne prend pas en compte les effets interprétatifs résultant de la compréhension de la situation (Gamo, Taabane & Sander, 2011). Ces études suggèrent la nécessité d'un modèle plus complet tenant compte ces effets de contenu.

La théorie des modèles mentaux

Initiée par Johnson-Laird (1983), la théorie des modèles mentaux propose une approche différente des processus de représentation mentale à l'œuvre dans la résolution d'un problème. Alors que dans la théorie des schémas le solveur prend en compte certains termes de l'énoncé pour identifier un schéma de résolution qui conduit à des calculs, la théorie des modèles mentaux considère comme centrale la compréhension de l'énoncé. Elle fait l'hypothèse que la stratégie de résolution ne passe pas par une structure abstraite de schéma mais que le lecteur construit une représentation de la situation de l'énoncé, isomorphe d'une situation, réelle ou imaginaire, et intégrant des éléments de détail de l'énoncé, ce qui n'est pas le cas lors de l'activation d'un schéma. Cette représentation ne se résume toutefois pas à une simple image mentale. Une information telle que, par exemple, « Le bureau n'est pas derrière le piano » peut être représentée mentalement mais, en raison de la présence de la négation, elle ne peut être captée par une image mentale. Il en est de même dans les situations de conjonction ou de disjonction (Thevenot & Perret, 2009). Par ailleurs, selon la théorie des modèles mentaux, les seules connaissances à mobiliser en mémoire à long terme s'inscrivent dans les domaines de la compréhension de la langue ou du décodage du texte. Dans tous les cas, le solveur construit une modèle mental initial (dont la qualité est donc déterminante), sur lequel il s'appuie pour accéder à la résolution. Un autre argument en faveur de la théorie des modèles mentaux est qu'avant même la scolarisation, les enfants réussissent à mettre en œuvre des stratégies de résolution informelles et à résoudre des problèmes arithmétiques. L'élaboration d'un modèle mental nécessite donc de stocker en mémoire les informations de l'énoncé et de traiter ces informations. C'est ici la mémoire de travail plutôt que la mémoire à long terme qui est sollicitée.

Cependant, si la théorie des modèles mentaux fournit des explications favorables aux processus mentaux à l'œuvre dans la résolution de problèmes arithmétiques, plusieurs limites semblent montrer que d'autres approches sont à considérer pour la compléter. En premier lieu, elle prend peu en compte l'influence des connaissances préalables que l'individu mobilise pour construire le modèle mental. Sander (2017) propose de prendre en compte les conceptions intuitives pour expliquer certains des obstacles que l'élève a à surmonter dans la tâche de résolution. Il devient ainsi nécessaire de s'interroger sur les liens entre concepts mathématiques et extra-mathématiques.

En second lieu, il a été noté qu'élaborer un modèle mental, consiste à construire une représentation « interne analogique de situation réelle ou imaginaire » (Thevenot & Perret, 2009). Il est donc question pour le solveur de procéder à un rapprochement entre l'énoncé du problème et une situation déjà rencontrée, de structure isomorphe. Selon cette théorie, un modèle est comme une image internalisée de la situation et qu'il n'y aurait qu'une seule manière de la percevoir. Les études de Riley *et al*., (1983 ; cité par Sander, 2017) montrent que ce n'est pas le cas. En effet, l'énoncé « Paul a 7 billes dans sa poche. Il en donne 3 à Jean. Combien lui reste-t-il de billes ? » est bien mieux réussi par les élèves de 6 ans que « Paul a 7 billes. Jean a 3 billes. Combien Jean a-t-il de billes de moins que Paul ? ». Pourtant, ces deux énoncés se solutionnent par la même opération : « 7 – 3 = 4 ». La littérature montre donc une hétérogénéité dans le transfert de connaissances selon le contexte. Ainsi, on peut tout aussi bien observer un transfert efficace, absent ou erroné entre la réussite d'un problème préalable et la résolution d'un problème nouveau (Sander, 2018) alors même que leur structure arithmétique est identique. Il semble de ce fait important de tenir compte des facteurs influençant le processus analogique à l'œuvre dans celui de l'élaboration du modèle mental, comme les conceptions intuitives.

Les conceptions intuitives des élèves

Sander (2017) montre que l'élève, à l'école, est susceptible de mobiliser des connaissances acquises dans des contextes divers, scolaires ou extra-scolaires et qu'il est nécessaire – parce qu'elles vont interférer avec les apprentissages nouveaux - que l'enseignant les prenne en compte pour programmer les apprentissages et pour comprendre les difficultés. Parmi ces connaissances figurent les conceptions intuitives. Elles sont définies comme possédant :

Un domaine de validité délimité par les caractéristiques partagées entre la connaissance issue de la vie quotidienne et la notion scolaire, assimilable à l'empan des situations pour lesquelles elle mène à des conclusions correctes sur le plan de la discipline scolaire concernée. (Sander, 2017)

Pour une situation hors de cet empan, les frontières du domaine de validité seront franchies, ce qui conduira à une conclusion incorrecte. Ainsi, Vosniadou et Brewer (1992) décrivent qu'un quart des enfants de 6 ans pensent que la Terre est un disque dont on peut tomber si l'on en franchit le bord. Dans leur vie quotidienne, ils observent que les objets roulant sur une table finissent par tomber. Par analogie, ils concluent que « la Terre a un bord ». Cette représentation est erronée. Cependant, par les processus de développement conceptuel, ces conceptions intuitives vont évoluer et participer au développement d'autres concepts et à l'accroissement de la cohérence du système de savoirs. Elles sont donc à prendre en compte plutôt qu'à éradiquer.

Les conceptions intuitives en mathématiques : modèles tacites et métaphores conceptuelles

Concernant les notions mathématiques, les conceptions des élèves sont déterminées par la théorie des modèles tacites (Fischbein, 1989, 1994) ou celle des métaphores conceptuelles selon la terminologie de Lakoff et Nuñez (2000). Selon la théorie des modèles tacites, « chaque opération arithmétique reste généralement attachée à un modèle intuitif, primitif, implicite et inconscient. L'identification de l'opération nécessaire pour résoudre un problème… n'est pas directe, mais est faite par l'intermédiaire du modèle. » (Fischbein, Deri, Nello & Marino, 1985, p. 4). Ces modèles sont utilisés de manière privilégiée dans les raisonnements mathématiques car ils sont simples et peu coûteux. En outre, Tirosh et Graeber (1991) ont montré qu'ils perdurent alors même que la notion a fait l'objet d'un apprentissage. Lakoff et Nuñez (2000) montrent que les métaphores constitutives des notions mathématiques prennent naissance dans l'expérience concrète et sont peu dépendantes de l'instruction scolaire. Ils utilisent pour elles la terminologie de métaphores ancrées *(grounding metaphors*). Dans ce cadre, l'addition se trouve définie par une réunion de collection et la soustraction par l'exclusion d'une petite collection d'une plus grande. De même, la conception intuitive de la multiplication est que multiplier consiste à additionner plusieurs fois (addition réitérée), celle de la division étant que diviser, c'est partager en parties égales (ou soustraction réitérée) donc « rendre plus petit ». À chaque opération arithmétique correspond donc une conception intuitive, directement applicable en termes d'action parce que fruit d'expériences concrètes répétées. Ces conceptions sont opérantes dans un ensemble considérable de situations mais sont aussi obstructives hors de cet ensemble, alors même que la notion mathématique à mobiliser est identique. Dans ce cas, cette notion ne peut pas être considérée comme maîtrisée et comprise dans toutes ses dimensions. Nous allons examiner en détail l'existence de trois types analogies intuitives qui expliquerait cette difficulté à maitriser une notion dans toutes les situations possibles.

Trois types d'analogies intuitives

Constat étant fait que, dans le domaine des mathématiques, les conceptions intuitives s'avèrent limitantes pour l'acquisition des notions, il est alors question d'approfondir la compréhension des processus d'analogie en jeu dans le champ de la résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux. L'analogie se définit comme un mécanisme psychologique adaptatif fondé sur la référence au connu pour appréhender la nouveauté. Ainsi, une analogie « rend possible de comprendre une situation [la cible] dans les termes d'une autre [la source] » (Holyoak & Thagard, 1995). Sander (2018) identifie trois formes d'analogies intuitives constituant des facteurs d'influence dans les processus de résolution de problèmes à énoncés verbaux. S'inscrivant dans le cadre théorique « A-S^3 », les analogies dénommées de « substitution », de « scénario » et de « simulation » reposent sur des connaissances extra-mathématiques des élèves, liées à leur vécu et construites en amont de leur scolarisation. Lorsque ces analogies conduisent à des inférences pertinentes, elles sont alors facilitatrices pour la résolution. Dans le cas contraire, elles lui font obstacle et doivent être surmontées. Identifier les analogies suscitées par un énoncé chez les élèves permet ainsi d'évaluer le degré de difficulté du problème selon que la situation choisie se trouve dans ou hors du domaine de validité de l'analogie. Nous allons maintenant préciser ce qu'il est entendu par chacune de ces formes d'analogies.

Les analogies de substitution

Cette forme d'analogie, à la différence des deux autres, porte sur les notions mathématiques. Elle sera ici décrite pour les quatre opérations arithmétiques élémentaires dont l'apprentissage est programmé sur la scolarisation primaire. La terminologie de

« substitution » trouve sa justification dans le fait que la connaissance préalable de l'élève, ancienne et familière (mathématique et extra-mathématique), se substitue à la notion mathématique en jeu. L'analogie de substitution s'inscrit ainsi dans un certain domaine de validité (Sander, 2008) au sein duquel conception intuitive et notion mathématique coïncident. Lorsque c'est le cas, le recours à l'analogie engendre une inférence facilitatrice dans le processus de résolution. A l'inverse, pour un énoncé dont la situation se situe hors du domaine de validité de l'analogie, le recours à la conception intuitive devient obstructif à la résolution.

L'addition

Dans le champ des problèmes de types additifs, l'analogie de substitution est celle de l'ajout (Fischbein, 1989 ; Lakoff & Nuñez, 2000), soit dans une situation d'accroissement d'un état initial et d'une recherche de la valeur de l'état final (p.ex. « Joe avait 3 billes. Puis Tom lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant Joe ? »), soit dans une situation de la réunion de deux ensembles et d'une recherche de la valeur du tout (p.ex. « Joe a 3 billes. Tom a 5 billes. Combien de billes ont-ils ensemble ? »). Les énoncés de ce type sont réussis à 100 % par les élèves de 6 ans (Riley *et al*., 1983). A l'inverse, l'énoncé « Joe avait des billes. Il en a donné 5 à Tom. Maintenant Joe a 3 billes. Combien Joe avait-il de billes au début ?» ou « Joe a 3 billes. Tom a 5 billes de plus que Joe. Combien Tom a-t-il de billes ? » qui se résolvent également par l'opération « 5 + 3 = 8 » sont réussis respectivement à hauteur de 39 % et 17 % par les élèves de même âge, soit avec une chute significative des performances. Les situations de perte avec recherche de l'état initial ou de comparaison avec recherche d'un des états se situant hors du domaine de validité de l'analogie de substitution de l'addition, le solveur est privé de l'accès à la notion mathématique pertinente (ici l'addition) par la voie analogique.

Une activité de création d'énoncés se résolvant par l'opération « 5 + 3 = 8 » confirme ces résultats. On observe une production très majoritaire d'énoncés proposant des situations d'ajouts alors que les individus sont mis en difficulté lorsqu'il leur est demandé d'inventer un énoncé se résolvant par l'opération « 5 + 3 = 8 » dans lequel on ne fait que perdre.

La soustraction

Pour la soustraction, l'analogie de substitution est la perte, le retrait (Fischbein, 1989 ; Lakoff & Nuñez, 2000) et la recherche de la quantité restante. Ainsi, l'énoncé « Joe avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Tom. Combien de billes a maintenant Joe ? » est résolu à 100 % par les élèves de 6 ans (problème de transformation avec recherche de l'état final donc du reste) alors que la réussite n'est que de 28 % pour « Joe avait des billes. Tom lui en a donné 5 de plus. Maintenant Joe a 8 billes. Combien Joe avait-il de billes au début ? ». Comme dans le cas de l'addition, l'activité de création d'énoncés dont la solution passe par l'opération « 8 – 5 = 3 », produit majoritairement des situations de recherche de reste alors qu'inventer un énoncé se résolvant avec la même opération mais dans une situation où l'on ne fait que gagner met en échec les participants. Pour cette opération, le domaine de validité de l'analogie de substitution étant circonscrit aux situations de retrait, le recours à la soustraction par l'analogie est empêché dans les situations pourtant soustractives où l'on cherche la valeur de l'écart, d'un terme, du gain ou de la partie manquante.

La multiplication

Concernant la multiplication, l'analogie de substitution est l'addition réitérée (Fischbein, 1989 ; Lakoff & Nuñez, 2000 ; Sander, 2008) avec la croyance erronée que « multiplier rend plus grand ». Les énoncés multiplicatifs produits sont de la forme stéréotypique « J'ai 3 paquets de 10 gâteaux. Combien cela fait-il de gâteaux en tout ? » soit avec un nombre entier ayant le statut de multiplicateur. Or, un énoncé dont les données numériques ne sont pas des nombres entiers sort du domaine de validité et ne permet pas le transfert analogique. Bell, Swann et Taylor (1981) montrent que l'énoncé « Si un gallon d'essence coûte £1,17, combien coûte 1,22 gallon ? » n'est réussi qu'à 44 % par les collégiens anglais de 12 à 15 ans alors que si l'on propose de chercher le prix d'une valeur entière de gallons, le taux de réussite atteint 100 %. De plus l'analogie est telle que les termes de la multiplication affectent la notion de commutativité de l'opération en attribuant aux termes de l'énoncé les statuts de multiplicateur et de multiplicande. Une recherche menée auprès de collégiens italiens (Fischbein *et al*., 1985) montre un écart significatif de réussite lorsque les valeurs numériques sont identiques mais ont des statuts différents dans la situation. L'énoncé « Avec un quintal de blé, on obtient 0,75 quintal de farine. Quelle quantité de farine peut être obtenue avec 15 quintaux de blé ? » est réussi à 77 % alors que l'énoncé « Le volume d'un quintal de gypse est de 15cm3. Quel est le volume de 0,75 quintal ? » n'est résolu que par 53 % des mêmes collégiens. Ce résultat illustre la différence de statut que les solveurs attribuent aux termes de la multiplication donc les limites du champ conceptuel construit pour cette opération arithmétique.

La division

Enfin, pour la division, l'analogie de substitution est la recherche de la valeur de la part dans un contexte de partage équitable (Fischbein, 1989 ; Lakoff & Nuñez, 2000). Dans l'activité d'invention d'énoncés, plus de 90 % des adultes et des enfants proposent un partage équitable avec une question sur la taille de la part (Sander, 2008), le résultat s'exprimant dans la même unité que la quantité initiale. 78 % des élèves de 11 à 12 ans considèrent qu'il est impossible d'inventer un énoncé avec un résultat plus grand que la valeur initiale (Sander, 2008). Concernant les étudiants d'université, le taux de réponses erronées à cette épreuve est de 74 %, montrant la persistance chez l'adulte, de l'influence puissante de l'analogie de substitution et ce, bien après l'enseignement.

Synthèse sur les analogies de substitution

Les analogies de substitution, quelle que soit la notion mathématique en jeu, induisent une focalisation sur un nombre restreint de situations, masquant leur diversité (Sander, 2008). Elles constituent certes bien une entrée dans la notion et lui donnent du sens mais leur persistance chez l'adulte, y compris chez les enseignants en formation (Tirosh & Graeber, 1991) montre qu'elles ne sont pas déconstruites par l'apprentissage, faisant perdurer des stéréotypes notionnels et prétéritant le développement conceptuel. Cependant, c'est dans la combinaison avec les analogies de scénario que le développement conceptuel doit se questionner (Sander, 2018).

Les analogies de scénario

Comme pour les autres types d'analogies, une analogie de scénario repose aussi sur les connaissances extra-mathématiques de l'individu. Chaque énoncé possède une structure sémantique, non mathématique. On peut parler « d'habillage », ce qui présuppose que le contexte choisi pour la situation n'interfère pas avec la notion mathématique en jeu. Pourtant, Bassok, Chase et Martin (1998) ont montré que si l'on demande à des participants d'inventer des énoncés avec des entités ayant un lien de collatéralité (par exemple, des pommes et des poires qui appartiennent à la catégorie « fruits »), ce sont très majoritairement (97 %) des problèmes à structure additive qui seront proposés avec une question du type « Combien y a-t-il de fruits en tout ? ». De la même manière, si les entités ont un lien de fonctionnalité (par exemple, des oranges et des paniers), les énoncés proposés seront essentiellement (94 %) à structure multiplicative avec une question du type « Quel est le nombre d'oranges par panier ? ». Lorsque la structure mathématique du problème est concordante avec la nature des liens entre les entités (collatéralité et champ additif, fonctionnalité et champ multiplicatif), la résolution est facilitée. En revanche, en cas de discordance, comme par exemple dans « Combien de fois plus d'oranges que de pommes ? » (collatéralité et champ multiplicatif), la difficulté de résolution du problème s'en trouve accrue.

Gros, Thibaut et Sander (2015) mettent également en évidence que deux énoncés isomorphes induisent chez les solveurs, y compris avec un haut niveau d'étude, des stratégies de résolution différentes. Le premier « Laurent achète une trousse à 7€ et un classeur. Il paie 15€. Jean achète un classeur et une équerre. Il paie 3€ de moins que Laurent. Combien coûte l'équerre ? », présentant des caractéristiques cardinales, est presque systématiquement résolu en trois étapes alors que le second, avec des caractéristiques ordinales, « Laurence a suivi des cours de danse pendant 7 ans et s'est arrêtée à 15 ans. Jeanne a commencé au même âge que Laurence et s'est arrêtée 3 ans plus tôt. Combien de temps Jeanne a-t-elle suivi ses cours de danse ? » est majoritairement résolu par une seule opération (« 7 – 3 = 4 »). La structure sémantique de l'un suscite une stratégie par complémentation, celle de l'autre une stratégie par comparaison. Plus récemment, Gros, Sander & Thibaut (2019) ont proposé à des adultes (non experts et experts en mathématiques) des problèmes mathématiques évoquant différents aspects de nos connaissances générales non mathématiques mais impliquant une résolution fondée sur une seule soustraction avec des petites quantités comme « 14 – 2 = 12 ». Par exemple, les auteurs ont proposé un problème cible de type cardinal « Paul a une certaine quantité de billes rouges. Il a aussi des billes bleues. Au total, Paul a 14 billes. Jolene a autant de billes bleues que Paul, et quelques billes vertes Elle a deux billes vertes de moins que Paul a des billes rouges. Combien de billes possède Jolene ? » qui peut également être présenté comme le problème de type ordinal « Sofia a voyagé pendant un certain temps. Son voyage a commencé pendant la journée. Sofia est arrivée à 14 h. Fred est parti en même temps que Sofia. Le voyage de Fred a duré 2 h de moins que celui de Sofia. Quelle heure était-il quand Fred est arrivé ? ». Les résultats ont révélé chez les deux populations des performances inférieures pour les problèmes cardinaux que pour les problèmes ordinaux. Ces résultats démontrent que des connaissances de la vie quotidienne (non mathématiques non pertinentes) interfèrent dans la résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux, même chez les experts qui sont censés maîtriser un raisonnement abstrait et indépendant du contexte.

En conclusion, ces résultats mettent en évidence que l'analogie de scénario est un facteur d'influence sur les processus de résolution, facteur dissociable de l'analogie de substitution et que lorsque scénario et structure mathématique concordent, on ne peut déterminer, de l'une ou de l'autre, ce qui a présidé à la réussite. A contrario, en l'absence de cette concordance, la réussite est un indicateur de la maitrise conceptuelle de la notion par le solveur.

Les analogies de simulation

Les travaux conduits auprès de jeunes enfants non scolarisés (Carpenter, Ansell, Franke, Fennema & Weisbeck, 1993) montrent qu'ils sont en capacité de résoudre par des stratégies informelles, des problèmes pouvant par ailleurs être résolus par des opérations arithmétiques. Conformément à la théorie des modèles mentaux décrite précédemment, à partir d'un énoncé verbal, le solveur construit un modèle mental analogue à une situation connue en préservant les caractéristiques des entités de l'énoncé et il opère sur ce modèle. Lorsqu'il peut utiliser la simulation mentale pour parvenir à la solution, l'analogie de simulation est facilitatrice. Elle est obstructive lorsque la simulation n'est pas possible.

Schliemann, Araujo, Cassundé, Macedo et Nicéas (1998) ont ainsi montré qu'au problème « Quel est le prix de 3 objets à 50 cruzeiros ? », les adolescents brésiliens jamais scolarisés et faisant du commerce de rue étaient 75 % à répondre correctement mais que leur performance chute à 0 % lorsque l'énoncé devient « Quel est le prix de 50 objets à 3 cruzeiros ? ». Concordants sur le plan des analogies de substitution (addition réitérée) et de scénario (recherche du prix d'un achat groupé), ces deux énoncés sont pourtant de difficulté inégale. Dans le premier cas, la simulation mentale est possible (« 50 + 50 + 50 ») alors que dans le second cas, elle est inaccessible (3 additionné 50 fois). Lorsque la simulation mentale est possible, elle est facilitatrice pour la résolution. Lorsqu'il ne peut y être fait recours car trop coûteuse, le solveur doit faire appel aux propriétés des opérations arithmétiques. Les résultats de l'étude de Brissiaud et Sander (2010) à propos de quatre énoncés de problèmes de type soustractif proposés à des élèves de CE1[7] (7 ans) illustrent l'influence de la simulation mentale sur la performance (tableau 3).

Tableau 3. *Tableau original présentant l'analyse par le cadre théorique « A-S^3 » de 4 énoncés de type soustractif et taux de réussite d'élèves de CE1 de début d'année construit à partir des données de Brissiaud et Sander (2010).*

Énoncés concordants sur le plan de l'analogie de scénario (entités identiques / triplet 42-39-3)	**Taux de réussite**	**Analogie**	
		Substitution	**Simulation**
« Nicolas va en récréation avec 39 billes. Pendant la récréation, il gagne des billes et maintenant il en a 42. Combien de billes Nicolas a-t-il gagnées ? » Si-S[39 + □ = 42]	49 %	Discordant	Concordant
« Nicolas va en récréation avec 42 billes. Pendant la récréation, il perd 39 billes. Combien de billes reste-t-il à Nicolas ? » MA-S[42 – 39 = □]	27 %	Concordant	Discordant
« Nicolas va en récréation avec 3 billes. Pendant la récréation, il gagne des billes et maintenant il en a 42. Combien de billes Nicolas a-t-il gagnées ? » MA-S[3 + □ = 42]	22 %	Discordant	Discordant
« Nicolas va en récréation avec 42 billes. Pendant la récréation, il perd 3 billes. Combien de billes reste-t-il à Nicolas ? » Si-S[42 – 3 = □]	66,5 %	Concordant	Concordant

Ces résultats montrent que la difficulté du problème est dépendante de l'efficience de la simulation mentale. Au CE1 , un énoncé discordant sur le plan de l'analogie de substitution (recherche de l'écart) mais concordant sur le plan de l'analogie de simulation est significativement mieux réussi (49 %) qu'un énoncé concordant pour la substitution et discordant pour la simulation (27 %). Cette étude étend ces résultats également aux problèmes à structure multiplicative. Les auteurs ont montré que jusqu'en classe de CE2 (8-9 ans), la simulation mentale est un facteur déterminant pour les performances des élèves.

Une autre manière d'étudier ce facteur consiste à évaluer les effets d'une intervention expérimentale sur la réussite par des élèves à résoudre des problèmes non simulables mentalement. En effet, lorsque des entités numériques d'un problème ne permettent aux élèves de recourir à une simulation mentale, ils doivent utiliser alors des principes

[7] Le niveau CE1 correspond au niveau 4PH dans le système éducatif romand.

arithmétiques pour résoudre correctement le problème. Gvozdic et Sander (2020) ont montré chez les élèves de 6-7 ans les effets bénéfiques d'une intervention expérimentale nommée « ACE-ArithmEcole » destinée à favoriser cet usage de principes arithmétiques pour résoudre des problèmes de soustractions et d'additions. Dans cette intervention, les enseignants induisent les élèves à pratiquer un « recodage sémantique » de manière à ce que lorsqu'ils lisent un problème qu'ils ne peuvent pas simuler, comme par exemple « Luc a 22 billes, il en perd 18. Combien lui reste-t-il de billes ? », ils se détachent de la conception que la soustraction consiste toujours dans la recherche d'un reste après une perte, pour plutôt la voir comme le calcul d'un écart. Pour mesurer les effets de cette intervention, les auteurs ont testé trois catégories de problèmes : combinaison (« J'ai 7 billes bleues et 4 billes rouges, combien en ai-je en tout? »), comparaison (« J'ai 7 roses et 11 marguerites dans un bouquet, combien y a-t-il de marguerites de plus que de roses? ») et transformation («J'ai 4CHF et j'en gagne encore. J'ai à présent 11CHF. Combien en ai-je gagné ?»). Dans chacune de ces catégories figuraient des problèmes faciles à se représenter mentalement et à résoudre avec des stratégies informelles, et d'autres difficiles à simuler mentalement et pour lesquels le recours aux principes arithmétiques était nécessaire. Les résultats montrent que les élèves ayant appris à résoudre des problèmes mathématiques avec le dispositif « ACE-ArithmEcole » ont été 63,4 % à répondre correctement aux problèmes faciles à simuler mentalement, et 50,5 % à trouver la réponse des problèmes les plus complexes. Au contraire, les élèves du cursus standard n'ont été que 42,2 % à réussir les problèmes simples, et seulement 29,8 % à trouver la bonne réponse aux problèmes complexes. Les auteurs expliquent cette différence par le recours très fréquent à l'usage des principes mathématiques, plutôt qu'aux simulations mentales, de la part des élèves ayant participé au dispositif « ACE-ArithmEcole ». Ces résultats constituent une piste prometteuse pour favoriser l'abstraction et se détacher des simulations mentales.

Synthèse sur les trois formes d'analogies intuitives

Un lien est ici établi entre les connaissances quotidiennes et les notions mathématiques. Les analogies de substitution s'intéressent aux limites des champs conceptuels des notions mathématiques, ici ceux des quatre opérations arithmétiques élémentaires, les analogies de scénario appréhendent les contextes évoqués dans les énoncés et la nature des entités en jeu alors que les analogies de simulation impliquent les valeurs des données numériques du problème, donnant accès ou non à la simulation mentale. Les résultats de la recherche montrent que ces analogies intuitives sont présentes de manière précoce chez l'individu et qu'elles persistent à l'âge adulte, au-delà de la scolarité, y compris chez les enseignants, en particulier pour les analogies de substitution et de scénario. Les trois formes d'analogies décrites constituent donc des facteurs d'influence dans le processus cognitif de résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux. Elles sont dissociables les unes des autres et analyser un énoncé à travers le cadre théorique « A-S^3 » permet de caractériser chaque énoncé selon qu'il s'inscrit dans ou hors du champ de validité de chaque forme d'analogie et d'identifier la nature des difficultés qu'il présente pour les élèves.

Les liens avec la didactique des mathématiques

Ce travail s'inscrit dans le champ de la psychologie des apprentissages. Il semble néanmoins intéressant d'examiner brièvement la manière avec laquelle les didacticiens des mathématiques prennent en compte les dimensions extra-mathématiques des énoncés. Couderette (2018), dans une revue de littérature, cite la définition de Vergnaud selon laquelle un concept se décompose en trois ensembles : l'ensemble des problèmes qui lui donnent sens, l'ensemble des invariants opératoires qui lui sont liés et l'ensemble des formes langagières et non langagières agissant sur ces invariants opératoires. Il affirme également que la seule définition du concept est insuffisante pour accéder à son sens. Vergnaud défend l'idée que l'élève construit le sens du concept grâce aux schèmes (au sens de Piaget, c'est-à-dire « un canevas d'actions susceptibles d'être répétées activement ») qu'il met en œuvre lorsqu'il résout un ensemble de problèmes divers relevant de ce concept. Par ailleurs, Couderette (2018) souligne que les recherches mettent en évidence que les dimensions sémantiques et linguistiques constituent deux catégories de facteurs influençant les performances des élèves en résolution de problèmes, confirmant que les opérations arithmétiques ne suffisent pas à rendre compte de leurs difficultés. Vergnaud différencie d'ailleurs le « calcul numérique » du « calcul relationnel », c'est-à-dire du processus cognitif nécessaire à la gestion des relations que l'énoncé implique. Concernant la dimension linguistique, Couderette relève que les recherches montrent que la formulation des énoncés influe sur la réussite des élèves, notamment l'ordre dans lequel les informations sont données et certains éléments de lexique, facilitateurs ou obstructifs pour la représentation (en particulier ceux exprimant des relations). Enfin, Couderette (2018) attire l'attention sur l'importance d'identifier dans toute ressource didactique, donc dans les énoncés de problèmes présents dans les manuels scolaires, les éléments épistémologiques cruciaux. L'auteure suggère que c'est à cette condition que les enseignants accèderont à la compréhension des difficultés des élèves et qu'ils pourront proposer des stratégies pour les dépasser.

Objectifs de la recherche et hypothèses

Cette étude a pour **objectif principal** d'analyser les caractéristiques des problèmes arithmétiques à énoncés verbaux fréquentés par les élèves au long des trois années que constitue le cycle 2 soit du CP au CE2 (6 à 9 ans soit 3PH, 4PH, 5PH dans le système éducatif romand). Ces niveaux de classes ont été choisis en considérant que c'est au cours des premières années de scolarisation primaire que l'entrée dans les apprentissages des quatre opérations arithmétiques élémentaires est programmée dans les instructions officielles du système éducatif français. Cette analyse vise à renseigner les fréquences d'apparition d'énoncés concordants et discordants pour chacune des trois analogies intuitives, ayant établi qu'elles constituent des facteurs d'influence dans le processus de résolution et que leur identification renseigne sur les caractéristiques facilitatrices ou obstructives d'un énoncé. Cette démarche vise à établir dans quelles proportions les élèves sont amenés à résoudre des problèmes discordants au cours du cycle 2 avec l'objectif d'identifier des facteurs défavorables à l'accroissement des champs conceptuels pour les notions mathématiques concernées. Le corpus d'énoncés analysés a été constitué à partir des contenus de manuels scolaires qui sont des supports pédagogiques traditionnels largement diffusés et utilisés. Quatre collections de manuels ont été sélectionnées parmi une offre éditoriale étendue sur des critères de taux de présence dans les classes ou d'une récente mise en lumière médiatique. La première approche méthodologique choisie est donc celle de l'étude documentaire. Nos hypothèses concernant cette analyse sont les suivantes :

Hypothèse 1 : En raison du caractère précoce et persistant des analogies intuitives y compris chez l'adulte, est faite l'hypothèse que les énoncés présentant au moins une discordance pour les analogies de substitution et de scénario sont minoritaires (< 50 %) indépendamment de tous les autres facteurs (niveau, opération arithmétique, manuel scolaire) et que leur proportion augmente entre le début et la fin du cycle 2. Cette hypothèse n'inclut pas la discordance pour les analogies de simulation car les programmes scolaires prévoient que le domaine numérique couvert augmente avec le niveau de classe, allant des nombres inférieurs à 100 au CP jusqu'aux nombres inférieurs à 10 000 au CE2. En conséquence, ne peut être faite l'hypothèse que la proportion de situations non simulables mentalement (donc discordantes sur ce plan) soit statistiquement minoritaire.

Les hypothèses 2 à 4 portent sur les inégalités des taux de discordance selon la forme d'analogie considérée.

Hypothèse 2 : Sur le plan de l'analogie de substitution, qui lie connaissances quotidiennes et notions mathématiques, nous faisons l'hypothèse que les énoncés discordants, identifiés comme d'une difficulté supérieure, resteront minoritaires pour chacun des niveaux mais que leur fréquence augmentera au long du cycle, dans une logique de progressivité des apprentissages et d'accroissement des compétences des élèves.

Hypothèse 3 : Bassok, Chase et Martin (1998) ont trouvé que 97 % des énoncés de type additif présents dans les manuels scolaires impliquaient des entités avec un lien de collatéralité (p.ex. pommes et oranges) et que 94 % des problèmes de division faisaient intervenir des entités reliées fonctionnellement (p.ex. des pommes et des paniers). Sander (2016) observe également la difficulté pour les enseignants de construire des énoncés multiplicatifs à partir de collatéraux d'une même quantité superordonnée. Nous faisons donc l'hypothèse que la discordance sur le plan de l'analogie de scénario sera observée de manière fortement minoritaire et persistante sur l'ensemble du cycle.

Hypothèse 4 : La taille des nombres étant en jeu dans l'analogie de simulation, on peut faire l'hypothèse que les énoncés concordants pour l'analogie de simulation sont plus nombreux lorsqu'ils sont proposés au début de l'apprentissage de l'opération arithmétique.

Nous faisons également l'hypothèse que pour cette forme d'analogie, la discordance augmente au long des trois années du cycle 2. Elle serait ainsi peu présente au CP mais prédominerait en fin de cycle (CE2).

A titre exploratoire, nous nous proposons également de tester selon le niveau de classe :

- L'inégalité des taux de discordance selon le manuel scolaire,
- L'inégalité des taux de discordance selon l'opération arithmétique,
- Si le domaine « grandeurs et mesures » est affecté de la même manière que le domaine « nombres et calculs » du point de vue des taux de discordance.

Par ailleurs, notre connaissance professionnelle des pratiques de terrain nous conduit à identifier une limite à cette approche documentaire. En effet, si les manuels scolaires sont présents dans la très grande majorité des classes, leur usage par les enseignants dans leur pratique peut être très variable. Il est apparu important, pour atteindre l'objectif principal de documenter la fréquence d'exposition des élèves aux différentes catégories de problèmes, de compléter cette analyse par une étude exploratoire (quantitative et qualitative) des pratiques enseignantes dans le domaine de l'enseignement des mathématiques en général et dans celui de la résolution de problèmes en particulier, notamment sous l'angle des ressources utilisées pour la préparation pédagogique et la conduite des séances. Une série d'entretiens semi-dirigés a donc été menée auprès de douze enseignants de cycle 2. **L'objectif secondaire** de cette étude est de tester la place réservée aux manuels scolaires dans l'enseignement des mathématiques et dans le travail de préparation pédagogique mais également la connaissance que les enseignants ont concernant les phénomènes analogiques décrits et leur influence sur les processus cognitifs de résolution. Nos hypothèses sont les suivantes :

Hypothèse 5 : Nous faisons l'hypothèse que, comme Mounier et Priolet (2015) l'ont décrit dans leur rapport remis au CNESCO, les manuels scolaires sont présents dans les classes mais que les enseignants utilisent des ressources diverses (notamment numériques en ligne) pour préparer et conduire les séances pédagogiques de mathématiques en général et de résolution de problèmes en particulier.

Hypothèse 6 : Le phénomène d'existence d'analogies intuitives ainsi que leur persistance chez l'adulte et leur influence sur les processus cognitifs de résolution de problème ne sont pas connus des enseignants.

Méthode

Étude des problèmes arithmétiques à énoncés verbaux proposés dans les manuels scolaires

Choix des manuels scolaires

La liberté pédagogique est un principe saillant du système scolaire français et a pour conséquence de placer les enseignants devant une offre éditoriale pléthorique en termes de manuels scolaires. Les méthodes éditées sont pour l'essentiel, constituées d'un ensemble de supports, spécifiques pour chaque niveau de classe. Dans le domaine des mathématiques, cet ensemble comprend typiquement un guide pédagogique, un manuel élève ou un fichier de l'élève. Sont également fréquemment proposés des fichiers photocopiables à visée de différenciation pédagogique, des mallettes de matériel de numération et de jeux, des sites compagnons. Désormais, la plupart de ces supports sont disponibles en format numérique pour une utilisation interactive sur TBI. Toutes sont déclinées sous la forme d'une collection couvrant l'ensemble du cycle d'apprentissage concerné (ici le cycle 2), collection signée par le ou les mêmes auteurs. Ce sont le plus souvent des ouvrages collectifs dans les équipes desquelles figurent des professionnels de formations diverses : enseignants-chercheurs (p.ex. Rémi Brissiaud), inspecteurs de l'Éducation Nationale (p.ex. Nicolas Pinel), formateurs, professeurs des écoles, professeurs certifiés ou agrégés.

Les enseignants se trouvent donc face à une amplitude de choix considérable pour sélectionner une méthode pédagogique d'enseignement des mathématiques. Dans le but de mesurer les proportions d'énoncés concordants et discordants qu'un élève est amené à résoudre au long des trois années de cycle 2, quatre collections ont été sélectionnées. Parmi elles, trois ont été retenues pour la fréquence avec lesquelles leur utilisation est observée dans les classes par les conseillers pédagogiques de circonscription : Cap Maths (Hatier), Vivre les maths (Nathan) et Méthode Heuristique Mathématiques, ou « MHM » (site web et Nathan). La dernière, Méthode Singapour (Librairie des Écoles) a été intégrée à cette étude en raison d'une récente et importante visibilité médiatique suite notamment à la publication du rapport Villani-Torossian (2018) qui souligne une progression « en flèche » des performances des élèves singapouriens depuis la mise en œuvre du programme en 1997. Il est apparu pertinent d'intégrer cette méthode à l'étude pour analyser les contenus qu'elle propose dans le domaine de la résolution de problèmes et afin de donner l'occasion de mettre en évidence les éventuels écarts de taux de discordance qu'elle présente par rapport à des méthodes plus fréquemment rencontrées dans les classes.

Les fichiers de l'élève et les manuels présentent des contenus identiques. Cependant, le fichier de l'élève est à usage unique. Il s'agit d'un support pédagogique dans lequel l'élève écrit toutes ses réponses et recherches, y compris celles en calcul mental. A l'inverse, l'utilisation d'un manuel implique d'écrire ces traces sur un autre support, le plus souvent un cahier. Ceci nécessite de mobiliser des compétences encore non acquises par les élèves entrant à l'école élémentaire (6-7 ans) comme savoir se repérer dans l'espace d'une page quadrillée ou calligraphier rapidement de manière normée. Les enseignants de CP (voire CE1) qui choisissent une méthode d'éditeur sont contraints à l'utilisation d'un fichier élève, seul ouvrage disponible pour ce niveau alors que l'offre éditoriale permet un choix aux enseignants de CE2 entre manuel et fichier. En conséquence, pour faciliter une approche comparatiste, les contenus collectés dans ces quatre collections sont issus exclusivement des fichiers de l'élève.

Le guide pédagogique est quant à lui l'élément invariant des méthodes d'éditeurs. Alors que les manuels sont constitués d'un ensemble d'activités, le guide pédagogique est à destination unique de l'enseignant. Sont présentées dans les ouvrages de ce type, l'approche didactique, la progression et la programmation pédagogiques. Le déroulement de chaque séance y est décrit, ainsi que le matériel nécessaire et les consignes pour les phases de calcul mental. Son acquisition par l'enseignant est cependant indépendante de celle des fichiers, donc facultative. Certaines collections (p.ex. Cap Maths) donnent un accès libre en ligne à l'intégralité du guide pédagogique.

Description des manuels scolaires analysés

Comme le présente le tableau 4, trois des quatre séries étudiées, Cap Maths, Vivre les Maths et Méthode de Singapour, s'inscrivent dans des collections créées depuis plus de dix ans. Plusieurs versions se sont succédées, adaptées aux programmes en vigueur successifs (2002, 2008, 2015). La Méthode de Singapour annonce la publication d'une nouvelle version des fichiers CP, CE1 et CE2 en avril 2020. Concernant MHM, elle existe depuis 2014. Son auteur, Nicolas Pinel, professeur d'école, conseiller pédagogique puis inspecteur de l'Éducation Nationale, a conçu cette méthode qu'il a proposé de tester dans 3 puis 15 classes de cycle 2. Les ressources pédagogiques nécessaires à sa mise en œuvre ont été mises en ligne, en accès libre, avant d'être éditées progressivement par Nathan à partir de 2018. Hormis MHM qui émane d'un auteur unique, les autres collections sont des ouvrages collectifs dont les équipes comptent des enseignants du primaire et du secondaire. On relève une stabilité inégale de ces collectifs d'auteurs sur les trois ouvrages du cycle 2, la Méthode de Singapour ne conservant que la directrice de collection et intégrant des formateurs différents selon le niveau concerné.

Tableau 4. *Caractéristiques des manuels scolaires analysés*

	Editeur	Auteur(s)	Année de première parution	Année de parution et Volume			Volume total
				CP	CE1	CE2	
Cap Maths	Hatier	Roland Charnay - Professeur de mathématiques Georges Combier - Professeur de mathématiques Marie-Paule Dussuc - Professeure de mathématiques Dany Madier - Professeur d'Ecole Lydie Treffort (CE2) - Professeure d'école	2006	2019 111 pages	2016 111 pages	2016 126 pages	348 pages
Vivre les maths	Nathan	Jacqueline Jardy - Professeure d'Ecole, Enseignante formatrice Jacky Jardy - Directeur d'école d'application Loïc Rouy - Inspecteur de l'Education Nationale Ingrid Parrain (CP) - Professeure d'Ecole, enseignante formatrice Sonia Fayette (CE1) - Professeure d'Ecole, enseignante formatrice Thierry Fayette (CE2) - Directeur d'école	2009	2016 159 pages	2016 159 pages	2019 167 pages	485 pages
Méthode Heuristique des Maths	Nathan	Nicolas Pinel - Inspecteur de l'Education Nationale	2014	124 pages	136 pages	140 pages	400 pages
Méthode de Singapour	La librairie des écoles	Monica Neagoy - Docteure en didactique des mathématiques Nathalie Nakatani (CP)- Agrégée de mathématiques Alice Deville (CP) - Professeure d'Ecole Agnès Szikora (CE1/CE2) - Conseillère pédagogique Evelyne Touchard (CE1) - Conseillère pédagogique Françoise Bourhis-Lainé (CE2) - Agrégée de mathématiques, Formatrice à l'ESPE de l'Université Paris-Sorbonne Laurent Giauffret (CE2) - Conseiller pédagogique départemental Chantal Kritter (CE2) - Agrégée de mathématiques, Formatrice à l'ESPE de l'Université Paris-Créteil	2008	2019 224 pages	2017 256 pages	2018 256 pages	736 pages

Du point de vue de la structure des quatre séries de manuels, seul MHM présente une organisation sous la forme de « mini-fichiers » thématiques. Deux d'entre eux sont réservés à la résolution de problèmes. Les progressions pédagogiques des quatre séries sont spiralaires, c'est-à-dire que les notions visées font l'objet de séances récurrentes mais non successives dans la progression pédagogique.

Pour cette étude, une base de données a été constituée à partir des contenus de 12 manuels soit 3 ouvrages par collection, chacun concernant un niveau de classe spécifique du cycle 2 (CP, CE1, CE2). Notons que le manuel Méthode de Singapour édité par La librairie des Écoles est constitué de 2 volumes pour chaque niveau. D'autre part, la méthode MHM prévoit dans sa programmation des phases de travail autonome à partir d'énoncés de problèmes regroupés sous l'intitulé « Boite à énigmes ». Accessible au téléchargement uniquement sur le site de la méthode (hors éditeur), elle est composée de 60 énoncés dédiés au niveau CP et de 50 énoncés dédiés aux niveaux CE1 et CE2 sans distinction. Cet ensemble a été intégré à l'étude. Les éditions Nathan annoncent la publication de cet outil pour le printemps 2020 sous la forme de 3 boites de 50 énoncés soit un différentiel de 40 énoncés par rapport à l'existant.

Critères d'identification des énoncés intégrés dans la base de données

Pour constituer la base de données de cette étude, il s'est agi d'identifier dans les documents les activités relevant du domaine de la résolution de problèmes. Outre ceux explicitement catégorisés par les auteurs dans ce champ, ont été intégrés les exercices à énoncés verbaux ou ceux dont le scénario est illustré (Fig. 1) et pour lesquels seule la question est formulée en mots. Les élèves de niveau CP qui sont a priori non lecteurs, en début d'année du moins, peuvent de cette manière avoir accès à la compréhension de la situation. Dans ce cas, l'énoncé a été intégré à la base de données sous la forme d'un descriptif de l'illustration. Dans tous les cas, le scénario illustré pouvait être transformé en un énoncé verbal. Par exemple, pour le problème présenté dans la figure 1, l'énoncé serait : « 7 motos sont garées, 2 démarrent et quittent le parking. Combien de motos reste-t-il ? » Par ailleurs, la condition pour qu'une activité soit catégorisée comme problème pour notre étude était que la résolution implique la mobilisation d'une ou de plusieurs opérations algébriques (addition, soustraction, multiplication, division).

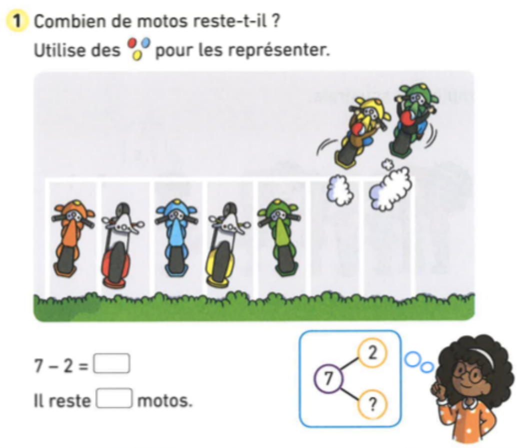

Figure 1. Exemple d'énoncé non verbal illustré (Méthode de Singapour CP, p. 49)

Concernant les phases de calcul mental, les problèmes prévus pour être lus à l'oral par l'enseignant ont également été intégrés. Ces énoncés ne figurent pas dans les fichiers élève où seul l'espace des réponses à inscrire est réservé. Lorsque le guide pédagogique propose explicitement ces énoncés, ils ont été intégrés à l'étude. Dans le cas où des formulations laissant le choix des valeurs numériques ou du type d'énoncé à l'enseignant, les items de l'activité n'ont pas été retenus dans l'étude (Fig.2), considérant que quelle que soit la méthode pédagogique sur laquelle choisit de s'appuyer l'enseignant, il a la possibilité de compléter par des apports de son choix en fonction des besoins d'apprentissage ou d'entrainement qu'il identifie pour les élèves. Une consigne de ce type ne permet pas de garantir que la catégorie d'énoncé de problème qui sera effectivement proposée aux élèves est celle qui était prévue par les auteurs en ce qui concerne les trois types d'analogies étudiées, particulièrement sur le plan de l'analogie de simulation, le choix des entités numériques étant laissé à l'appréciation de l'enseignant.

Calcul mental

Jeu de la cible

Valeurs à présenter :

rouge = 100 ; vert = 10 ; bleu = 1

Mettre trois marques simples pour comprendre le principe : *une marque dans la zone bleue, une marque dans la zone rouge, une marque dans la zone verte, ça fait 111.*

Recommencer avec trois autres marques.

Figure 2. Exemple d'énoncé de calcul mental non retenu. (MHM, guide des séances)

Enfin, dans le fichier Méthode de Singapour, les consignes des phases de calcul mental sont présentes pour chaque item sans que le fichier présente de modalité d'écriture des résultats. Faisant l'hypothèse qu'un enseignant ayant sélectionné une méthode d'éditeur s'appuie sur la progression proposée donc sur le guide pédagogique, choix a été fait de les intégrer à l'étude.

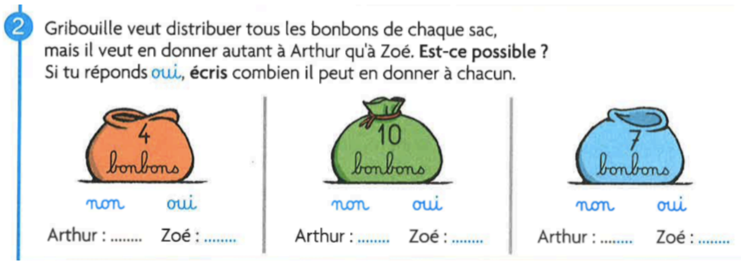

Figure 3. Exemple d'énoncé à plusieurs items (Cap Maths CP, p.39)

Dans le cas, fréquent, où une activité présentait plusieurs questions (Fig. 3), il a été considéré qu'il s'agissait pour l'élève de résoudre autant de problèmes puisque soit l'énoncé portait sur des valeurs numériques différentes, soit les questions représentaient les étapes de résolution.

Un pourcentage très faible (<1 %) d'activités s'inscrivant dans le domaine de la résolution de problèmes a été exclu de l'étude. Il s'agit des problèmes pour lesquels l'élève ne dispose pas des outils mathématiques nécessaires à leur résolution. Il doit alors avoir recours à une stratégie par tâtonnements, avec une succession d'essais-erreurs organisés ou non. Ce type particulier de problèmes, non applicatif c'est-à-dire dont la résolution ne passe pas par la mise en œuvre d'un algorithme algébrique appris en classe et qui vise à développer les compétences à chercher (élaboration et communication d'une stratégie originale et personnelle, organisation des essais), n'entre pas dans les catégories que décrit le cadre théorique de cette étude.

Modalités de codage des énoncés

Dans un premier temps, les énoncés ont été compilés dans un tableur dans lequel chaque ligne présente l'énoncé, ses caractéristiques et son analyse selon le cadre A-S^3. Ont été recueillis des éléments de référence : nom de la collection, niveau de classe, titre de la séance, numéro de l'exercice et numéro de page. Dans le cas où plusieurs problèmes étaient donnés à résoudre sous un même numéro d'exercice, une sous-numérotation, entre parenthèses, a été ajoutée (p.ex. 3(2)). Dans le même temps, les codages « c » pour « concordant » et « d » pour « discordant » ont été utilisés pour caractériser chaque énoncé selon qu'il se trouve dans ou hors du domaine de validité des analogies de substitution, de scénario ou de simulation. La concaténation de ces trois paramètres fait ainsi apparaître huit catégories de problèmes (2^3) comme le montre la figure 4.

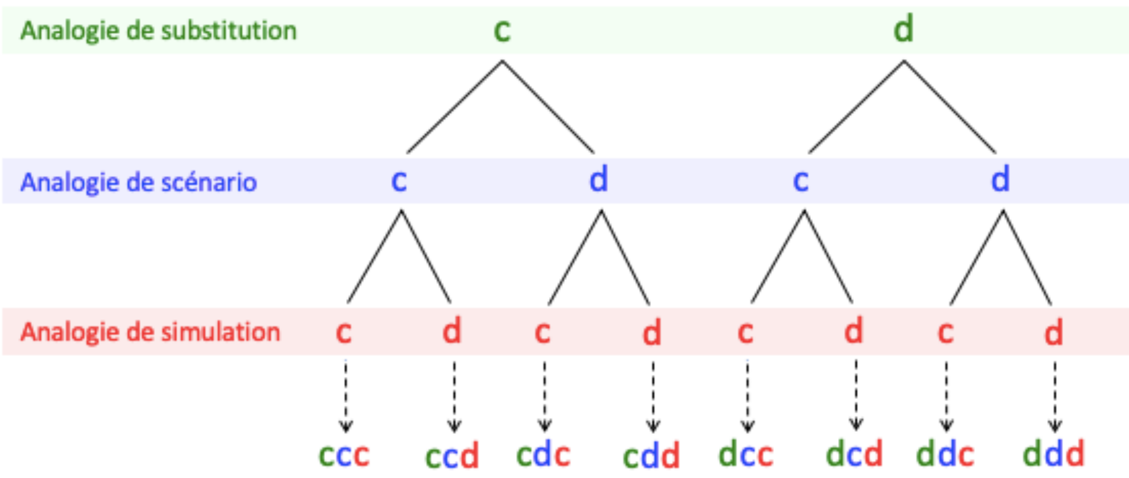

Figure 4. Arborescence des 8 catégories de problèmes selon leur concordance avec les analogies

Un autre critère de catégorisation des énoncés concerne l'opération algébrique à mobiliser pour la résolution. Elle a été codée « A » pour l'addition, « S » pour la soustraction, « M » pour la multiplication, « D » pour la division et « mixte » lorsque des calculs intermédiaires impliquant des opérations différentes étaient nécessaires. Il est à noter qu'ainsi codée, cette dernière catégorie ne donne pas accès au détail des opérations arithmétiques en jeu. Les deux derniers critères sont le nombre d'étapes opératoires pour aboutir à la solution (« 1 », « 2 », « 3 » ou « + »). Pour les problèmes s'inscrivant dans le champ « Grandeurs et Mesures », ils ont été codés « GM », suivi du type de grandeur concernée : « monnaie », « longueurs », « masses », « durées » ou « contenance ». Hors de ce champ, les problèmes ont été codés « NC » pour « Nombres et Calculs », qui correspond à la terminologie utilisée dans les programmes officiels du ministère.

Enoncés	Substitution	Scénario	Simulation Mentale	Analogies Concaténé	opération en jeu	nombre d'étapes	Analogies-Opérations-Etapes-Concat	Grandeurs et Mesure	Niv	Ouvrage
Arthur et Zoé placent des sacs de jetons dans une boite vide. Ecris combien il y aura de jetons dans la boite. (2 et 1)	c	c	c	ccc	A	1	cccA1	NC	CP	Cap Maths
Arthur et Zoé placent des sacs de jetons dans une boite vide. Ecris combien il y aura de jetons dans la boite. (4 et 1)	c	c	c	ccc	A	1	cccA1	NC	CP	Cap Maths

Figure 5. Extrait de la base de données présentant un exemple d'analyse d'énoncés pour l'ensemble des caractéristiques retenues (Cap Maths CP, p.8)

Chaque énoncé est analysé à travers l'ensemble de ces critères, comme montre l'exemple présenté par la figure 5, ce qui permet une caractérisation par concaténation du type « cccA1 » signifiant que l'énoncé est concordant sur les trois types d'analogies, que l'opération en jeu est l'addition et qu'une seule étape est nécessaire pour atteindre la solution.

Un premier codage des énoncés a été effectué entre les mois de septembre 2019 et de février 2020 puis une vérification de l'ensemble des codages a été faite en avril 2020 avant de procéder aux traitements statistiques.

Toutes les analyses statistiques ont été conduites en utilisant SPSS 25.0 (IBM SPSS Statistics, IBM Corporation). Les données du corpus étant exclusivement qualitatives, elles ont été décrites en taux observés. Pour évaluer la significativité des écarts entre ces taux, l'outil statistique utilisé est le test d'indépendance du Khi-deux[8] avec un seuil de .01 et une mesure de force d'association significative avec le *V de Cramer*[9] (plus de deux modalités). Pour déterminer si le taux observé est significativement différent d'un taux théorique, la statistique Khi-deux d'ajustement est utilisée (seuil de .01). Arbitrairement, le seuil théorique « majoritaire » ou « minoritaire » est établi à 50 % alors que le seuil théorique « très minoritaire » est établi à 33,33 %.

[8] Chaque cellule du tableau croisé présentant des effectifs supérieurs à 5.

[9] Pour le *V de Cramer* si > .10 association faible, si > .30 association moyenne, si > .50 association forte.

Étude de pratiques enseignantes concernant l'enseignement des mathématiques et la résolution de problèmes

Un objectif primordial de cette étude est de déterminer les proportions d'énoncés concordants et discordants auxquels les élèves sont confrontés au long des trois années de scolarité au cycle 2. L'approche principale choisie est celle de l'étude des contenus des manuels scolaires, à travers un échantillon d'ouvrages. Il est apparu pertinent, à titre exploratoire, de compléter cette étude par la réalisation d'entretiens semi-dirigés avec des enseignants du primaire concernant leur enseignement des mathématiques en général et le domaine « Résolution de problèmes » en particulier.

Participants

12 enseignants de cycle 2 ont accepté de participer à l'étude. La durée moyenne des entretiens a été d'environ 45 min. Les entretiens ont été enregistrés en audio et ont été conduits en appui sur un guide d'entretien semi-dirigé (Annexe 1) qui prévoyait dans un premier temps le recueil de données portant sur l'école d'exercice, le niveau et l'effectif de la classe et sur les anciennetés du professionnel dans la fonction et le niveau (Figure 6).

Code	1CH	2V	3PL	4M	5PL	6D	7D	8RJ	9SP	10PB	11S	12C	Totaux
Milieu	rural	REP	rural	rural	rural	urbain	urbain	rural	urbain	rural	rural	rural	
Niveaux	CE1-CE2	CP-CE1	CE2-CM	GS-CP	GS-CP-CE1	CP	CE1-CE2	GS-CP-CE1	CE1	CP	CE-CM	CE2-CM1	
Effectif	24	14	23	16	29	21	24	17	29	23	12	24	256 élèves
Durée	00:49:26	01:21:24	0:47:29	0:36:21	0:42:01	0:41:48	00:35:05	0:30:40	0:49:39	0:24:50	0:39:17	0:37:04	00:42:55
Ancienneté dans la fonction	24	18	5	23	20	20	30	27	26	20	13	13	19,92 ans
Ancienneté dans le niveau	9	7	2	10	7	6	4	21	2	2	3	3	6,33 ans

Figure 6. Caractéristiques des entretiens semi-dirigés

L'ancienneté moyenne dans la fonction des participants est de 19,92 ans (médiane = 20). Ils enseignent au cycle 2 depuis 6,33 ans en moyenne (médiane = 5). L'échantillon de l'étude est donc constitué de professionnels expérimentés enseignant en majorité en milieu rural (n=8) dans des classes à niveaux multiples (n=9). L'effectif total des élèves dont ces enseignants ont la charge est de 256 répartis sur le cycle avec 76 élèves de CP (6-7 ans), 73 élèves de CE1 (7-8 ans) et 62 élèves de CE2 (8-9 ans). 45 élèves relèvent du cycle 3 (CM1 et CM2), scolarisés dans trois classes intégrant des niveaux de deux cycles.

Entretiens : conditions générales, guide et codage des données

Le contenu principal de l'entretien a porté sur les ressources pédagogiques auxquelles l'enseignant a recours pour concevoir et conduire dans sa classe les enseignements de mathématiques, les raisons qui ont présidé à ses choix, son degré de satisfaction par rapport à ces ressources et enfin sur la résolution de problème et la mise en œuvre des séances pédagogique dans ce domaine.

Les entretiens enregistrés n'ont pas été retranscrits. Un codage direct a été fait à partir de l'écoute des fichiers audios en relevant pour chaque participant dans un tableau Excel, l'intitulé des ressources pédagogiques utilisées (p.ex. titre du manuel), l'ancienneté de son utilisation, le degré de satisfaction et l'éventuel projet de changement de ressource. Toujours par un codage direct, ont été relevés dans les propos des enseignants les éléments concernant les séances de résolution de problèmes qu'ils conduisent, les difficultés qu'ils rencontrent et les critères de choix des énoncés. L'objectif est d'identifier les caractéristiques que les enseignants prennent en compte pour sélectionner ou écarter les énoncés qu'ils proposent aux élèves. Les questions des entretiens sont présentées dans le tableau 5.

Tableau 5. *Guide d'entretien semi-dirigé*

	Ressources pédagogiques
	1- Quelles sont les ressources que vous utilisez pour préparer et conduire les enseignements de maths ? - *Citer chaque exemple, ce qu'ils en font, comment on l'exploite et pourquoi, ce qu'apporte chacune de ces ressources ?* - *manuels scolaires, fichiers, livres du maitre, fichiers de différenciation* - *ouvrages pédagogiques,* - *sites institutionnels (ministère, académie, département, circonscription, instituts de recherche pédagogique, ifé, Irem etc.)* - *sites étrangers (Canada, Suisse, etc.)* - *blogs (Charivari, etc.)* - *demander les exemples*
	2- Pourriez-vous estimer dans quelles proportions chacune des ressources est utilisée ?
	3- Depuis combien de temps utilisez-vous ces ressources ?
	4- Est-ce que vos choix varient d'une année sur l'autre ? Pourquoi ?
	5- Comment est-ce que vous les choisissez ? Qu'est-ce qui gouverne vos choix ? - *Présents dans la classe à votre arrivée,* - *Spécimens reçus,* - *Conseils de formateurs, de collègues,* - *Navigation internet*

	Si un fichier élève ou un manuel de la même méthode sont utilisés :
	6- Pour quelles raisons ce choix ? *(niveaux multiples, pas de photocopie, CP, pratique, pas de manuel correspondant, etc.)*
	7- Est-ce que vous utilisez le livre du maître de la méthode ?
	8- Dans quelles proportions ? *(rarement, souvent, systématiquement, pour certains domaines, etc.)*
	9- Est-ce que vous l'exploitez in extenso ? Et si non, par quoi vous le complétez ? Dans quels domaines du programme de maths ?
	10- Est-ce que vous vous considérez satisfait.e des ressources que vous utilisez ? Est-ce que vous diriez que vous êtes actuellement à la recherche d'une méthode, d'une progression, d'une ressource sur laquelle appuyer votre enseignement ?
	11- Qu'est-ce qui manque dans les ressources dont vous disposez ? Qu'est-ce que vous aimeriez y trouver qui n'y est pas actuellement ?
	12- Autres remarques portant sur les ressources ?
	Résolution de problèmes – Enoncés
	13- Quelles sont pour vous les difficultés associées aux séances de résolution de problèmes ?
	14- Quelles ressources utilisez-vous pour la rdp ?
	15- Quelle place donnez-vous à la rdp ? Horaires réservés dans l'emploi du temps ? Fréquence particulière ? Avec une progression à part de la méthode ? au fil de la méthode ?
	16- Pour vous, en quoi la rdp est importante ?
	17- Matériel pour chercher ? Lequel ? Disponible selon quelles modalités ?
	18- Proportion des énoncés issus de la méthode et hors ?
	19- Pour vous, quels critères gouvernent dans vos choix d'énoncés ? Articulés avec la progression ?

Résultats

Analyse des énoncés dans les manuels scolaires

Résultats généraux

Les résultats portent sur un corpus de 3 134 énoncés issus des 12 manuels scolaires analysés. Le tableau 6 présente le nombre d'énoncés par niveau de classe et par manuel.

Tableau 6. *Effectifs des énoncés selon le niveau de classe et le manuel*

		Manuels scolaires				
		Cap Maths	Méthode Heuristique des Maths	Vivre les maths	Méthode de Singapour	Totaux
Niveaux de classe						
	CP	140	148	271	89	648
	CE1	261	107	475	205	1 048
	CE2	538	111	636	153	1 438
Totaux		939	366	1 382	447	3 134

Le tableau 7 indique la proportion de chacun des huit types de problèmes selon les trois niveaux de classe.

Tableau 7. *Taux des 8 types d'énoncés selon le niveau de classe*

Niveaux de classe		CP	CE1	CE2
Types d'énoncés				
	ccc	40,9	23,6	14
	ccd	15,1	22,2	24,3
	cdc	5,7	2,2	2,9
	dcc	17,4	11,6	5,8
	cdd	1,2	4,6	7,4
	dcd	16	25,8	26,2
	ddc	2,8	3,2	3
	ddd	0,8	7	16,4

Notre première hypothèse était que les types d'énoncés présentant une discordance sur le plan des analogies de substitution seraient minoritaires, et de même pour ceux présentant une analogie de scénario. Les résultats montrent effectivement une moyenne de 47,1 % de discordance pour l'analogie de substitution et 21,4 % pour l'analogie de scénario. On note aussi que parmi les 8 types d'énoncés possibles, ceux qui sont concordants à la fois sur le plan de la substitution et du scénario (codés « ccc » et « ccd ») représentent 44,5 % des énoncés par rapport à 55,5% pour les 6 autres réunis. Par ailleurs, les résultats montrent que ce taux d'énoncés incluant au moins une discordance de substitution et de scénario (6 types réunis) croit au cours du cycle : 44 % au CP, 54,3 % au CE1 et 61,6 % au CE2.

Le tableau 8 montre les taux de discordance selon chaque type d'analogie et le niveau de classe.

Tableau 8. *Taux de discordance selon le type d'analogie et le niveau de classe*

Niveau de classe	CP	CE1	CE2
Type d'analogie			
Substitution	37	47,5	51,4
Scénario	10,5	16,9	29,7
Simulation	33,2	59,5	74,3

Les hypothèses 2 à 4 portaient sur les inégalités des taux de discordance selon l'analogie considérée et sur la prédominance du caractère concordant des énoncés pour chacune d'elles.

Sur le plan de l'analogie de substitution, qui lie connaissances quotidiennes et notions mathématiques, les résultats montrent que 47,1 % des énoncés sont discordants (donc 52,9 % sont concordants). Ce taux est statistiquement différent du seuil théorique à 50 % : $\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 10.56$; df = 1 ; $p < .01$. Cependant, ce résultat est à pondérer selon le niveau. Au CP, le taux de 37 % de discordance est significativement différent ($\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 43,56$; df = 1 ; $p < .001$), au CE1 (47,5 %), il approche la significativité ($\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 2,68$; df = 1 ; $p = .10$) et au CE2 (51,4 %), il n'est plus significatif ($\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 1.06$; df = 1 ; $p = .30$). Par ailleurs, le taux de discordance augmente significativement entre le CP et le CE1 ($\chi^2 = 17.72$; df = 1 ; $p < .01$; *V de Cramer* = .10 ; $p < .01$) tandis que la différence entre les taux du CE1 et du CE2 approche la significativité ($\chi^2 = 3,66$; df = 1 ; $p = .056$). Ces résultats valident partiellement l'hypothèse 2.

Concernant l'analogie de scénario qui s'intéresse aux liens de collatéralité ou de fonctionnalité entre les entités des énoncés, l'hypothèse 3 prévoyait une sous-représentation d'énoncés discordants (< 33,33 %). Les résultats montrent que 21,4 % des énoncés sont discordants. Ce taux est statistiquement différent du seuil théorique à 33,33 % : $\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 199$; df = 1 ; $p < .001$. Ce résultat reste significatif pour chaque niveau de classe. Le taux de 10,5 % de discordance est significativement différent au CP ($\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 152$; df = 1 ; $p < .01$), au CE1 (16,9 % ; $\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 127$; df = 1 ; $p < .01$) et au CE2 (29,7 % ; $\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 8,66$; df = 1 ; $p < .01$). Par ailleurs, le taux de discordance augmente significativement entre le CP et le CE1 (χ^2 = 13.31 ; df = 1 ; p < .01 ; *V de Cramer* = .09 ; p < .01) et entre le CE1 et le CE2 (χ^2 = 53.72 ; df = 1 ; p < .01 ; *V de Cramer* = .15). Ces résultats valident partiellement l'hypothèse 3.

L'hypothèse 4 concernait l'analogie de simulation et affirmait que les énoncés concordants sur ce plan, c'est-à-dire faisant intervenir des valeurs numériques simulables mentalement étaient majoritaires au début de l'apprentissage de l'opération arithmétique soit dans les phases de construction du sens de l'opération et en conséquence, avec un taux de représentativité supérieur au CP par rapport aux niveaux CE1 et CE2, le CP constituant l'année scolaire d'entrée dans les apprentissages numériques formels. Les résultats généraux concernant ce type d'analogie, portant sur les trois niveaux de classe, montrent que 60,8 % des énoncés sont discordants. Ce taux est statistiquement différent du seuil théorique à 50 % : $\chi^2_{\text{d'ajustement}}$ = 1147,54 ; df = 1 ; p < .001. Ce résultat reste significatif pour chaque niveau de classe. Le taux de 33,2 % de discordance est significativement différent au CP ($\chi^2_{\text{d'ajustement}}$ = 73,34 ; df = 1 ; p < .01), au CE1 (59,5 % ; $\chi^2_{\text{d'ajustement}}$ = 37,82 ; df = 1 ; p < .01) et au CE2 (74,3 % ; $\chi^2_{\text{d'ajustement}}$ = 339,54 ; df = 1 ; p < .01). Par ailleurs, le taux de discordance augmente significativement entre le CP et le CE1 (χ^2 = 110,96 ; df = 1 ; p < .01 ; *V de Cramer* = .26 ; p < .01) et entre le CE1 et le CE2 (χ^2 = 60,94 ; df = 1 ; p < .01 ; *V de Cramer* = .16 ; p < .01). Ces résultats valident globalement l'hypothèse 4.

Analyse exploratoire concernant les effets des manuels scolaires

L'objectif de cette première analyse exploratoire est de déterminer si le pattern général de résultats observé précédemment diffère selon les quatre collections de manuels étudiées.

Les figures 7, 8 et 9 montrent les taux de discordance selon chaque type d'analogie, les manuels scolaires et le niveau de classe.

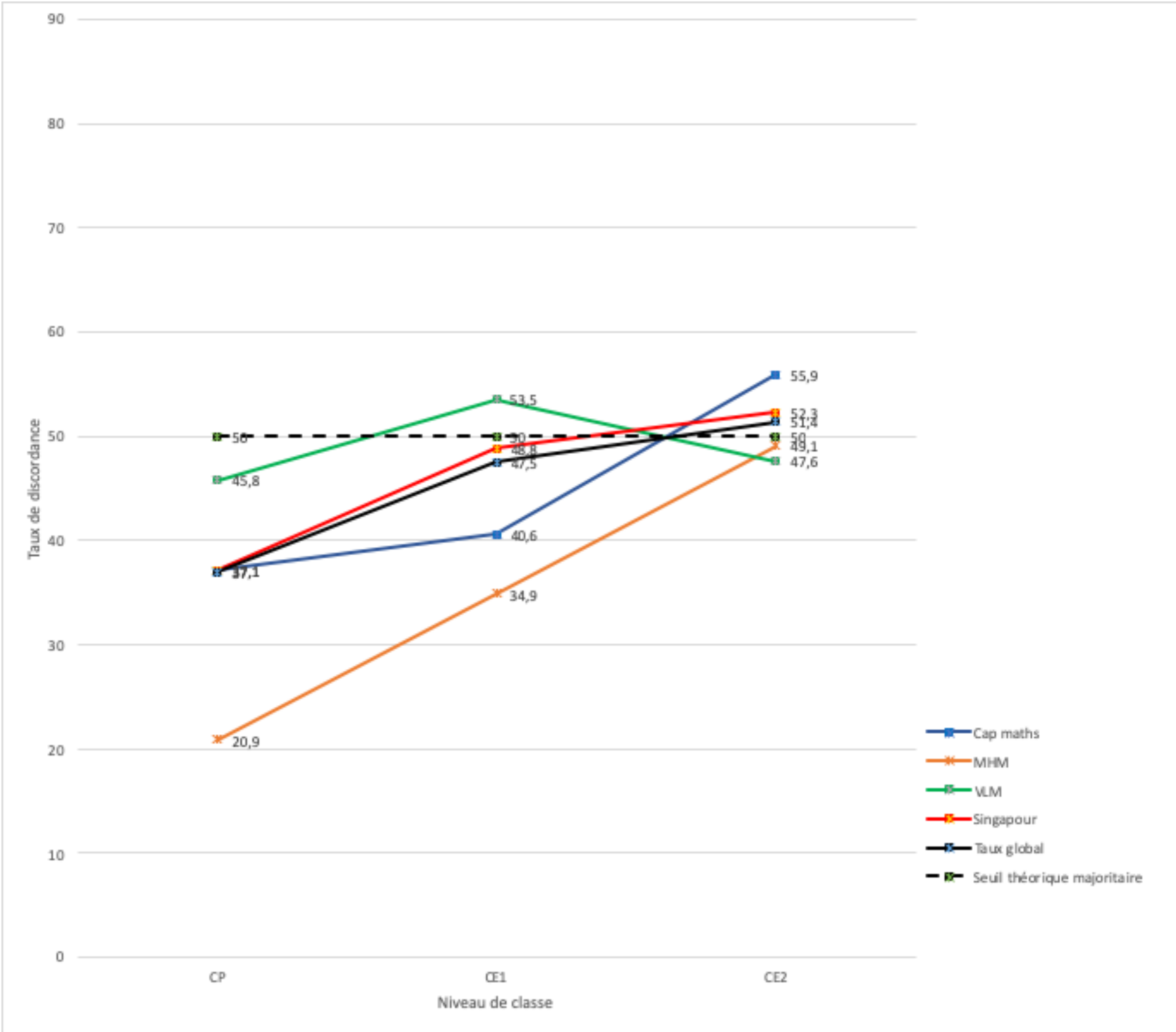

Figure 7. Taux de discordance de substitution selon les manuels scolaires et le niveau de classe

Concernant l'analogie de substitution, au niveau CP, Méthode de Singapour (37,1 %) et Cap Maths (37,1 %) ont un taux de discordance égal au taux moyen (37 %). A l'inverse, la Méthode Heuristique des Maths (MHM) avec 20,9 % et Vivre les Maths (VLM) avec 45,8 % ont des taux très contrastés de part et d'autre de la courbe moyenne, MHM présentant un taux de discordance très inférieur à la fois au seuil de majorité et au seuil moyen. VLM par contre présente un taux de discordance supérieur au taux global, mais non significativement inférieur au seuil de majorité ($\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 1{,}95$; df = 1 ; p = .16). Au CE1, les taux de discordance des quatre manuels croissent et se resserrent (entre 34,9 % pour MHM et 53,5 % pour VLM). Au CE2, chacun des quatre taux se situe autour du seuil de majorité (entre 47,6 % pour VLM et 55,9 % pour Cap Maths).

En résumé, concernant l'analogie de substitution, ces résultats confirment une augmentation du taux de discordance au cours du cycle, ce qui valide l'hypothèse 2. Cependant, cette analyse exploratoire révèle pour cette variable une hétérogénéité des manuels scolaires, en particulier au CP et au CE1.

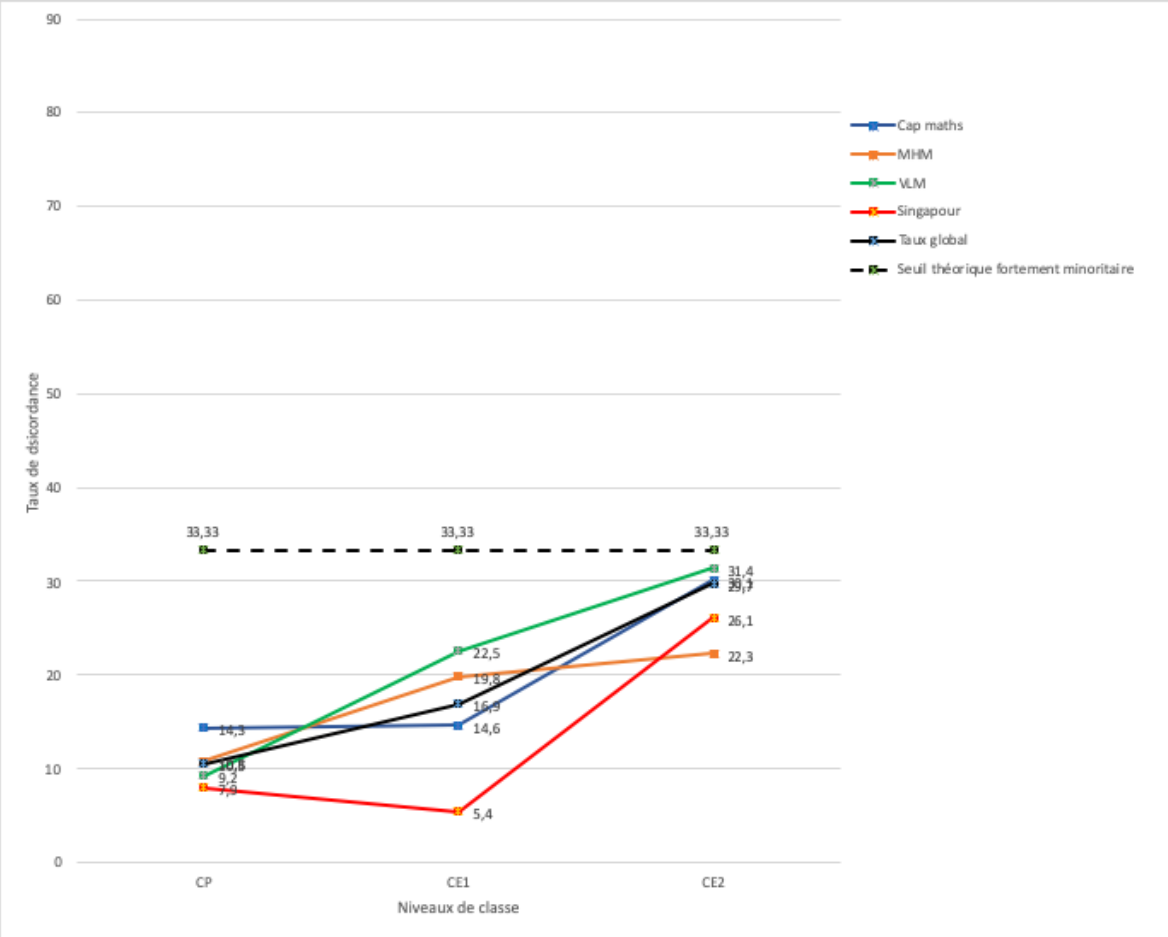

Figure 8. Taux de discordance de scénario selon les manuels scolaires et le niveau de classe

Concernant l'analogie de scénario, au CP, les taux de discordance (entre 9,2 % pour VLM et 14,3 % pour Cap Maths) sont proches et tous inférieurs au taux global et au seuil de 33,33 %. Les résultats montrent une croissance du taux au CE1 et une persistance de la proximité des taux de discordance (entre 14,6 % et 22,5 %), sauf pour la Méthode de Singapour, qui présente un taux très inférieur (5,4 %). Enfin, au CE2, on retrouve le pattern du CP avec des scores regroupés autour du taux global (entre 22,3 % et 31,4 %), augmentés par rapport aux niveaux inférieurs mais sans que ces taux soient significativement inférieurs au seuil de forte minorité à l'exclusion de MHM (22,3 % ; $\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 6,11$; df = 1 ; p = .01).

En résumé, sur le plan de l'analogie de scénario, ces résultats confirment le maintien du seuil de discordance à un niveau très faible mais aussi une croissance de ce taux au cours du cycle, ce qui correspond au pattern global et valide l'hypothèse 3, avec une hétérogénéité des manuels scolaires, en particulier au CE1.

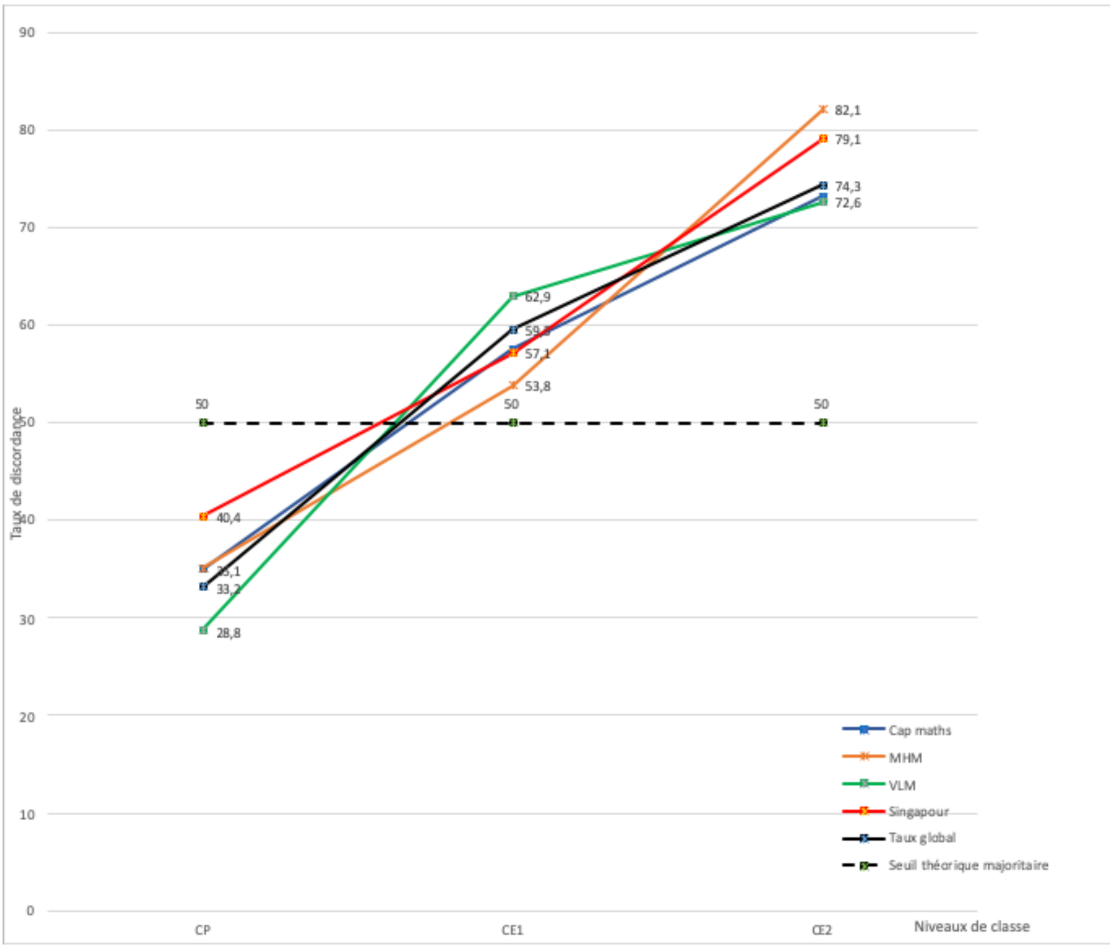

Figure 9. Taux de discordance de simulation selon les manuels scolaires et le niveau de classe

Concernant l'analogie de simulation, les résultats montrent une homogénéité dans l'évolution des taux de discordance pour les quatre collections avec un accroissement important du taux entre chaque niveau du cycle. Au CP, les taux se situent significativement sous le seuil de majorité sauf pour la Méthode de Singapour (40,4 % ; $\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 3,25$; df = 1 ; p = .072). Ce seuil est atteint pour les quatre collections à partir du CE1 (entre 53,8 % pour MHM et 62,9 % pour VLM) et significativement dépassé au CE2 (entre 72,6 % pour VLM et 82,1 % pour MHM ; $\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 130,42$; df = 1 ; p < .01).

En résumé, sur le plan de l'analogie de simulation, ces résultats sont conformes au pattern global et valident l'hypothèse 4 avec une faible hétérogénéité des manuels.

Analyse exploratoire concernant les effets des opérations arithmétiques

L'objectif de cette deuxième analyse exploratoire est de déterminer si le pattern général de résultats observé précédemment diffère selon les opérations arithmétiques considérées.

Les figures 10, 11 et 12 montrent les taux de discordance selon chaque type d'analogie, l'opération arithmétique et le niveau de classe. Les opérations sont les quatre opérations élémentaires : addition, soustraction, multiplication et division. Une cinquième catégorie, qualifiée de « mixte », caractérise les problèmes à étapes se résolvant par deux opérations distinctes ou plus. Ils ont été analysés comme discordants lorsqu'ils présentaient une discordance sur au moins une des opérations en jeu. Pour cette catégorie, les opérations arithmétiques en jeu n'ont pas été distinguées dans le codage choisi. L'interprétation de leurs taux de discordance sur le plan des opérations arithmétiques s'en trouve en conséquence limitée.

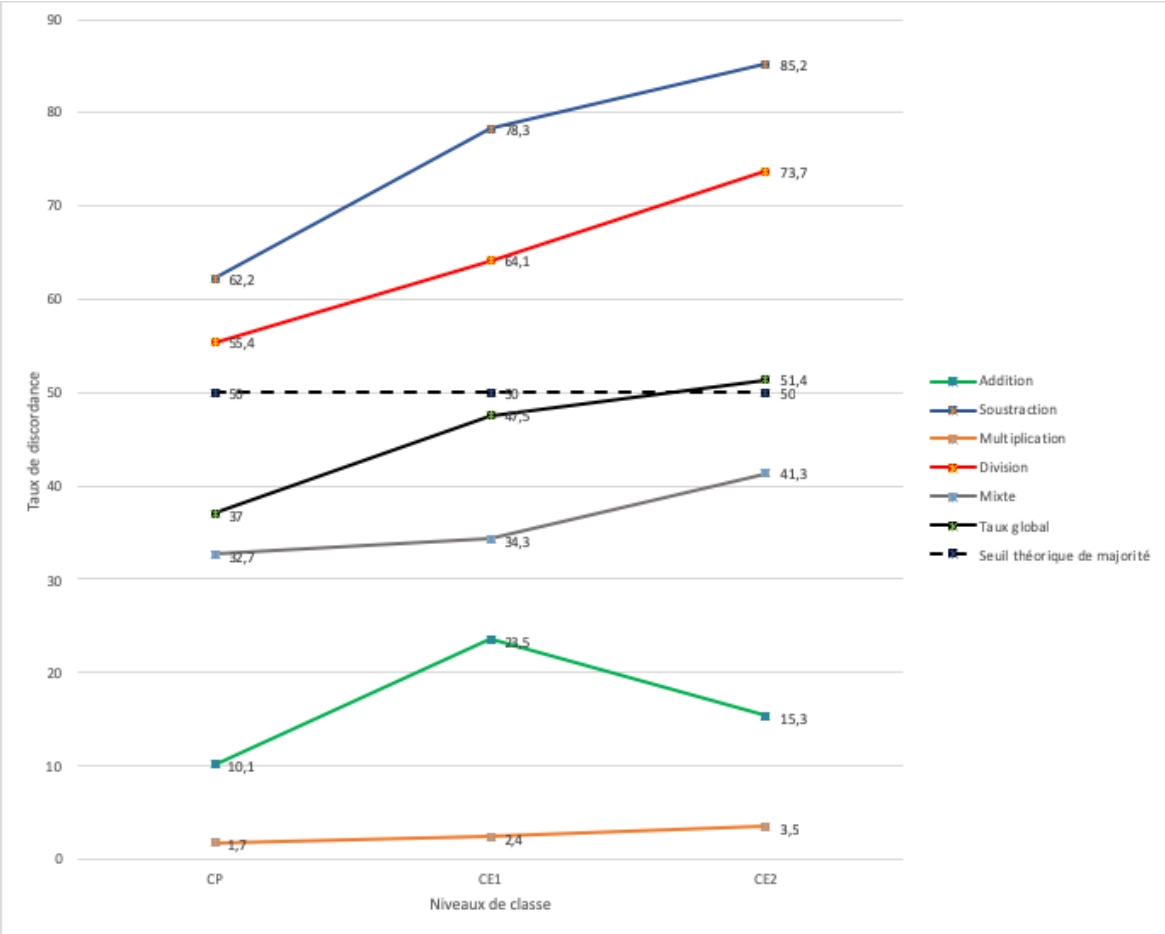

Figure 10. Taux de discordance de substitution selon l'opération arithmétique et le niveau de classe

Pour l'analogie de substitution, les résultats montrent une grande dispersion des taux de discordance selon l'opération arithmétique considérée, indépendamment du niveau de classe. Deux groupes d'opérations arithmétiques se dégagent : les énoncés se résolvant par une soustraction (77,2 %) ou une division (68 %) présentent des taux de discordance significativement plus élevés que le taux global, supérieurs également au seuil de majorité (50 %), alors que les énoncés impliquant la mise en œuvre d'une addition (16,5 %) ou d'une multiplication (2,9 %) présentent des taux significativement inférieurs au taux global et au seuil de majorité. Le taux de discordance le plus élevé est celui de la soustraction, le taux de discordance le plus faible est celui de la multiplication. Les taux augmentent au long du cycle bien que celui de l'addition décroisse entre le CE1 (23,5 %) et le CE2 (15,3 %) et que celui de la multiplication montre une croissance très limitée, passant de 1,7 % au CP à 3,5 % au CE2. Ces derniers résultats sont établis sur des effectifs trop faibles pour que la significativité soit testée (1 seul énoncé discordant sur 58 au CP et 8 sur 228 au CE2). Les taux de discordance des énoncés de type « mixte » se situent en deçà du taux global et augmentent entre début et fin de cycle.

En résumé, ces résultats confirment le pattern général. Ils montrent également une dépendance entre discordance de substitution et opération arithmétique donc conditionnent la validité de l'hypothèse 2 à l'opération arithmétique considérée.

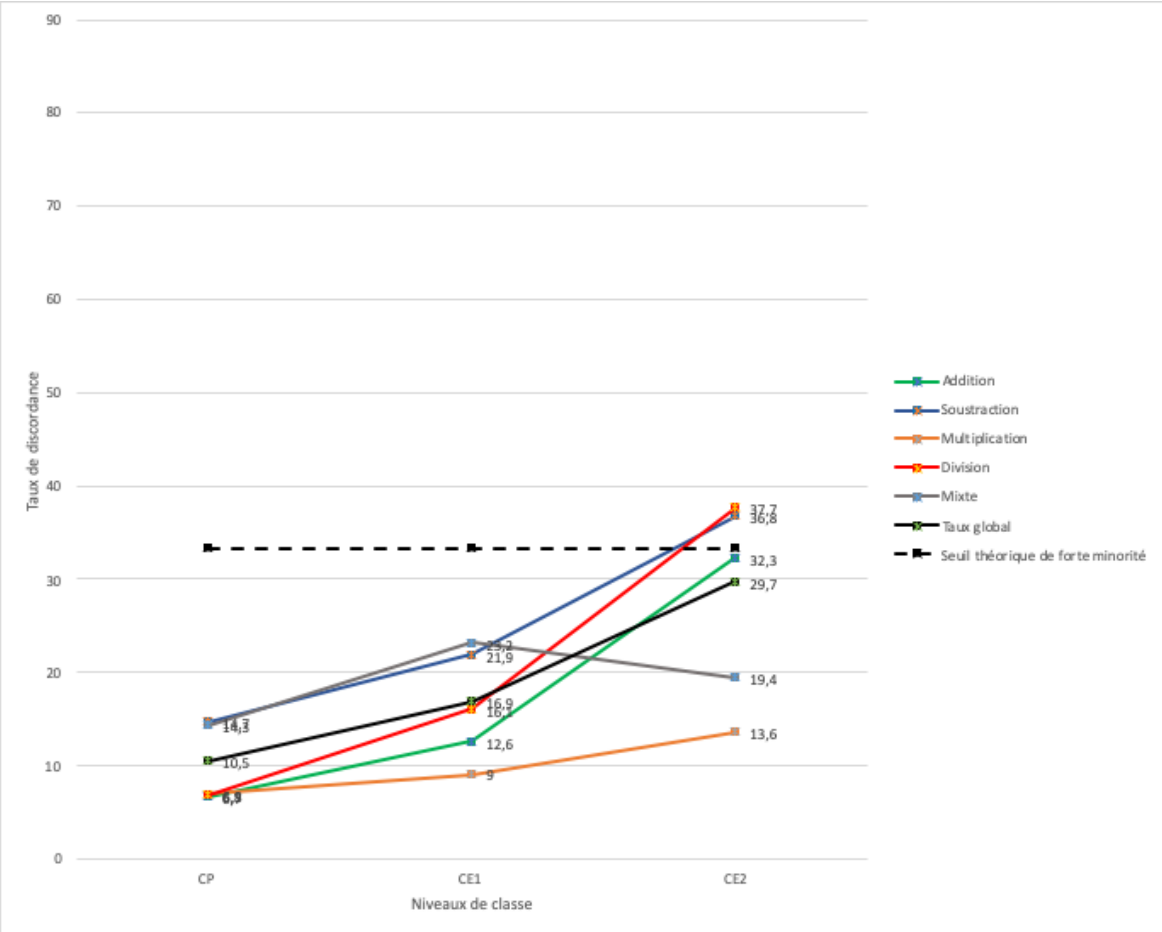

Figure 11. Taux de discordance de scénario selon l'opération arithmétique et le niveau de classe

Pour l'analogie de scénario, les résultats montrent au CP des taux de discordance entre 6,7 % et 14,7 % inférieurs au taux global et au seuil de forte minorité (33,33 %) pour les quatre opérations, un accroissement au CE1 stabilisé au-dessous du seuil de forte minorité (entre 9 % et 21,9 % ; $\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 21$; df = 1 ; p < .01) et un accroissement au CE2 jusqu'à des taux proches du seuil (entre 32,3 % et 37,7 %), à l'exclusion de la multiplication qui reste significativement très minoritairement discordante (13,6 % ; $\chi^2_{\text{d'ajustement}} = 39,96$; df = 1 ; p < .01). En résumé, ces résultats confirment le pattern général pour l'analogie de scénario.

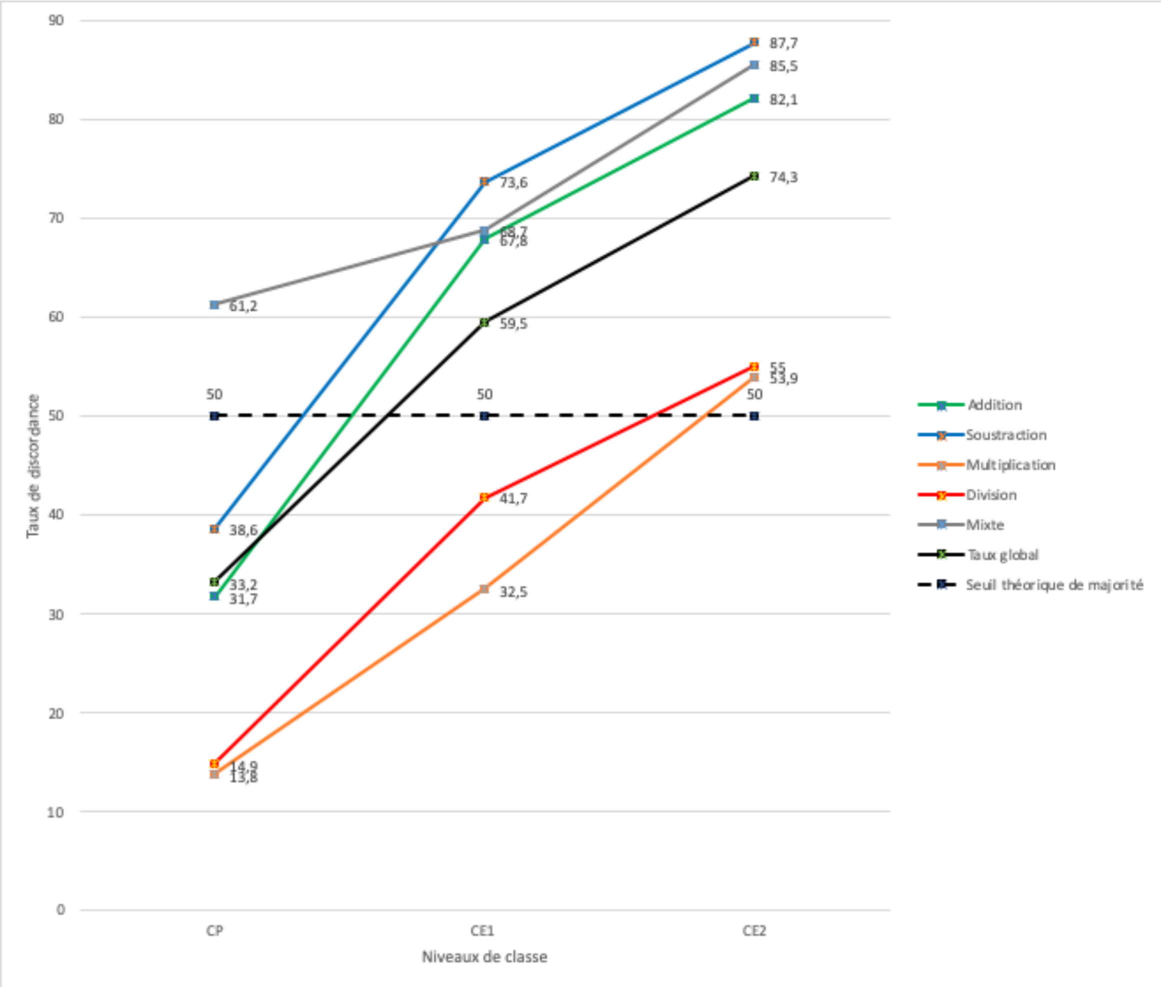

Figure 12. Taux de discordance de simulation selon l'opération arithmétique et le niveau de classe

Pour l'analogie de simulation, les résultats montrent que les taux de discordance augmentent au long du cycle, conformément au pattern général. Sous le seuil de majorité au CP (entre 13,8 % et 38,6 % ; χ^2 $_{d'ajustement}$ = 155,77 ; df = 1 ; p < .01) pour les quatre opérations, ils se maintiennent au-dessous au CE1 pour la multiplication (32,5 % ;) et la division (41,7 %) mais deviennent majoritaires pour addition (67,8 %) et soustraction (73,6 %). Au CE2, les taux de discordance augmentent encore pour addition (82,1 %) et soustraction (87,7 %). Pour la multiplication (53,9 % ; χ^2 $_{d'ajustement}$ = 1,42 ; df = 1 ; p = .23) et la division (55 % ; χ^2 $_{d'ajustement}$ = 1,3 ; df = 1 ; p = .08), les taux de discordance atteignent le seuil de majorité mais sont non significativement supérieurs.

En résumé, ils font également apparaître une dispersion des taux selon l'opération arithmétique, confirmant l'hypothèse 4 selon laquelle la discordance de simulation n'est pas répartie de manière homogène selon le moment de l'apprentissage mais est introduite après la construction du sens de l'opération.

Analyse exploratoire concernant la nature des entités numériques

L'objectif de cette deuxième analyse exploratoire est de déterminer si le pattern général de résultats observé précédemment diffère selon la nature des entités numériques des énoncés, c'est-à-dire les domaines « nombres et calculs » et « grandeurs et mesures ».

La figure 13 montre les taux de discordance selon chaque type d'analogie, la nature des entités numériques et le niveau de classe.

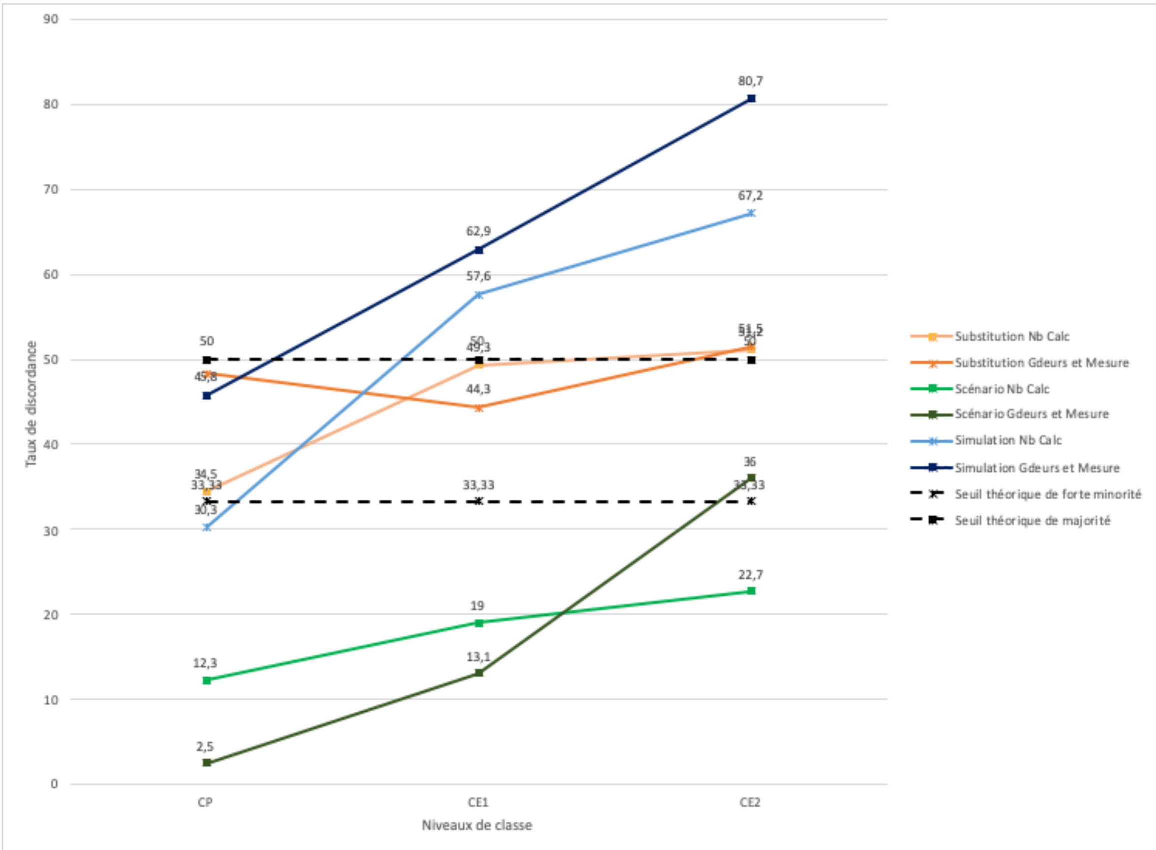

Figure 13. Taux de discordance selon le type d'analogie, la nature des entités numériques et le niveau de classe

Pour l'analogie de substitution, l'évolution des taux de discordance au cours du cycle sont différents selon la nature des entités numériques. Il est croissant du CP (34,5 %) au CE2 (51,2 %) dans le domaine « nombres et calcul », conformément au pattern général. Il présente par contre des amplitudes de variation faibles dans le domaine « grandeurs et mesures », autour du seuil de majorité, entre 48,3 % et 51,5 %.

Pour l'analogie de scénario, le taux de discordance est inférieur au seuil de forte minorité quel que soit le domaine (de 2,5 % à 22,7 %) à l'exclusion du CE2 pour les entités « grandeurs et mesures » (36 %) qui dépasse légèrement ce seuil. Les résultats montrent également un très faible taux de discordance au CP (2,5 %) ainsi qu'une forte croissance du taux au long du cycle dans le domaine « grandeurs et mesures » (36 %). Ces résultats sont globalement conformes au pattern général.

Pour l'analogie de simulation, les taux de discordance pour les deux domaines sont croissants au long du cycle, conformément au pattern général. Les résultats montrent cependant un taux supérieur au taux global (33,2 % à 74,3 %) pour le domaine « grandeurs et mesures » tout au long du cycle (de 45,8 % à 80,7 %).

Analyse exploratoire des entretiens semi-dirigés

L'objectif principal de cette étude était d'analyser les caractéristiques des énoncés de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux fréquentés par les élèves au long des trois années que constitue le cycle 2. L'analyse des pratiques enseignantes, conduite à partir d'entretiens semi-dirigés, présente donc un caractère exploratoire.

Les résultats portent sur 12 entretiens semi-dirigés menés avec des enseignants de cycle 2, en fonction depuis 5 années et plus. Tous enseignent dans le cycle depuis au moins 2 ans, dans des classes à simple ou à multi-niveaux. Ces entretiens ont porté sur les ressources utilisées pour la préparation et la conduite des séances pédagogiques de mathématiques et sur les choix qui président à la préparation des séances de résolution de problèmes. Il est à noter qu'une des enseignantes utilise pour chacun des deux niveaux de classe dont elle a la charge un manuel scolaire issu d'une collection différente.

L'hypothèse 5 de cette étude était que les manuels scolaires sont présents dans les classes mais que les enseignants ont également recours à d'autres ressources dans leurs pratiques, notamment à des ressources numériques en ligne. Les résultats montrent que 11 des 12 enseignants utilisent un manuel scolaire et suivent sa progression pédagogique. Parmi eux, 4 enseignants ont choisi MHM, 3 utilisent Cap Maths, 5 ont recours à d'autres manuels. L'enseignante qui a fait le choix de ne suivre aucun manuel en particulier utilise cependant dans sa préparation de classe des extraits de différents manuels scolaires. Tous les enseignants intègrent donc le manuel scolaire comme ressource pédagogique. Parmi les 11 enseignants dont la pratique s'appuie sur un manuel scolaire, un seul déclare n'apporter aucun complément. Sur les 11 enseignants utilisant des ressources diverses, 7 déclarent avoir recours à des ressources en ligne (blogs d'enseignants, sites institutionnels), 7 à utiliser des extraits d'autres manuels scolaires et 9 à utiliser des documents personnels, adaptés, modifiés et enrichis au cours de leur carrière. Par ailleurs, sur les 11 enseignants utilisant un manuel scolaire, 8 déclarent s'appuyer systématiquement sur le livre du maitre accompagnant la méthode pour préparer et conduire les séances de mathématiques. Les résultats montrent également que 7 enseignants déclarent avoir l'intention de conserver leurs ressources actuelles alors que 5 envisagent de remettre en question leur choix pour les années scolaires à venir. Ces résultats corroborent l'hypothèse selon laquelle les manuels scolaires sont présents dans les pratiques enseignantes tout en étant complétés par des ressources diverses pour la plupart des enseignants. Il semble cependant important de préciser que la résolution de problèmes est particulièrement concernée par cette diversité d'apports externes au manuel choisi puisque 9 enseignants sur 12 déclarent proposer également des énoncés « hors méthode ».

L'hypothèse 6 énonçait que le phénomène d'influence sur les processus de résolution de problèmes des analogies intuitives, ainsi que leur persistance chez l'adulte et ne sont pas explicitement connus des enseignants. L'analyse des entretiens montre qu'aucun enseignant n'utilise le terme « d'analogie » ni n'identifie comme facteurs d'influence les connaissances de la vie quotidienne ou la nature des entités des énoncés. Cependant, interrogés sur leurs critères de choix d'énoncés de problèmes, 7 enseignants sur 12 déclarent rechercher différents types de problèmes. Une enseignante, formatrice, évoque les catégories de problèmes de Gérard Vergnaud.

Au sujet des difficultés identifiées dans les activités de résolution de problèmes, 5 enseignants soulignent l'importance de la compréhension de l'énoncé pour accéder à la résolution mais en l'associant à des compétences de lecture. 3 enseignants évoquent la nécessité pour l'élève de construire une représentation mentale de la situation du problème.

Des éléments du corpus montrent que plusieurs enseignants déclarent observer chez leurs élèves des difficultés face à certains énoncés, difficultés assimilables à une discordance relative aux analogies intuitives. Par exemple l'enseignant codé 2V déclare *« additionner de* *billes ils savent faire / soustraire des billes ils savent faire / mais après dès que tu donnes le résultat et que tu dis combien j'en ai gagné entre temps / alors là / c'est un peu toujours sur le même qu'ils bloquent /* ». 4 enseignants évoquent des énoncés discordants pour l'analogie de substitution, tous sur un problème de calcul d'écart, deux dans un contexte ordinal, relevant lui-même de la discordance de scénario donc associant deux facteurs de difficulté. Sur le plan de l'analogie de scénario, une enseignante relève également l'influence du contexte choisi, toutes choses égales par ailleurs, sur les performances de résolution (« *on avait fait le même type d'énoncés en changeant juste le contexte et en faisant choisir / si ça parle de chocolat ils vont y arriver / pas sur …* »). Enfin, pour l'analogie de simulation mentale, une seule enseignante évoque le facteur « entités numériques » : « *c'est des petits nombres / parce que la réflexion elle est ailleurs* ».

Enfin, des éléments du corpus semblent révéler la persistance des analogies intuitives chez les participants. Par exemple : « *je veux les pousser à lire et comprendre la consigne / la représentation mentale de ce que c'est / mais c'est super compliqué pour eux et à enseigner » ; « il y a 3 / 4 mots importants / le reste c'est de la décoration » ; « on peut souligner les mots pour les guider / gagner / perdre / ça les met sur la voie » ; « pas des problèmes stéréotypés » ; « je pense pas forcément à tout / ceux-là sont plus intéressants / je ne saurai pas dire pourquoi » ; « c'est très répétitif et c'est très bien / ils se retrouvent pas devant des choses où ils sont perdus* ».

Dans l'ensemble, ces résultats valident l'hypothèse 6, montrant que l'existence, la persistance et l'influence des analogies intuitives ne sont pas connues des enseignants ayant fait partie de l'échantillon des participants à cette étude.

Discussion générale

Des études (Fischbein *et al.,* 1985 ; Tirosh & Graber, 1991 ; Sander, 2017) montrent que les conceptions intuitives sont limitantes pour l'apprentissage en raison de leur inscription dans un domaine de validité ne couvrant pas l'ensemble du concept et qu'en outre, elles émergent de manière irrépressible et inconsciente et sont persistantes à l'âge adulte. En appui de ces études, la première hypothèse postulait que les types d'énoncés présentant au moins une discordance sur le plan des analogies de substitution et de scénario sont minoritaires (<50 %) indépendamment de tous les autres facteurs (niveau, opération arithmétique, manuel scolaire). Les résultats montrent que parmi les 8 types d'énoncés possibles, les 6 réunis présentant 1 ou 2 discordances représentent 55,5 % des énoncés et les 2 types réunis « ccc » et « ccd » représentent 44,5 %. Le fait que le taux pour les 6 types réunis ne soit pas inférieur à 50 % ne permet pas de valider pleinement l'hypothèse. Les résultats révèlent néanmoins que les deux autres types réunis (25% des combinaisons possibles) représentent presque 50 % des énoncés. Par ailleurs, le taux des énoncés présentant 1 ou 2 discordances croit au cours du cycle : 44 % au CP, 54,3 % au CE1 et 61,6 % au CE2. Ces résultats valident donc partiellement notre hypothèse, en particulier au CP. Il est également possible de relever que les résultats montrent qu'indépendamment du niveau considéré, quatre types de problèmes sont observés à une fréquence significativement inférieure à ce qui serait attendu si la répartition était uniforme (12,5 %). Il s'agit des énoncés de type « cdc » (3,3 %), « cdd » (5,2 %), « ddc » (3 %) et « ddd » (10 %) soit ceux présentant une discordance de scénario. Ainsi, ces résultats montrent une hétérogénéité importante des fréquences d'observation des différents types d'énoncés, tous niveaux de classe confondus.

Concernant l'analogie de substitution avec un taux de discordance minoritaire (<50 %) et une croissance du taux au long du cycle, les résultats valident partiellement l'hypothèse 2. Ils montrent cependant que si au CP, le taux de discordance est significativement minoritaire (37 %), ce n'est plus le cas en CE1 et CE2. Le CP constitue, dans la scolarité, la période d'entrée dans les apprentissages dits « fondamentaux ». Les programmes institutionnels prévoient dès ce niveau la construction par les élèves, du sens des quatre opérations arithmétiques élémentaires. Les auteurs des manuels scolaires semblent donc avoir privilégié une entrée dans les notions concordante avec les domaines de validité des analogies intuitives, réservant l'objectif d'accroissement des champs conceptuels des opérations à des phases d'apprentissage programmées plus tardivement dans le cycle. Les conceptions intuitives des opérations, certes utiles à l'apprentissage puisque supports d'inférences pertinentes et nécessaires puisque vectrices de sens sont ainsi placées en position première et dominante dans la progression pédagogique, au risque de favoriser le renforcement des conceptions intuitives et de différer voire prétériter les possibilités d'un élargissement des champs conceptuels des élèves.

Concernant l'analogie de scénario qui s'intéresse souvent aux liens de collatéralité ou de fonctionnalité entre les entités des énoncés, l'hypothèse 3 qui prévoyait une représentation fortement minoritaire (< 33,33 %) est validée, avec un taux de discordance global de 21,4 %, significativement inférieur au seuil pour les trois niveaux, malgré un accroissement au long du cycle. L'analyse du corpus d'énoncés montre que les quatre catégories de problèmes affectés par une discordance de scénario sont et restent fortement minoritaires au cours du cycle : de manière systématique, les entités choisies dans les énoncés font concorder scénario et structure mathématique, ce qui constitue un facteur de facilitation de résolution et fait obstacle, tant pour les élèves que pour leurs enseignants, à l'identification d'indicateurs quant à la maitrise conceptuelle de la notion mathématique par le solveur. Il est peut-être possible de se demander dans quelle mesure les conceptions intuitives des auteurs eux-mêmes pourraient affecter l'élaboration des contextes des énoncés qu'ils proposent dans les manuels scolaires.

Sur le plan de l'analogie de simulation, les résultats soutiennent globalement l'hypothèse 4 qui prévoyait un taux minoritaire de discordance en début de cycle. Le taux de discordance significativement inférieur à 50 % au CP, puis significativement supérieur aux CE1 et CE2. Cette évolution peut s'expliquer au regard des repères de progressivité des programmes scolaires prévoyant un accroissement du champ numérique maitrisé par les élèves. Ces résultats suggèrent que sans un travail explicite de recodage pour les problèmes non simulables mentalement, leurs résolutions demeureront difficiles (Gvozdic & Sander, 2020).

Des analyses sur les taux de discordance pour chaque analogie et chaque niveau de classe selon le manuel scolaire, l'opération arithmétique et la nature des entités numériques des énoncés ont également été menées pour affiner les statistiques globales.

Discordances d'analogies selon les manuels scolaires

Les résultats montrent que le nombre d'énoncés est très différent selon le niveau. 20,7 % des énoncés sont proposés au CP, 33,4 % le sont au CE1 et 45,9 % le sont au CE2. Les activités de résolution de problèmes sont donc plus fréquemment proposées aux élèves en fin de cycle. Toutefois, MHM (40,4 % au CP, 29,2 % au CE1 et 30,3 % au CE2) et Méthode de Singapour (19,9 % au CP, 45,9 % au CE1 et 34,2 % au CE2) ne suivent pas le profil général.

Les collections de manuels scolaires diffèrent par le nombre d'énoncés qu'ils proposent. Vivre les maths et Cap Maths intègrent considérablement plus d'énoncés que MHM ou la Méthode de Singapour, la méthode Vivre les Maths concentrant à elle seule 44,1 % des énoncés du corpus, sans pour autant être la méthode la plus volumineuse en termes de pages. Le ratio inter-méthodes défini par le rapport entre le plus grand nombre d'énoncés (N=1382) et le plus petit (N=366) parmi les 4 collections est de 3,8. Si l'on examine la répartition selon les niveaux, ce ratio est de 3 au CP, de 4,44 au CE1 et de 5,7 au CE2. On peut donc conclure à une diversité importante dans les méthodes étudiées pour le domaine de la résolution de problèmes sur le simple plan du nombre d'énoncés proposés.

Sur le plan des types d'analogies, on retrouve cette hétérogénéité pour l'analogie de substitution, particulièrement au CP avec 45,8 % de discordance pour Vivre les Maths et 20,9 % pour MHM alors que Cap Maths et Méthode de Singapour se situent autour de 37 %. Les taux de discordance augmentent et se resserrent au cours du cycle, sauf pour Vivre les Maths qui fléchit au CE2. L'hétérogénéité des méthodes étudiées est importante en début de cycle mais se trouve très atténuée au CE2. Seule la collection Vivre les Maths propose des énoncés avec un taux de discordance de substitution élevé dès le CP.

Pour l'analogie de scénario, les résultats montrant un taux très minoritaire de discordance (< 33,33 %) sont confirmés pour tous les manuels ainsi que l'accroissement de ce taux au cours du cycle et une convergence des taux. Ces résultats renforcent les résultats précédemment observés : la discordance de scénario est fortement minoritaire pour les quatre collections analysées, quel que soit le niveau de classe. Cette caractéristique dominante confirme que les élèves de cycle 2 qui utilisent ces méthodes sont entrainés à renforcer concordance de scénario et structure mathématique.

Pour l'analogie de simulation, les résultats montrent une homogénéité des manuels scolaires : les taux de discordance sont de niveaux comparables à chaque niveau et croissent entre le début et la fin du cycle. En suivant l'accroissement de l'amplitude du champ numérique exploré, les programmes institutionnels prescrivent d'inscrire les apprentissages dans une progressivité du champ numérique à maitriser : les nombres inférieurs ou égaux à 100 au CP, inférieurs ou égaux à 1 000 au CE1 et inférieurs ou égaux à 10 000 au CE2.

Discordances d'analogies selon les opérations arithmétiques élémentaires

Cette analyse proposait de croiser les discordances d'analogie et les opérations arithmétiques impliquées dans les énoncés. Les résultats montrent pour l'analogie de substitution, une grande hétérogénéité des taux de discordance selon l'opération considérée, quel que soit le niveau de classe. On observe un très faible taux de discordance pour l'addition et la multiplication alors qu'il est majoritaire pour la soustraction et la division pour chaque niveau. Une piste d'explication peut se trouver dans les instructions officielles pour le cycle 2 concernant les attendus de fin d'année (MEN, 2018). Pour la multiplication, il est explicitement précisé pour le CP d'en construire le sens dans des contextes d'addition réitérée c'est à dire de l'inscrire dans le domaine de validité de sa conception intuitive. Parmi les exemples d'énoncés proposés aux enseignants comme illustration, tous sont concordants pour l'analogie de substitution. A contrario, lorsqu'il est question de la division, les contextes de partages et de groupements sont conjointement et explicitement signalés. Dans les exemples donnés pour le CE1, 3 énoncés sur les 4 mobilisent la division en contexte de quotition. Pour l'addition, si les exemples donnés sont majoritairement concordants, on note la présence d'énoncés discordants tels que « Dans ma boite, il y avait des images. J'en ai distribué 56 et il m'en reste encore 217. Combien y avait-il d'images dans ma boite avant que j'en distribue ? », soit une situation de perte (distribution), hors du domaine de validité de la conception intuitive de l'addition. Pour la soustraction, les exemples intègrent également la discordance. Hormis pour la multiplication, la discordance est présente dans les programmes, sans toutefois être explicitée comme telle. Ainsi, il apparaît que les élèves de cycle 2 sont exposés avec une fréquence relativement haute à des énoncés discordants sur le plan de la substitution dans les problèmes de soustraction et de division alors que leurs opérations réciproques, addition et multiplication, sont, elles, majoritairement travaillées à l'intérieur du domaine de validité de leur conception intuitive. Cela suggère que la présence des conceptions intuitives n'est pas le simple de reflet de l'amplitude d'exposition des élèves.

Concernant l'analogie de scénario, on ne trouve pas la même variabilité entre les 4 opérations bien que soustraction et division montrent des taux de discordance supérieurs à addition et multiplication. Cette dernière se maintient cependant à un taux très inférieur aux trois autres et au seuil de forte minorité alors que division, soustraction et addition se concentrent autour du seuil de forte minorité (33,33 %). La multiplication semble être l'opération qui résiste le plus aux discordances, tant pour l'analogie intuitive de substitution que de scénario. Pourtant, la discordance existe dans les situations de vie quotidienne. Pour la substitution, il serait pourtant possible de proposer des situations n'impliquant pas de réplication comme avec des énoncés du type : « X a 2 billes. Y a 4 fois plus de billes que X. Combien Y a-t-elle de billes ? » ou « X a 2 billes. X a 4 fois moins de billes que Y. Combien Y a-t-elle de billes ? ». Pour le scénario, on pourrait proposer des problèmes multiplicatifs avec des entités ayant un lien de collatéralité du type : « Z a 2 oranges. Elle échange chacune de ses oranges contre 3 pommes. Combien Z recevra-t-elle de pommes ? ». Ce type de problème pourrait être aussi bénéfique pour l'apprentissage de la proportionnalité.

Enfin, pour l'analogie de simulation, les taux les plus élevés concernent l'addition et la soustraction, significativement plus importants que pour la division et la multiplication. L'explication principale semble se trouver dans la progressivité des apprentissages et l'articulation qui est souhaitée entre maitrise des principes de la numération décimale, maitrise des algorithmes opératoires et résolution de problèmes.

Discordances d'analogies selon la nature des entités numériques

Cette dernière analyse exploratoire proposait l'analyse des discordances selon que l'énoncé s'inscrivait dans les domaines dits « Nombres et Calculs » ou « Grandeurs et Mesures » que distinguent les programmes pour examiner les éventuelles différences des taux au cours du cycle et les écarts par rapport aux résultats généraux. Pour l'analogie de substitution, le taux de discordance est sensiblement constant et supérieur dans le domaine « Grandeurs et Mesures », autour du seuil de majorité (50 %), avec une différence sensible au CP. L'explication peut tenir au fait que ce domaine est plutôt entrainé en seconde partie d'année scolaire, lorsque les élèves ont déjà développé certaines compétences calculatoires et maitrisent mieux le système de numération décimale. Concernant l'analogie de scénario, on pouvait faire l'hypothèse que la potentielle présence concomitante d'unités différentes dans un même énoncé (p.ex. longueurs exprimées en cm et m) pouvait conduire à des discordances de scénario (p.ex. avec l'unité de la solution demandée dans une unité différente de celles des données de l'énoncé). Les résultats montrent un faible taux de discordance au CP, niveau pour lequel aucune conversion n'est au programme. Au CE2, qui prévoit des problèmes sur toutes les grandeurs, le taux de discordance reste minoritaire bien que supérieur au seuil de 33,33 % et à celui du domaine « Nombres et Calculs ». La nature des entités ne semble donc pas, au cycle 2, être une source de discordance de scénario notable. Pour la simulation mentale, le domaine « Grandeurs et Mesures » est sur tous les niveaux davantage discordant, jusqu'à atteindre une forte majorité au CE2. Les énoncés dans ce domaine semblent être conçus pour entrainer le transfert des compétences acquises dans le domaine « Nombres et Calculs » donc être proposés postérieurement à la construction du sens des opérations.

Des pratiques enseignantes plutôt homogènes

Les résultats de l'analyse exploratoire suggèrent que les manuels scolaires sont très majoritairement utilisés par les enseignants et les élèves en situation pédagogique. Pour le cycle 2, ils indiquent que les supports « fichiers » sont préférés aux « manuels », car ils permettent de contourner les difficultés d'écriture manuscrite d'élèves entrant en apprentissage pour cette pratique ainsi que celles liées à la gestion des classes à niveaux multiples donc à l'hétérogénéité. Par ailleurs, une majorité des enseignants interrogés utilise le guide pédagogique associé au manuel. Il est à noter cependant que 11 enseignants sur les 12 interrogés déclarent avoir recours à d'autres ressources pour compléter le manuel sur des notions qui leur paraissent insuffisamment approfondies ou lacunaires. Issues d'autres manuels, de blogs d'enseignants ou d'éléments pédagogiques sélectionnés au fil de leur expérience, ces ressources pourraient être en contradiction avec les approches des manuels qu'ils utilisent quotidiennement, notamment en résolution de problèmes, domaine dans lequel une forte proportion des répondants déclare proposer des énoncés indépendants du manuel utilisé.

L'analyse exploratoire des entretiens indique également que les enseignants de l'échantillon désignent comme saillantes la compréhension de l'énoncé et la capacité à construire une représentation mentale de la situation dans l'activité de résolution de l'élève, mais on ne relève que quelques indices quant à l'importance du contexte ou à la robustesse de situations de recherche d'écarts. L'existence des analogies intuitives ne semble pas connue, tout comme leur influence sur les processus de résolution ni leur persistance y compris après enseignement.

Ces premiers résultats préliminaires, qui méritent d'être confirmés à plus grande échelle, engagent à faire l'hypothèse que les ressources mobilisées pour compléter le manuel ne sont pas sélectionnées selon des caractéristiques de discordance d'analogie.

Limites et perspectives

La présente étude visait à documenter les types de problèmes que les élèves sont amenés à résoudre au long des trois années scolaires du cycle 2. Hypothèse avait été faite que les manuels scolaires étant majoritairement présents et utilisés dans les classes, ils constituaient une ressource documentaire pertinente pour constituer une base de données. L'étendue et la diversité des publications dans ce domaine a conduit à sélectionner quatre collections, ce qui constitue potentiellement une première limite pour cette étude. Les observations montrent que 2 des méthodes analysées sont utilisées dans 7 classes de l'échantillon mais la Méthode de Singapour et Vivre les Maths ne sont pas citées. Or, le manuel Vivre les Maths, par le volume des énoncés qu'il propose et les taux de discordances qu'il présente, occupe une place déterminante dans le corpus analysé. Il a cependant été intégré à cette étude suite au constat d'une Conseillère Pédagogique de Circonscription (Crest, France) qui observe son utilisation fréquente dans les classes, laissant penser que l'échantillon de 12 enseignants est trop réduit pour qu'il apparaisse. Il reste qu'une des limites de cette étude réside dans la difficulté à traiter suffisamment de manuels représentatifs des usages en France ou de connaître simplement les ventes des manuels (informations non fournies par les éditeurs).

D'autre part, il aurait été utile que le codage des énoncés ait été conduit en double-aveugle afin de vérifier un taux de recouvrement satisfaisant. Ainsi, si les énoncés stéréotypiques ne nécessitent pas d'arbitrage, d'autres présentent des discordances d'intensités différentes qui peuvent les placer dans ou hors du domaine de validité selon le codeur, faisant apparaître des dilemmes dans le codage.

Enfin, il est nécessaire de relever que la catégorisation des énoncés à travers le cadre A-S^3 conduit à exclure les énoncés visant entre autres à développer les capacités de recherche des élèves, qui nécessitent l'élaboration de stratégies originales et personnelles, la mise en œuvre d'essais-erreurs organisés ou la recherche de toutes les solutions ainsi que ceux qui n'impliquent pas nécessairement la mobilisation de calculs. Ces types de problèmes sont très minoritairement représentés dans les manuels scolaires mais répondent pourtant à des compétences visées par les programmes institutionnels.

Nous envisageons plusieurs perspectives à cette étude. Tout d'abord, son objectif premier était de documenter les fréquences d'apparition des discordances dans les énoncés à destination des élèves de cycle 2 en France, ayant établi que les analogies intuitives constituent des facteurs d'influence dans les processus cognitifs de résolution de problèmes. L'approche méthodologique choisie a permis de mettre en évidence les écarts et similitudes entre les manuels scolaires mais aussi entre les quatre opérations arithmétiques élémentaires. Certains types de problèmes sont sous-représentés, particulièrement sur le plan de l'analogie de scénario et la discordance de substitution est très minoritaire pour les énoncés nécessitant de mobiliser l'addition et la multiplication. La discordance de simulation est par contre fréquemment observée, possiblement au détriment du temps nécessaire à la construction du sens (ou plutôt « des sens ») des opérations. De plus, ces facteurs d'influence ne semblent pas être connus par les enseignants, eux-mêmes soumis à la robustesse de leurs propres conceptions intuitives. Ces résultats étant établis, il serait intéressant d'analyser les ressources pédagogiques utilisées dans d'autres systèmes éducatifs, notamment dans le système Suisse Romand qui s'organise autour du principe différent de ressource unique et commune. Les Moyens d'Enseignement Romands en mathématiques sont actuellement en cours de rénovation et de nouveaux moyens entrent en vigueur pour la classe de 3PH à la rentrée 2020. L'analyse des problèmes à énoncés verbaux qu'ils proposent apporterait un éclairage supplémentaire sur les caractéristiques des énoncés qu'ont à résoudre les enfants entrant dans la scolarité élémentaire pour les pays francophones.

Ensuite, il semble nécessaire, à partir des résultats de cette étude, d'envisager de questionner les effets sur les performances des élèves d'une progression pédagogique qui prévoirait l'intégration d'énoncés discordants sur le plan de la substitution et du scénario dès l'entrée dans les notions (avec une discordance de simulation contrôlée) pour éviter de renforcer les conceptions intuitives des élèves que l'on sait précocement présentes et robustes. Il est cependant possible de faire l'hypothèse qu'augmenter la fréquentation par les élèves d'énoncés discordants ne suffise pas pour réduire la prédominance des conceptions intuitives et qu'il faille également questionner les leviers pédagogiques disponibles pour favoriser les changements conceptuels. Ainsi un travail sur les différentes conceptions des opérations arithmétiques pourrait conjointement être conduit avec un travail sur la perception de l'énoncé par un entrainement au recodage sémantique des énoncés discordants, recodage visant à établir une version concordante de cet énoncé.

Références bibliographiques

Bassok, M., Chase, V.M., & Martin, S.A. (1998). Adding apples and oranges: Alignment of semantic and formal knowledge. *Cognitive Psychology, 35*, 99-134.

Bell, A., Swann, M., & Taylor, G. (1981). Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. *Educational Studies in Mathematics, 12*, 399-420.

Brissiaud, R., & Sander. E. (2010). Arithmetic word problem solving: A situation strategy first framework. *Developmental Science, 13,* 92-101.

Carpenter, T.P., Ansell, E., Franke, M.L., Fennema, E., & Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal of Research in Mathematics Education, 24,* 428-441.

Cnesco (2016). Acquis des élèves : comprendre les évaluations internationales PISA et TIMMS. Dossier de synthèse. Repéré à :

http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2017/04/Dossier_synthese_TIMSS_PISA.pdf

Cnesco (2016). Ce que les enquêtes internationales (PISA et TIMSS) peuvent nous dire de l'état de l'école française. Note d'actualité. Repéré à :

http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2016/12/161206_Note_PISA.pdf

Condorcet (de), N. (1792). *Rapport et projet de décret relatifs à l'organisation générale de l'instruction publique. Présentation à l'Assemblée législative*. Paris : Assemblée Nationale.

Couderette, M. (2018). *Enquête comparatiste sur la mise en œuvre d'une ingénierie didactique pour l'enseignement de la soustraction au premier cycle du primaire dans plusieurs systèmes didactiques : études de cas en Suisse et en France.* Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université Toulouse Le Mirail. Repéré à https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01893441

De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology, 77*, 460-470.

Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematical reasoning. *For the Learning of*

Mathematics, 9, 9-14.

Fischbein, E. (1994). Tacit models. In D. Tirosh (Ed.), Implicit and explicit knowledge: An educational approach (pp. 97-109). Norwood, NJ : Ablex Publishing Corporation.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M.S., & Marino, M.S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*, 3-17.

Gamo, S., Taabane, L., & Sander, E. (2011). Rôle de la nature des variables dans la résolution de problèmes additifs complexes. *L'Année Psychologique, 111*, 613-640.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp276-295). New York : Macmillan Publishing Company.

Gros, H., Sander, E., & Thibaut, J.-P. (2019). When masters of abstraction run into a concrete wall: Experts falling arithmetic word problems. *Psychonomic Bulletin & Review, 26*(5), 1738-1746.

Gros, H., Thibaut, J.-P., & Sander, E. (2015). *Robustness of semantic encoding effects in a transfer task for multiple-strategy arithmetic problems*. In Noelle, D.C., Dale, R., Warlaumont, A.S., Yoshimi, J., Matlock, T., Jennings, C.D. & Maglio, P.P. (Eds.), *Proceedings of the 37th Annual Meeting of the Cognitive Science Society* (pp. 818-823). Austin, Texas: Cognitive Science Society.

Gros, H., Thibaut, J.-P., & Sander, E. (2020). Semantic congruence in arithmetic: A new conceptual model for word problem solving. *Educational Psychologist, 55*(2), 69-87.

Gvozdic, K., & Sander, E. (2020). Learning to be an opportunistic word problem solver: going beyond informal solving strategies. *ZDM Mathematics Education, 52,* 111-123.

Holyoak, K.J., & Thagard, P. (1995). *Mental leaps: Analogy in creative thought*. Cambridge : MIT Press.

Inspection Générale de l'Éducation Nationale (1998). *Le manuel scolaire*. Paris : La documentation française.

Inspection Générale de l'Éducation Nationale (2012). *Les manuels scolaires : situation et perspectives*. Paris : Ministère de l'Éducation Nationale.

Jäder, J., Lithner, J., & Sidenvall, J. (2019). Mathematical problem solving in textbook from twelve countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1656826

Johnson-Laird, P.N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge, MA : Harvard University Press / Cambridge. UK : Harvard University Press.

Kintsch, W., & Greeno J.G. (1985). *Understanding and solving word arithmetic problems. Psychological Review, 92*, 109-129.

Lakoff, G., & Nuñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being.* New York : Basic Books.

Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse (2015). *Programmes pour les cycles 2, 3, 4.* BOEN spécial n°11 du 26 novembre 2015.

Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse (2018). *Programme du cycle 2. Texte consolidé à partir du programme au BOEN spécial n°11 du 26 novembre 2015.* BO n°30 du 26 juillet 2018.

Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse (2018). CP. Mathématiques. Attendus de fin d'année. Eduscol. Repéré à : https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Attendus_et_reperes_C2-3-4/73/2/02-Maths-CP-attendus-eduscol_1114732.pdf

Mounier, E., & Priolet, M. (2015). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire – De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire.* Rapport présenté lors de la conférence de consensus. Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Paris : CNESCO, Lyon : IFÉ-ENS.

Mullis, V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. (2012). TIMMS 2011 International Results in Mathematics. Chapter 7 : Teacher Preparation. Repéré à :

https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_M_Chapter7.pdf

Priolet, M., & Mounier, E. (2018). Le manuel scolaire : une ressource au « statut paradoxal », Rapport de l'enseignant au manuel scolaire de mathématiques à l'école élémentaire. *Éducation et Didactique, 12*, 79-100.

Riley, M.S., Greeno, J.G., & Heller, J.I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H.P. Ginsberg (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (pp. 153-196). New York : Academic Press.

Sander, E. (2008). Les connaissances naïves en mathématiques. In J. Lautrey, S Rémi-Giraud, E. Sander & A. Tiberghien (Dir.). Les connaissances naïves (pp. 57-102). Paris : Armand Colin.

Sander, E. (2016). Enjeux sémantiques pour les apprentissages arithmétiques. *Bulletin de Psychologie, 6*, 463-469.

Sander, E. (2017). Les connaissances issues de la vie quotidienne et les apprentissages scolaires. In R. Miljkovitch, F. Morange-Majoux & E. Sander (Eds), *Psychologie Du Développement*, (pp. 217-225). Paris : Elsevier Masson.

Sander, E. (2018). Une perspective interprétative sur la résolution de problèmes arithmétiques : le cadre A-S^3. In *Pré-Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM (2-3 février 2018)*.

Schliemann, A.D., Araujo, C., Cassundé, M.A., Macedo, S., & Nicéas, L. (1998). Use of multiplicative commutativity by school children and street sellers. *Journal of Research in Mathematics Education, 29*, 422-435.

Schubring, G., & Fan, L. (2018). Recent advances in mathematics textbook research and development: an overview. *ZDM Mathematics Education, 50*, 765-771.

Thevenot, C., & Perret, P. (2009). Le développement du raisonnement dans la résolution de problèmes : l'apport de la théorie des modèles mentaux. *Développements, 2*, 49-56.

Tirosh, D., & Graeber, A.O. (1991). The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teacher's thinking about division. *School Science of Mathematics, 91*, 157-163.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and substraction problems. In T.P. Carpenter, J.M. Moser and T.A. Romberg (Eds.). *Addition and substraction : A cognitive perspective* (pp. 39-59). Hillsdale : Erlbaum.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In H. Hiebert and M. Behr (Eds.), *Research*

Agenda in Mathematics Education: Number concepts and operations in the Middle Grades (pp. 141-161). Hillsdale : Erlbaum.

Vicente, S. Sanchez, R., & Verschaffel, L. (2019). Word problem solving approaches in mathematics textbooks: a comparison between Singapore and Spain. *European Journal of Psychology of Education.* https://doi.org/10.1007/s10212-019-00447-3

Villani, C., Torossian, C., & Dias, T. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Paris, France : Ministère de l'Education Nationale.

Vosniadou, S., & Brewer, W.F. (1992). Mental models of the earth: A study of conceptual change in child-hood. *Cognitive Psychology, 24*, 535-585.

Zhu, Y., & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education, 4*, 609-626.

Zhu, Y. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education, 45*, 765-777.

Liste des annexes

Annexe 1 : Guide d’entretien semi-dirigé

UNIVERSITÉ
DE GENÈVE

FACULTÉ DE PSYCHOLOGIE
ET DES SCIENCES DE L’ÉDUCATION

Guide d’entretien semi-dirigé – Mémoire Aise

Date :	Code entretien :

Présentation de la recherche et de la nature des données recueillies lors des entretiens :

L’objectif de la recherche est d’analyser les contenus des manuels scolaires de mathématiques pour le cycle 2 concernant le domaine de la résolution de problèmes arithmétiques et particulièrement les énoncés. Il s’agit de les analyser pour dégager leurs caractéristiques c’est à dire les connaissances et savoirs qu’ils conduisent à mobiliser chez l’élève. Cette analyse documentaire vise à permettre de comparer plusieurs méthodes proposées par les éditeurs. Les entretiens avec les enseignants doivent permettre de recueillir des données sur les pratiques réelles des professionnels de terrain quant à la sélection des ressources utilisées pour concevoir et conduire les séances de résolution de problèmes en classe.

Données école		**Données classe**	
École	Rural - Urbain	Niveau(x) d’enseignement	
Effectif total		Effectifs	
Classes et niveaux			
Données personnelles enseignant			
Ancienneté dans la fonction		Ancienneté dans le niveau	
Ancienneté dans l’école		Quotité de travail	

	Ressources pédagogiques
	20- Quelles sont les ressources que vous utilisez pour préparer et conduire les enseignements de maths ? - *Citer chaque exemple, ce qu'ils en font, comment on l'exploite et pourquoi, ce qu'apporte chacune de ces ressources ?* - *manuels scolaires, fichiers, livres du maitre, fichiers de différenciation* - *ouvrages pédagogiques,* - *sites institutionnels (ministère, académie, département, circonscription, instituts de recherche pédagogique, ifé, Irem etc.)* - *sites étrangers (Canada, Suisse, etc.)* - *blogs (Charivari, etc.)* - *demander les exemples*
	21- Pourriez-vous estimer dans quelles proportions chacune des ressources est utilisée ?
	22- Depuis combien de temps utilisez-vous ces ressources ?
	23- Est-ce que vos choix varient d'une année sur l'autre ? Pourquoi ?
	24- Comment est-ce que vous les choisissez ? Qu'est-ce qui gouverne vos choix ? - *Présents dans la classe à votre arrivée,* - *Spécimens reçus,* - *Conseils de formateurs, de collègues,* - *Navigation internet*
	Si un fichier élève ou un manuel de la même méthode sont utilisés :
	25- Pour quelles raisons ce choix ? *(niveaux multiples, pas de photocopie, CP, pratique, pas de manuel correspondant, etc.)*
	26- Est-ce que vous utilisez le livre du maître de la méthode ?
	27- Dans quelles proportions ? *(rarement, souvent, systématiquement, pour certains domaines, etc.)*
	28- Est-ce que vous l'exploitez in extenso ? Et si non, par quoi vous le complétez ? Dans quels domaines du programme de maths ?
	29- Est-ce que vous vous considérez satisfait.e des ressources que vous utilisez ? Est-ce que vous diriez que vous êtes actuellement à la recherche d'une méthode, d'une progression, d'une ressource sur laquelle appuyer votre enseignement ?
	30- Qu'est-ce qui manque dans les ressources dont vous disposez ? Qu'est-ce que vous aimeriez y trouver qui n'y est pas actuellement ?
	31- Autres remarques portant sur les ressources ?
	Résolution de problèmes - Enoncés
	32- Quelles sont pour vous les difficultés associées aux séances de résolution de problèmes ?
	33- Quelles ressources utilisez-vous pour la rdp ?
	34- Quelle place donnez-vous à la rdp ? Horaires réservés dans l'emploi du temps ? Fréquence particulière ? Avec une progression à part de la méthode ? au fil de la méthode ?
	35- Pour vous, en quoi la rdp est importante ?
	36- Matériel pour chercher ? Lequel ? Disponible selon quelles modalités ?
	37- Proportion des énoncés issus de la méthode et hors ?
	38- Pour vous, quels critères gouvernent dans vos choix d'énoncés ? Articulés avec la progression ?

Annexe 2 : Extrait de la base de données constituée de 3 134 énoncés

	Enoncés	Substitution	Scénario	Simulation Mentale	Analogies Concaténé	opération en jeu	nombre d'étapes	Analogies-Opérations-Etapes-Concat	Grandeurs et Mesure	Niv	Ouvrage	Num/page ou support	Titre section
2384	"Quelle somme possède Louis s'il a : 7 billets de 10€ ?"	c	c	d	ccd	M	1	ccdM1	monnaie	CE2	VLM	Calc mentp18	Les nombres à trois chiffres (2)
2385	"Quelle somme possède Louis s'il a : 3 pièces de 1€ et 7 billets de 10 ?"	c	c	d	ccd	X	2	ccdmixte2	monnaie	CE2	VLM	Calc mentp18	Les nombres à trois chiffres (2)
2386	"Quelle somme possède Louis s'il a : 4 pièces de 1€ et 6 billets de 10 ?"	c	c	d	ccd	X	2	ccdmixte2	monnaie	CE2	VLM	Calc mentp18	Les nombres à trois chiffres (2)
2387	"Quelle somme possède Louis s'il a : 8 billets de 10€ et 5€ ?"	c	c	d	ccd	X	2	ccdmixte2	monnaie	CE2	VLM	Calc mentp18	Les nombres à trois chiffres (2)
2388	"Zoé a un cours de natation tous les 5 jours. Elle commence le 1er mars. Donne les dates des 5 séances suivantes."	c	d	c	cdc	A	+	cdcA+	NC	CE2	VLM	Calc mentp19	La journée et les heures
2389	Lis l'affiche et réponds à la question. "Entrainement sports collectifs / Tous les mercredis de 14h à 16h30" Combien de temps dure l'entrainement ?	d	c	c	dcc	S	1	dccS1	durées	CE2	VLM	4p19	La journée et les heures
2390	Dans la vitrine du pâtissier, il y a 4 rangées de 10 tartelettes et 7 éclairs au chocolat. Il vend 25 gâteaux pour la classe de CE2 qui part en voyage. Combien lui reste-t-il de gâteaux à vendre ?	c	c	d	ccd	X	3	ccdmixte3	NC	CE2	VLM	5p20	Je fais le point (1)
2391	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 14 à 7 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp22	Les nombres à trois chiffres (3)
2392	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 12 à 5 ?"	d	d	c	ddc	S	1	ddcS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp22	Les nombres à trois chiffres (3)
2393	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 11 à 9 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp22	Les nombres à trois chiffres (3)
2394	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 12 à 6 ?"	d	d	c	ddc	S	1	ddcS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp22	Les nombres à trois chiffres (3)
2395	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 14 à 8 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp22	Les nombres à trois chiffres (3)
2396	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 11 à 2 ?"	d	d	c	ddc	S	1	ddcS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp22	Les nombres à trois chiffres (3)
2397	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 12 à 5 ?"	d	d	c	ddc	S	1	ddcS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp22	Les nombres à trois chiffres (3)
2398	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 10 à 7 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp22	Les nombres à trois chiffres (3)
2399	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 12 à 8 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp22	Les nombres à trois chiffres (3)
2400	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe 10 de à 7 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp23	L'addition posée
2401	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 12 à 8 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp23	L'addition posée
2402	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 11 à 9 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp23	L'addition posée
2403	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 12 à 6 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp23	L'addition posée
2404	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 14 à 8 ?"	d	d	d	ddd	S	1	dddS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp23	L'addition posée
2405	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 11 à 2 ?"	d	d	c	ddc	S	1	ddcS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp23	L'addition posée
2406	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 12 à 5 ?"	d	d	c	ddc	S	1	ddcS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp23	L'addition posée
2407	"Un pion se déplace en reculant. De combien recule-t-il s'il passe de 14 à 6 ?"	d	d	c	ddc	S	1	ddcS1	NC	CE2	VLM	Calc mentp23	L'addition posée
2408	Un bus de touristes a le choix entre trois itinéraires pour se rendre aux cascades de Melgi. Calcule la longueur de chaque itinéraire. (carte routière avec distances en km). Itinéraire 1 (126/56)	c	c	d	ccd	A	1	ccdA1	longueurs	CE2	VLM	1(1)p23	L'addition posée
2409	Un bus de touristes a le choix entre trois itinéraires pour se rendre aux cascades de Melgi. Calcule la longueur de chaque itinéraire. (carte routière avec distances en km). Itinéraire 2 (49/102)	c	c	d	ccd	A	1	ccdA1	longueurs	CE2	VLM	1(2)p23	L'addition posée
2410	Un bus de touristes a le choix entre trois itinéraires pour se rendre aux cascades de Melgi. Calcule la longueur de chaque itinéraire. (carte routière avec distances en km). Itinéraire 3 (23/137/65)	c	c	d	ccd	A	1	ccdA1	longueurs	CE2	VLM	1(3)p23	L'addition posée