



Article scientifique

Article

1959

Published version

Open Access

This is the published version of the publication, made available in accordance with the publisher's policy.

Systeme von Observablen in der Quantenmechanik

Jauch, Joseph-Maria

How to cite

JAUCH, Joseph-Maria. Systeme von Observablen in der Quantenmechanik. In: Helvetica physica acta, 1959, vol. 32, n° 4, p. 252–253.

This publication URL: <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:162180>

$$J = \int_0^{\eta_0} x^2 (\sqrt{\eta_0^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 1})^2 dx$$

$$J = \frac{\eta_0^5}{30} - \frac{\eta_0^3}{12} + \frac{\eta_0}{4} + \frac{1}{4} \sqrt{1 + \eta_0^2} \ln (\eta_0 + \sqrt{1 + \eta_0^2}).$$

Für $\eta_0 = 8,9$ kann J mit guter Näherung durch den ersten Term ersetzt werden, also

$$J \simeq \frac{\eta_0^5}{30}.$$

Die totale Übergangswahrscheinlichkeit wird somit

$$\Gamma \simeq \frac{G^2 m^5 \eta_0^5}{15 \pi^3}.$$

Mit dem bekannten Wert für G ($= 10^{-49}$ erg cm³) findet man daraus für die mittlere Lebensdauer

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = 2,4 \text{ sec.}$$

Eine entsprechende Rechnung für die Reaktion



ergibt

$$\tau = 34 \text{ sec}$$

für eine Massendifferenz von 6,1 m.

Literaturverzeichnis

- 1) R. P. FEYNMANN and M. GELL-MANN, Phys. Rev. 109!, 193 (1958).

Systeme von Observablen in der Quantenmechanik

von J. M. JAUCH*)

(CERN, Theory Division, Genf)

Gemäss den Grundprinzipien der Quantenmechanik ist der Zustand eines physikalischen Systemes dann vollständig bestimmt, wenn an dem System eine maximale Zahl von miteinander verträglichen Messungen ausgeführt wurde¹⁾.

Bekanntlich wird eine Messung durch einen linearen, selbstadjungierten Operator in einem Hilbertraum dargestellt. Verträgliche Messungen entsprechen vertauschbaren Operatoren. Einem maximalen System von Messungen entspricht der wichtige Begriff des vollständigen Systems von vertauschbaren Operatoren.

Wir untersuchen hier die Frage, wie ein solches System mathematisch zu charakterisieren ist. Zunächst ist klar, dass die elementar algebraische Definition dieses Begriffes (nämlich als ein System von vertauschbaren

*) Beurlaubt von State University of Iowa, Iowa City, Iowa, U.S.A.

Operatoren, deren gemeinsame Eigenwerte nicht entartet sind), für Operatoren im Hilbertraum im allgemeinen nicht anwendbar ist, denn ein selbstadjungierter Operator braucht ja gar keine Eigenwerte zu besitzen.

Eine physikalisch sinnvolle und mathematisch streng gültige Definition eines solchen Systems erhält man auf folgende Weise: Man betrachte ein System γ von vertauschbaren selbstadjungierten Operatoren und der von ihnen erzeugte schwach abgeschlossene Ring von Operatoren²⁾ $a = \{ \gamma \}''$.

a besteht aus genau allen denjenigen beschränkten Operatoren, welche mit allen Operatoren vertauschbar sind, die ihrerseits mit allen Operatoren in γ vertauschen. Eine Messung aller Größen in γ ist gleichzeitig eine Messung aller Größen in a . Der Ring a ist abelsch, so dass $a \subset a'$.

Der Ring heisst maximal abelsch, wenn sein Kommutatorring a' auch abelsch ist; in diesem Fall ist

$$a = a'.$$

Das System γ ist nun *vollständig*, wenn der von ihm erzeugte Ring $a = \{ \gamma \}''$ *maximal abelsch* ist. Es gibt dann keine abelsche Erweiterung des Ringes.

In einem quantenmechanischen System ohne Superauswahlregeln³⁾ lässt sich die Existenz solcher vollständigen Systeme von Observablen leicht nachweisen.

Im elementaren endlichdimensionalen Fall lässt sich unschwer zeigen, dass jeder maximale abelsche Ring durch einen einzigen (geeignet gewählten) Operator erzeugt werden kann, dessen Eigenwerte alle nicht entartet sind. Dieser Satz lässt sich auf den unendlichdimensionalen Fall übertragen, wenn man den Begriff des einfachen Spektrum geeignet verallgemeinert, so dass er auch anwendbar ist, wenn keine Eigenwerte existieren.

In der physikalischen Interpretation der Quantenmechanik bedeutet dieses Resultat, dass die Messung eines vollständigen Systems von Observablen immer schon durch die Messung einer einzigen Observablen ersetzt werden kann.

Im Falle, dass Superauswahlregeln existieren, ist dieses Resultat nicht mehr gültig. Dies ist zum Beispiel immer dann der Fall, wenn das betrachtete System eine unbestimmte Zahl von Fermionen beschreibt.

Literaturverzeichnis

- 1) Es handelt sich hier um sogenannte Messungen erster Art, siehe W. PAULI, Handbuch der Physik, vol. 5, part 1, p. 73 (1958).
- 2) F. J. MURRAY und J. v. NEUMANN, Annals of Math. 37, 120 (1936).
- 3) Für diesen Begriff siehe G. C. WICK, A. S. WIGHTMAN und E. P. WIGNER, Phys. Rev. 88, 101 (1952).