



Article scientifique

Article

1914

Published version

Open Access

This is the published version of the publication, made available in accordance with the publisher's policy.

Frottement intérieur des verres en fonction de la température (suite et fin)

Guye, Charles Eugène; Vassileff, Siyka

How to cite

GUYE, Charles Eugène, VASSILEFF, Siyka. Frottement intérieur des verres en fonction de la température (suite et fin). In: Archives des sciences physiques et naturelles, 1914, vol. 4e période, t. 37, n° 4, p. 301–323.

This publication URL: <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:184998>

FROTTEMENT INTÉRIEUR DES VERRÉS EN FONCTION DE LA TEMPÉRATURE

PAR

C. E. GUYE et M^{lle} S. VASSILEFF

(Suite et fin ¹)

EXPÉRIENCES DÉFINITIVES

Verre ordinaire

Nous avons commencé nos recherches par le verre ordinaire et nous avons étudié deux fils de dimensions différentes. Tous deux avaient 22,5 cm. de longueur et respectivement 0,318 et 0,325 mm. de diamètre. Ils avaient subi le même traitement. Tous deux avaient été étirés et provenaient d'un même échantillon de verre; ils furent fixés dans les pinces au moyen du même mastic et suspendus d'une façon identique.

Nous avons toujours procédé de la manière suivante : on commençait par porter le fil à la température la plus élevée (300°-360°) et on le maintenait à cette température pendant deux heures. Puis, on effectuait une série de mesures pour des températures décroissantes jusqu'à la température ordinaire; ensuite on remontait par une série de températures croissantes jusqu'au voisinage de la température initiale.

Cela fait, on changeait le moment d'inertie, ainsi qu'il a été dit à la page 217 et on effectuait la même série d'expériences.

¹ Voir *Archives*, t. XXXVII, Mars 1914.

Les résultats de nos mesures sont résumés dans le tableau ci-dessous et comme nous avons dressé des tableaux analogues pour tous les résultats de nos expériences, nous voulons à ce sujet donner quelques mots d'explication.

La première colonne renferme les températures auxquelles les fils ont été soumis; la deuxième la durée d'oscillation T (durée d'une oscillation complète); la troisième les valeurs du décrement logarithmique correspondant à une série de températures décroissantes; ces valeurs étant exprimées en logarithmes naturels; la quatrième, les valeurs du décrement correspondant à une série de températures croissantes.

TABLEAU I

*Fil de verre ordinaire n° 1. Longueur 22^{cm},5 ; diamètre 0^{mm},3182
Petit moment d'inertie*

| Pression dans l'appareil 25 ^{mm} ; moment d'inertie 325,07 | | | |
|---|-------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Température | Période T | Décrement log. λ_a | Décrement log. λ_c |
| 310° | 4,27" | 0,03218 | 0,03223 |
| 250 | 4,26 | 0,02743 | 0,02747 |
| 200 | 4,25 | 0,03087 | 0,03080 |
| 150 | 4,24 | 0,02874 | 0,02876 |
| 100 | 4,23 | 0,02442 | 0,02440 |
| 57 | 4,24 | | 0,01542 |
| 18 | 4,23 | 0,00711 | 0,00711 |

Malheureusement, par suite d'une rupture du fil, nous n'avons pas pu expérimenter sur le même fil avec un autre moment d'inertie.

Quoique les résultats indiqués plus haut ne puissent pas être comparés au point de vue du frottement intérieur avec ceux qui suivent, nous les reproduisons quand même, car ils montrent la même allure générale de la variation du décrement logarithmique et permettent de se rendre compte de l'ordre de grandeur de l'influence de la dimension du fil sur le décrement, la substance étant la même.

Ces résultats sont résumés dans la courbe (fig. 4).

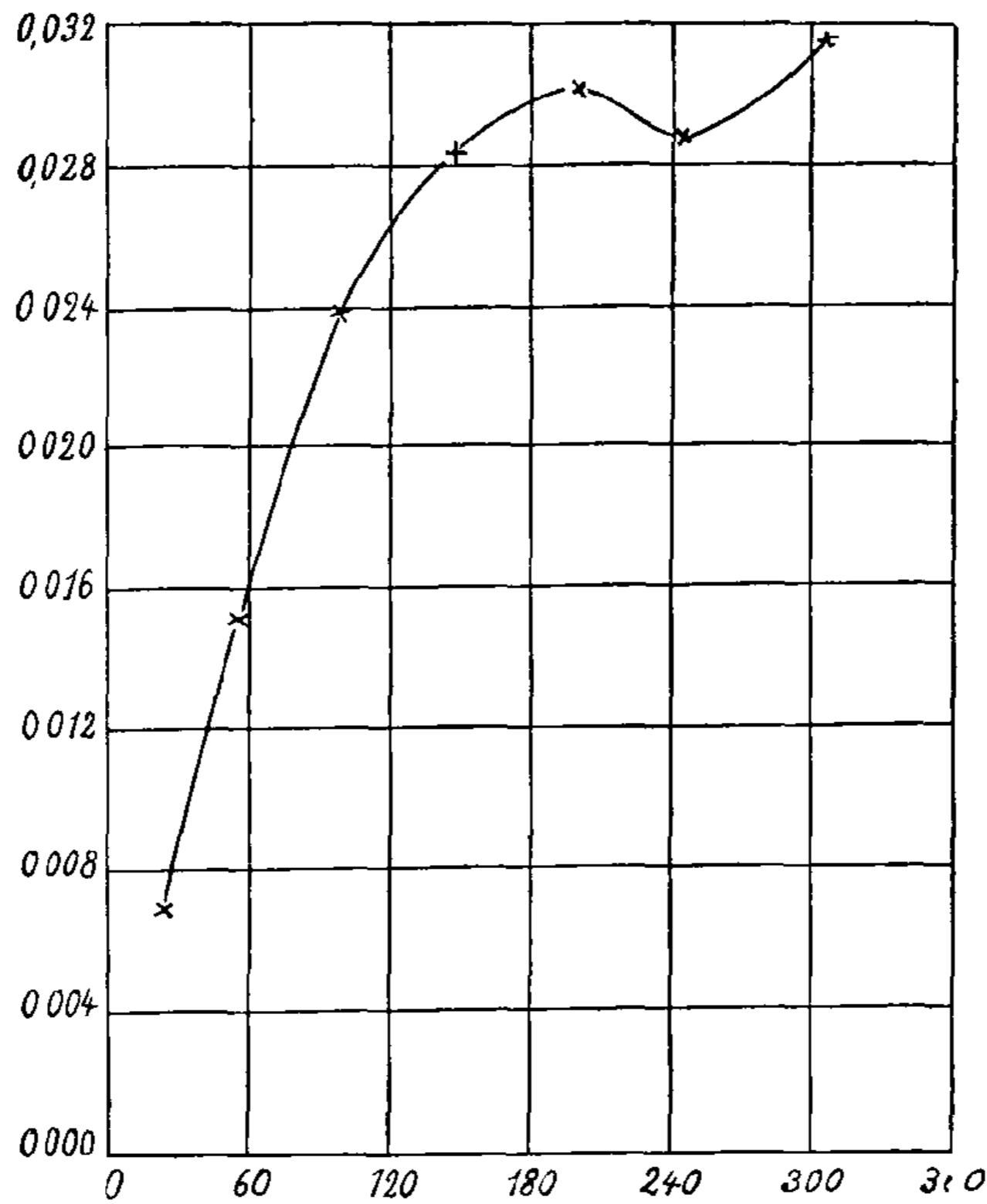


Fig. 4

TABLEAU II

*Fil de verre ordinaire n° 2. Longueur 22^{cm},5 ; diamètre 0^{mm},3247
Grand moment d'inertie*

| Pression 25 ^{mm} ; moment d'inertie 1395,9 | | |
|---|-----------|-----------------------------------|
| Température | Période T | Décroissement log. λ_c |
| 18° | 5,58" | 0,00848 |
| 100 | 5,58 | 0,03229 |
| 200 | 5,73 | 0,04300 |
| 250 | 5,77 | 0,04045 |
| 310 | 5,79 | 0,04054 |
| 18 | 5,72 | 0,00761 |

Dans cette série d'expériences, nous avons opéré d'une manière un peu différente du mode habituel. Nous avons d'abord

soumis le fil à des températures croissantes, en déterminant le décrement logarithmique tous les 50°. Après avoir pris une mesure à la température la plus élevée, nous avons refroidi le fil pour revenir graduellement à la température ambiante initiale. En procédant ainsi, nous avons constaté : 1° qu'on ne retrouve

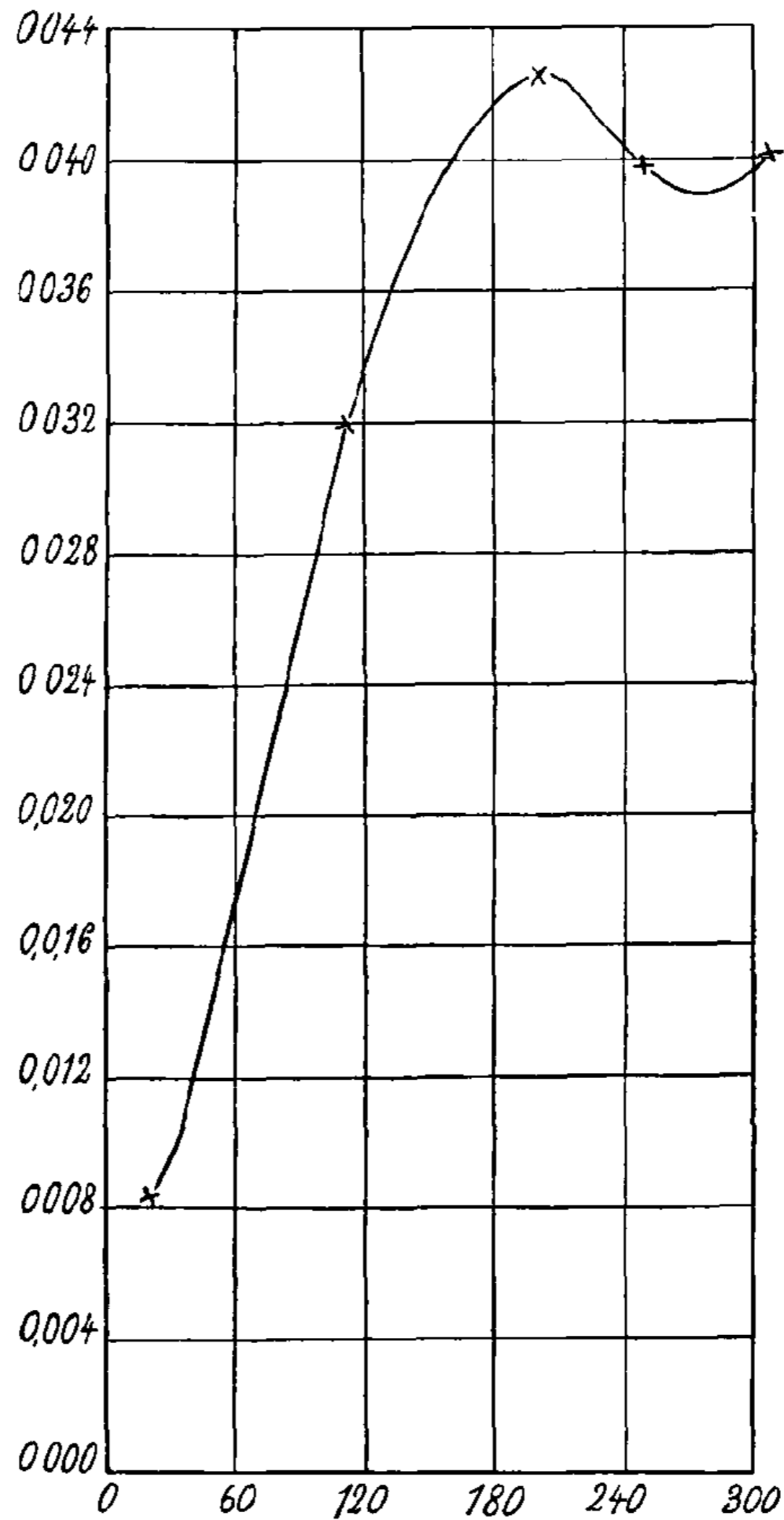


Fig. 5

pas la même valeur du décrement en revenant à la température initiale, c'est-à-dire que la structure moléculaire du fil est changée par le recuit; ce à quoi il fallait s'attendre; 2° qu'en

effectuant le cycle complet des mesures on trouve en descendant, pour une valeur donnée de la température, le décré- ment plus petit et la durée d'oscillation plus grande qu'en montant ; 3° que le minimum caractéristique qui était dans la courbe (fig. 4) à 250°, se trouve déplacé vers 280°. Les résultats sont reproduits sur la courbe (fig. 5).

Cette série d'expériences montre combien la précaution de commencer par les températures élevées est importante si l'on veut obtenir des résultats plus comparables.

MESURES DÉFINITIVES

TABLEAU III

A. Grand moment d'inertie

| Pression 28 ^{mm} ; moment d'inertie 1395,9 | | | |
|---|-----------|-----------------------------|-----------------------------|
| Température | Période T | Décrém. log. λ_d | Décrém. log. λ_c |
| 310° | 5,79" | 0,03341 | 0,03340 |
| 280 | 5,76 | 0,03141 | — |
| 250 | 5,74 | 0,03003 | 0,03000 |
| 200 | 5,70 | 0,03303 | 0,03306 |
| 150 | 5,70 | 0,03190 | 0,03190 |
| 100 | 5,72 | 0,02908 | 0,02903 |
| 18 | 5,72 | 0,00761 | 0,00761 |

TABLEAU IV

B. Petit moment d'inertie

| Pression 25 ^{mm} ; moment d'inertie 335,07 | | | |
|---|-----------|-----------------------------|-----------------------------|
| Températ. | Période T | Décrém. log. λ_d | Décrém. log. λ_c |
| 310° | 3,68" | 0,03325 | 0,03330 |
| 250 | 3,63 | 0,02874 | 0,02877 |
| 200 | 3,59 | 0,03302 | 0,03302 |
| 150 | 3,58 | 0,03180 | — |
| 100 | 3,56 | 0,02829 | 0,02830 |
| 18 | 3,59 | 0,00759 | 0,00760 |

Nous avons fait encore une série de mesures pour des températures décroissantes. Les résultats de ces mesures sont résumés dans le tableau ci-après.

TABLEAU V

| Pression 28 ^{mm} ; moment d'inertie 335,07 | | |
|---|-----------|----------------------------|
| Températ. | Période T | Décrém log. λ_a |
| 310° | 3,67" | 0,03334 |
| 250 | 3,65 | 0,02980 |
| 200 | 3,62 | 0,03300 |
| 100 | 3,58 | 0,02880 |
| 18 | 3,59 | 0,07598 |

Avant d'aller plus loin, faisons quelques remarques sur les résultats de ces mesures.

Notons tout d'abord que l'équipage mobile était toujours mis en mouvement par une seule impulsion. En effet, lorsqu'on veut donner plusieurs impulsions successives sans troubler le caractère du mouvement oscillatoire, il faut le faire juste au moment où le système passe par sa position d'équilibre. Or, il est très difficile d'apprécier le moment de ce passage.

Par contre, l'impulsion même instantanée, appliquée à un système oscillatoire en mouvement, à un instant quelconque, provoque comme on sait des troubles dans ce mouvement.

Nous avons constaté ce phénomène plusieurs fois; la courbe enregistrée était irrégulière et les résultats non concordants.

Nous tenons encore à noter que les fils de verre ont été examinés au microscope polarisant avant et après l'expérience. Dans les deux cas ils présentaient une homogénéité régulière sur toute leur longueur et une légère polarisation dans le gris du premier ordre de la série de couleurs de Newton. On pouvait distinguer les deux positions d'extinction, mais d'une manière très peu nette. Avec une plaque à teinte sensible, nous n'avons pas pu découvrir, par la variation de teinte vers le rouge ou le bleu, les deux directions caractéristiques pour les cristaux. La polarisation est donc insignifiante et nous pensons qu'il est légi-

time d'envisager le verre de nos fils d'expérience comme un corps sensiblement isotrope.

Disons enfin que nous n'avons pas tenu compte du frottement intérieur du fil de suspension en acier, le jugeant négligeable par rapport au frottement du fil d'expérience. En effet, le frottement intérieur de l'acier trempé est très petit, très régulier et relativement peu influencé par la température ¹.

Voyons maintenant quelle est l'influence de la température sur le décrement logarithmique des fils de verre ordinaire. Dans toutes nos expériences sur des fils, quelles que soient les dimensions, on trouve la même allure dans la variation du décrement avec la température. Le décrement croit d'abord assez rapidement de 10° à 100°, moins vite de 100° à 200°, et à partir de cette température, commence à décroître, passe par un minimum près de 250°, puis remonte de nouveau encore plus rapidement qu'avant.

Malheureusement, les moyens dont nous avons disposé ne nous ont pas permis d'étudier le décrement logarithmique pour des températures supérieures à 360°. Il nous était donc impossible de nous faire une idée définitive de l'allure exacte de la variation du décrement à ces températures élevées.

Nos résultats nous montrent néanmoins que la variation du décrement en fonction de la température suivant qu'on procède par températures décroissantes ou croissantes, est sensiblement la même, à la condition de commencer par les températures décroissantes, ou ce qui revient au même après avoir recuit le fil à la température la plus élevée.

Les courbes (fig. 4, 5, 6) représentent les résultats obtenus. Il importe de remarquer d'abord que les trois courbes correspondant aux dimensions des fils et moments d'inertie

¹ Dans le tableau ci-après nous indiquons quelques données relatives au fil d'acier qui a servi pour nos expériences.

| Diamètre, 0,016 cm. ; longueur, 27,5 cm. | | | |
|--|-----------------|-----------|--------|
| Température | Durée d'oscill. | Decrement | Charge |
| 18° | 10",98 | 0,000320 | 162,6 |
| 18° | 6",93 | 0,000421 | 160,3 |

différents, présentent à partir de 200° une région singulière dans laquelle le décrement passe par un maximum suivi d'un minimum dans le voisinage de 250° . Cette particularité se produit aussi bien pour des températures décroissantes que pour des températures croissantes.

Il importe également de mentionner que la vitesse de déformation n'influe nullement le décrement. En effet, sur la courbe

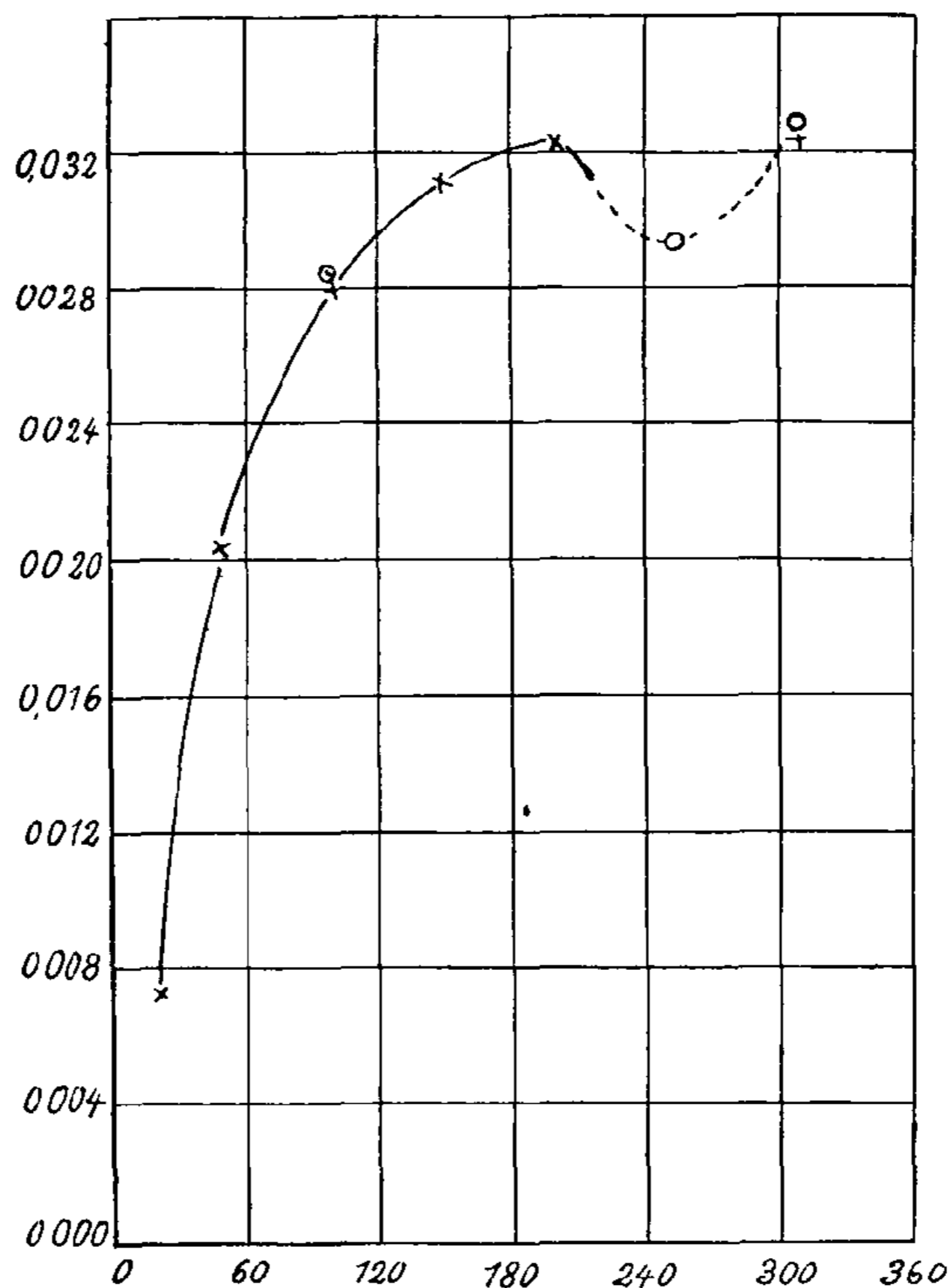


Fig 6

(fig. 6), nous avons représenté, pour un même fil, les deux courbes obtenues pour des moments d'inertie différents. On voit que, à l'exception du minimum qui paraît plus accusé pour le plus petit moment d'inertie, les autres points des deux courbes se superposent. Les écarts ne dépassent pas 1 %; ils rentrent donc dans l'ordre de grandeur des erreurs.

Comparons maintenant les résultats obtenus avec les expressions qui résultent d'une part de la théorie de M. Voigt, d'après laquelle le produit λT est une constante caractéristique du corps, et d'autre part de la théorie de Boltzmann qui attribue cette constance au décrement logarithmique lui-même.

Ni l'une ni l'autre de ces deux théories ne semble être rigoureusement applicable aux différents fils de verre que nous avons étudiés.

Il semble cependant que pour un même fil et différents moments d'inertie, c'est la théorie de Boltzmann qui est la plus satisfaisante, c'est-à-dire que pour un même fil le décrement logarithmique ne varie pas tant que la température reste constante.

Pour des fils de dimensions différentes, la comparaison est plus délicate, car les fils que nous avons utilisés ne sont pas des cylindres parfaits et les expériences que nous avons faites sont trop peu nombreuses.

Les résultats pour un même fil sont réunis dans le tableau suivant :

TABLEAU VI

| Tempér. | Période T | 4,23 sec. | 3,68 sec. | Ecart en pour cent |
|---------|-------------|-----------|-----------|--------------------|
| 310° | λ | 0,3218 | 0,03334 | + 3,48 |
| | λT | 0,13506 | 0,12271 | - 9,1 |
| 250° | λ | 0,02743 | 0,02980 | + 7,9 |
| | λT | 0,11585 | 0,10947 | - 5,5 |
| 200° | λ | 0,3087 | 0,03300 | + 6,4 |
| | λT | 0,13159 | 0,12243 | - 6,9 |
| 100° | λ | 0,02442 | 0,02879 | + 1,5 |
| | λT | 0,10329 | 0,10478 | + 1,4 |
| 18° | λ | 0,00711 | 0,00760 | + 6,4 |
| | λT | 0,02993 | 0,02729 | - 8,9 |

Quant au décrement lui-même, le tableau précédent montre nettement l'influence de la température sur sa variation en fonction de la durée. Il diminue en général peu avec l'augmentation de la durée. Mais sa variation est plus grande pour les

basses températures que pour les températures élevées. Il est même possible que cette variation, qui, à 310° n'est que de 3,6 ‰, disparaisse complètement pour les températures suffisamment élevées. Le corps obéirait alors rigoureusement à la théorie de Boltzmann.

Nous ne pouvons pas indiquer un sens déterminé pour la variation du produit λT .

Il augmente avec la période, pour toutes les températures, sauf pour 100°. En outre, sa variation est beaucoup moins accusée aux basses températures. La théorie de M. Voigt semble donc être mieux applicable à un état solide plus parfait.

En résumé, toutes nos expériences, effectuées sur du verre ordinaire aussi bien que sur d'autres genres de verre, nous montrent d'une manière très nette que pour une même espèce de verre, les fils étant différents, ce serait plutôt le produit λT qui serait caractéristique, au moins pour des températures comprises entre 20° et 200°. Par contre, pour le même fil, c'est le décrement logarithmique λ qui est indépendant de la durée.

Passons maintenant à l'influence exercée par l'amplitude. On sait que, pour la plupart des métaux, le décrement logarithmique varie en fonction linéaire de l'amplitude. Cette influence de l'amplitude sur le décrement va assez fréquemment en augmentant avec la température.

Il n'en est pas de même pour le verre, pour des amplitudes du même ordre de grandeur. Dans ce cas *le décrement logarithmique serait indépendant de l'amplitude*. Sur plus de 200 mesures effectuées au cours du présent travail, pas une ne nous a donné des résultats contraires.

On peut facilement se rendre compte de l'ordre de cette variation d'après le tableau VII ci-après, où nous avons relevé les données complètes concernant les trois séries de mesures à des températures différentes.

La concordance est manifeste. La variation du décrement est à peine sensible. Elle rentre dans l'ordre de grandeur des erreurs possibles ; il semble qu'on soit bien là en présence d'un fait nettement établi et non d'une concordance accidentelle.

On voit donc que le cas du verre présente quelques simplifications, et nous pouvons nous demander en premier lieu si le

TABLEAU VII

| Décrément observé | | |
|---|---|--|
| A 100° pour des amplitudes variant entre 2°40' et 41'2" | A 310° pour des amplitudes variant entre 2°50' et 40' | A 18° pour des amplitudes variant entre 2°35' et 50' |
| 0,029140 | 0,033026 | 0,007622 |
| 0,029145 | 0,033059 | 0,007631 |
| 0,029150 | 0,033107 | 0,007591 |
| 0,029104 | 0,033127 | 0,007593 |
| 0,029103 | 0,033050 | 0,007602 |
| 0,029145 | 0,033050 | 0,007619 |
| 0,029138 | 0,033051 | 0,007614 |

mouvement du système dans ce cas n'est pas représenté par un mouvement oscillatoire amorti et obéissant à l'équation bien connue :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} + c\theta = 0 \quad (1)$$

équation qui, comme on le sait, pour les métaux, est loin d'être vérifiée.

Voyons maintenant jusqu'à quel point les caractères de cette équation se retrouvent dans nos graphiques.

Rappelons d'abord que la constance du rapport entre deux élongations consécutives est, comme nous l'avons vu en parlant de l'influence de l'amplitude, suffisamment démontrée par l'expérience.

Disons seulement que la quantité δ calculée d'après la relation

$$\delta = aT = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_2}$$

nous donne 0,04 pour $T = 3,38$ sec., $\theta_1 = 10,5$ cm., $\theta_2 = 10,1$ cm. La valeur du coefficient a tiré de la même relation est égal à 0,0108.

Si l'on porte dans l'équation (1) la valeur de a et si l'on en tire les valeurs de θ pour les époques $\frac{T}{6}$, $\frac{T}{8}$, $\frac{T}{12}$ on trouve res-

pectivement :

$$\begin{aligned} \theta_{\frac{T}{6}} &= 4,52 \\ \theta_{\frac{T}{8}} &= 6,4 \\ \theta_{\frac{T}{12}} &= 7,79 \end{aligned}$$

Mais ces mêmes quantités, calculées d'après la formule du mouvement périodique simple

$$\theta = \theta_0 \cos \omega t$$

ont pour valeur,

$$\begin{aligned} \theta'_{\frac{T}{6}} &= 4,55 \\ \theta'_{\frac{T}{8}} &= 6,43 \\ \theta'_{\frac{T}{12}} &= 7,88 \end{aligned}$$

Les différences entre θ et θ' sont dans les dixièmes de millimètres, c'est-à-dire inappréciables.

Les valeurs mesurées sur les épreuves photographiques concordent sensiblement avec les valeurs de θ ; soit

$$\begin{aligned} \theta_{1\frac{T}{6}} &= 4,52 \\ \theta_{1\frac{T}{8}} &= 6,4 \\ \theta_{1\frac{T}{12}} &= 7,8 \end{aligned}$$

En ce qui concerne le terme $\frac{a}{\omega^2}$ qui représente le décalage des temps correspondant aux passages par la position d'équilibre, il est inaccessible à nos mesures.

En effet, en calculant la valeur du rapport $\frac{a}{\omega^2}$, on trouve 0,0038, grandeur dont nous ne pouvons pas tenir compte.

Remarquons encore que nous n'avons pas constaté d'influence appréciable de l'amplitude sur la durée d'oscillation. Pour 20 oscillations complètes d'une durée totale de 80 sec. avec une amplitude de 30 cm. et le même nombre d'oscillations avec une

amplitude de 10 cm., nous n'avons constaté qu'une différence de 0,15 sec. Sur les épreuves photographiques, les distances séparant les deux élongations maxima consécutives, pour la même courbe, sont les mêmes quoique les amplitudes aillent en décroissant. Ainsi, pour huit oscillations complètes, nous n'avons pas pu constater la moindre différence. Ces résultats sont d'accord d'une part avec la constance du décrétement en fonction de l'amplitude et d'autre part ils montrent qu'ils sont compatibles avec un mouvement amorti par une force proportionnelle à la vitesse.

Ajoutons, en terminant, que pour un même fil, la durée d'oscillation ne varie que très peu avec la température.

Verre d'Iéna

Les expériences sur le verre d'Iéna ont été conduites de la même façon que celles sur le verre ordinaire. On faisait parcourir au fil de verre un cycle complet (en commençant par des températures décroissantes) et ceci pour deux moments d'inertie différents. Les résultats sont résumés dans les tableaux suivants :

TABLEAU VIII

Fil de verre d'Iéna. Longueur 22^{cm},5 ; diamètre 0^{mm},3178

A. Grand moment d'inertie

| Pression 28 ^{mm} ; moment d'inertie 1395,9 | | | |
|---|-----------|-----------------------------|-----------------------------|
| Température | Période T | Décrém. log. λ_a | Décrém. log. λ_c |
| 360° | 6,8" | 0,03053 | 0,03058 |
| 310 | 6,77 | 0,01980 | 0,01984 |
| 250 | 6,79 | 0,01114 | 0,01113 |
| 200 | 6,69 | 0,00697 | 0,00697 |
| 150 | 6,67 | 0,00535 | — |
| 100 | 6,72 | 0,00469 | 0,00469 |
| 60 | 6,93 | — | 0,00798 |
| 18 | 6,92 | 0,01181 | 0,01181 |

TABLEAU IX

B. Petit moment d'inertie

| Pression 25-28 ^{mm} ; moment d'inertie 335,07 | | | |
|--|-----------|-----------------------------|-----------------------------|
| Température | Période T | Décrém. log. λ_d | Décrém. log. λ_c |
| 360° | 4,28" | 0,03049 | 0,03044 |
| 310 | 4,27 | 0,02007 | 0,02006 |
| 250 | 4,25 | 0,01130 | 0,01129 |
| 200 | 4,20 | 0,00700 | 0,00697 |
| 150 | 4,20 | 0,00547 | 0,00547 |
| 100 | 4,20 | 0,00470 | 0,00469 |
| 60 | 4,28 | 0,00799 | 0,00796 |
| 18 | 4,34 | 0,00118 | 0,00118 |

On voit que pour le verre d'Iéna le frottement intérieur diminue rapidement de 20° jusqu'à environ 100°. La partie de la courbe (fig. 7) représentant cette diminution, dans ces

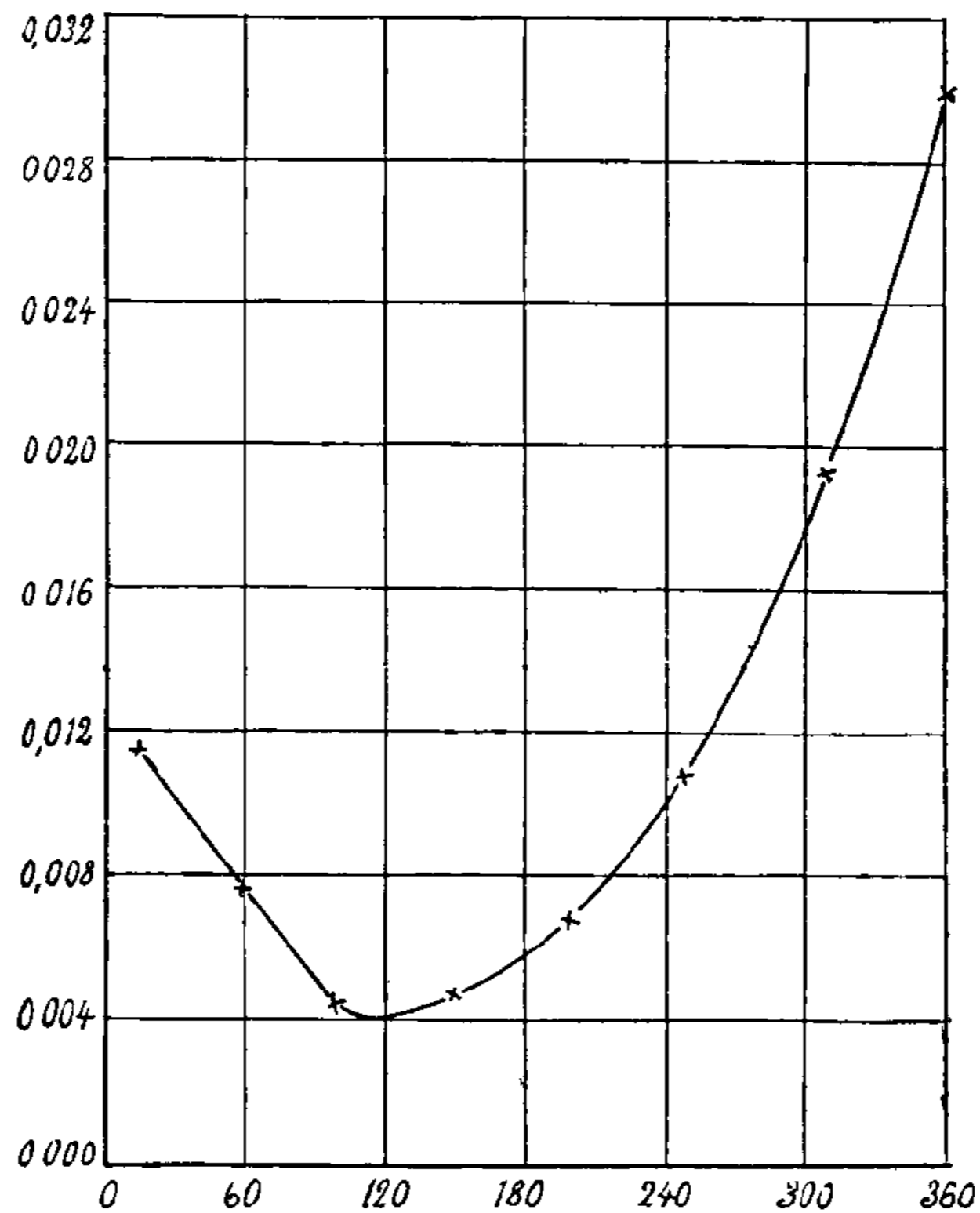


Fig. 7

limites de température, est presque une droite. Ensuite, dans le voisinage de 120°, le décrement passe par un minimum, puis remonte lentement jusqu'à 250° et beaucoup plus rapidement entre 250° et 360°. Cette allure se retrouve aussi bien pour des températures décroissantes et croissantes que pour des moments d'inertie différents.

Ce fait nous montre d'une manière très nette à quel point le phénomène du frottement intérieur est complexe. Il semble probable que des transformations physico-chimiques réversibles se produisant à des températures relativement basses, soient la cause de ces variations singulières du frottement intérieur.

Les conclusions tirées de l'étude sur le verre ordinaire s'appliquent aussi au verre d'Iéna. Ainsi :

1° Le décrement prend la même valeur pour une température donnée, aussi bien pour des températures croissantes que décroissantes.

2° Le décrement logarithmique est indépendant de la vitesse de la déformation.

3° Le décrement est indépendant de l'amplitude.

4° La durée d'oscillation ne varie que peu avec la température.

5° La courbe à grande vitesse a presque la même forme que celle pour le verre ordinaire. C'est une sinusoïde amortie. Remarquons seulement qu'elle a été prise à la température de 360°, tandis que la courbe correspondant au verre ordinaire a été obtenue à 310°. On ne peut donc pas faire pour ces deux courbes, une comparaison complète entre les coefficients figurant dans l'équation du mouvement, ces coefficients variant avec la température. D'autre part les fils n'ayant pas les mêmes dimensions, cette comparaison n'aurait pas un intérêt spécial.

Dans la limite d'exactitude des courbes enregistrées, le mouvement obéit à la relation ¹.

$$\theta = \theta_0 e^{-at} \cos \omega t$$

Le produit $aT = \delta$ est égal à 0,034313.

D'où l'on tire $a = 0,01136$

Le coefficient du frottement intérieur, calculé d'après la re-

¹ Pour la signification des différentes lettres voir page 223.

lation $f = 2 aI$, nous donne, pour le verre d'Iéna, à 360° , la valeur de 7,610790; et le décalage du quart de la période $\frac{a}{\omega_2}$ est égal à 0,0027.

Cette dernière valeur, vu sa petitesse n'était pas accessible aux mesures directes sur les courbes.

Mentionnons encore que nous avons examiné les fils de verre à l'aide du microscope polarisant, avant et après les expériences. Le verre d'Iéna est encore moins polarisant que le verre ordinaire. Toutefois on pouvait encore distinguer les deux positions d'extinction.

Verre de plomb

Nous nous sommes demandé si le verre de plomb, pour lequel la température de 360° est une température plus voisine de son point de fusion, ne présentait pas certaines particularités, tant au point de vue de la variation du décrétement logarithmique au voisinage de cette température, qu'en ce qui concerne la nature des courbes enregistrées à grande vitesse (voir Pl. VII).

La méthode expérimentale restant la même que pour les autres fils, nous ne donnerons ici que les résultats.

TABLEAU X

Fil de verre de plomb. Longueur 22^{cm},5 ; diamètre 0^{mm},35717

A. Petit moment d'inertie

| Pression 30 ^{mm} ; moment d'inertie 335,07 | | | |
|---|-----------|-----------------------------|-----------------------------|
| Température | Période T | Décrém. log. λ_a | Décrém. log. λ_c |
| 360° | 3,68" | 0,05247 | 0,05245 |
| 310 | 3,64 | 0,04167 | 0,04157 |
| 280 | 3,65 | — | 0,03906 |
| 250 | 3,68 | 0,03988 | 0,03986 |
| 200 | 3,62 | 0,03376 | 0,03369 |
| 150 | 3,57 | 0,02543 | 0,02541 |
| 100 | 3,56 | 0,00982 | 0,00982 |
| 60 | 3,50 | 0,00521 | 0,00525 |
| 18 | 3,47 | 0,00274 | 0,00273 |

TABLEAU XI

B. Grand moment d'inertie

| Pression 30 ^{mm} ; moment d'inertie 1395,9 | | | |
|---|-----------|-----------------------------|-----------------------------|
| Température | Période T | Décrém. log. λ_d | Décrém. log. λ_c |
| 360° | 5,74" | 0,05210 | 0,05204 |
| 310 | 5,72 | 0,04148 | 0,04146 |
| 280 | 5,70 | 0,03910 | 0,03910 |
| 250 | 5,72 | 0,03976 | 0,03969 |
| 200 | 5,70 | 0,03365 | 0,03361 |
| 150 | 5,70 | 0,02550 | 0,02559 |
| 100 | 5,70 | 0,00983 | 0,00988 |
| 60 | 5,68 | 0,00520 | — |
| 18 | 5,68 | 0,00274 | 0,00274 |

L'allure de la variation du décrement avec la température présente beaucoup d'analogie avec un mouvement sinusoïdal amorti. Le décrement, comme on le voit sur la courbe (fig. 8), croît très rapidement avec la température, et cela dans des limites tout à fait inattendues. Le premier maximum qui semble correspondre au premier maximum du verre ordinaire à 200° se produit à 250°. Le minimum qui le suit est approximativement à 280°.

Nous ne voulons pas répéter ici tout ce qui a été déjà dit pour les autres verres sur l'influence de la période sur le décrement. Les chiffres donnés ci-dessus montrent très bien que les conclusions à tirer sont identiques à celles que nous avons déduites de l'étude des autres verres. Le décrement logarithmique est toujours indépendant de la vitesse de la déformation et de l'amplitude.

Le fait qui doit attirer notre attention est que la courbe à grande vitesse pour le verre de Plomb permet d'étudier, d'une façon plus précise que pour les autres verres, la loi de l'amortissement.

Sur la planche VII, nous reproduisons une de ces courbes.

Tandis que pour le verre ordinaire et le verre d'Iéna on avait

une courbe se rapprochant sensiblement d'une sinusoïde, avec le verre de plomb, on obtient une belle courbe sinusoïde amor-

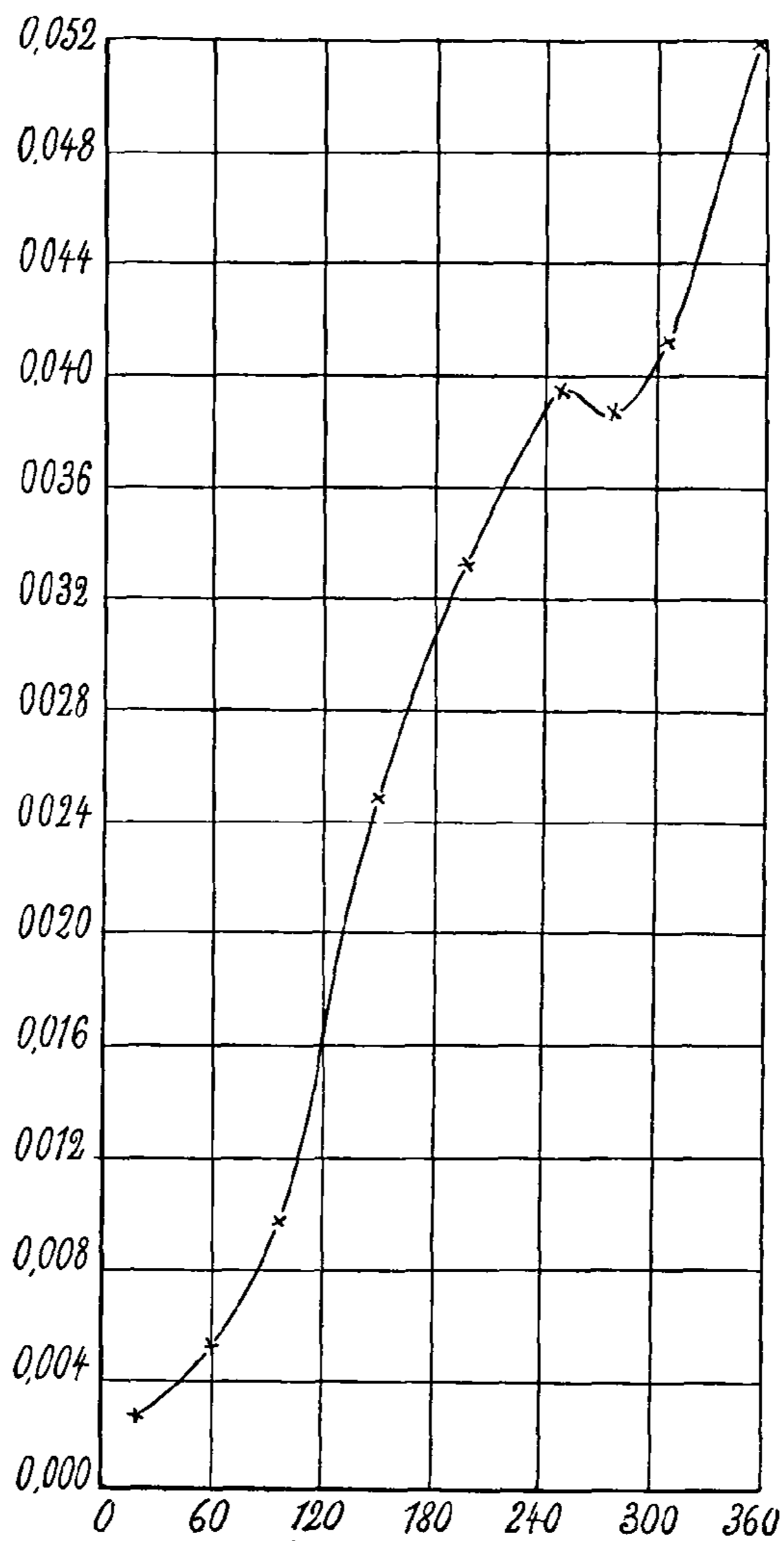


Fig. 8

tie avec des décalages bien marqués entre les divers quarts de période (3 mm. environ).

La durée séparant les deux passages consécutifs par la posi-

tion d'équilibre n'est donc pas coupée en deux parties égales par l'époque où la vitesse du mobile est nulle.

En effet, le coefficient a de l'expression $\frac{a}{\omega^2}$ atteint, à 360° , une valeur de 0,02 (il était de 0,01136 pour le verre d'Iéna à la même température). La période étant de 3,68 sec., on a pour le décalage,

$$\frac{a}{\omega^2} = 0,009$$

ou très approximativement 0,01.

Le décalage est donc de l'ordre des centièmes, tandis qu'il était dans les millièmes pour les verres précédents.

En partant de la formule

$$\theta = \theta_0 e^{-at} \cos \frac{2\pi}{T} t$$

pour $a = 0,02$, nous avons calculé les élongations θ correspondant aux valeurs suivantes de t :

$$\frac{T}{6}, \frac{T}{8}, \frac{T}{12}, \frac{T}{3}, \frac{3T}{8}, \frac{5T}{12}$$

comme nous l'avons fait pour le verre ordinaire.

Voici les résultats obtenus par le calcul et ceux que nous avons tirés des mesures directes sur les épreuves photographiques :

TABLEAU XII

| Temps | θ calculée | θ observée |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| $\frac{T}{6}$ | 13,2 cm. | 13,2 cm. |
| $\frac{T}{8}$ | 10,7 » | 10,7 » |
| $\frac{T}{12}$ | 7,35 » | 7,36 » |
| $\frac{T}{3}$ | — 7,07 » | — 7,07 » |
| $\frac{3}{8}T$ | — 9,98 » | — 10,00 » |
| $\frac{5}{12}T$ | — 12,44 » | — 12,45 » |

Ajoutons encore que si on calcule le coefficient du frottement intérieur d'après la formule déjà employée

$$f = 2aI$$

on arrive à une valeur de 13,4028. Ce même coefficient pour le verre d'Iéna et à la même température (360°) était 7,6107, presque deux fois plus petit.

CONCLUSIONS

L'étude que nous avons entreprise nous amène aux conclusions suivantes :

1° Le décrement logarithmique des fils de verre étudiés (recuit entre 300° et 400°) présente une régularité remarquable dans ses variations avec la température. En effet, nous avons toujours pris la première mesure (à 360°) un jour après la suspension du fil. Dix jours nous étaient nécessaires pour parcourir la série des températures décroissantes et des températures croissantes et revenir à la même température qu'au début de l'expérience. Or, la première et la dernière mesures ainsi obtenues, dans un intervalle de temps de dix jours, ne présentent aucune différence appréciable.

Par contre le décrement logarithmique d'un fil non recuit dépend de l'histoire thermique du fil. Dans les tableaux II et III on voit que les décrets obtenus en partant de la température ordinaire et en chauffant progressivement jusqu'à la température la plus élevée, ne concordent pas avec les décrets obtenus après le recuit du fil, ce à quoi il fallait s'attendre, d'après tout ce que l'on connaît sur les propriétés des solides. Le recuit semble diminuer le frottement intérieur et par conséquent le décrement logarithmique.

2° Pour le fil recuit, les points figuratifs du décrement restent dans les limites des erreurs d'ailleurs très petites sur une même courbe, qu'il s'agisse de températures croissantes ou décroissantes; il n'y a donc pas d'hystérésis thermique appréciable dans ces conditions.

3° Contrairement à ce que l'on observe avec les métaux, le décrement logarithmique ne varie pas avec l'amplitude de l'oscillation; le rapport de deux elongations successives $\frac{\theta_{n-1}}{\theta_n}$ étant constant le mouvement peut être supposé obéir à l'équation générale du mouvement amorti :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} + c\theta = 0$$

en d'autres termes à l'hypothèse d'un frottement proportionnel à la vitesse. Mais *avec cette restriction que le changement du moment d'inertie a pour effet de modifier la valeur du coefficient f de la formule précédente.*

4° D'autre part, si l'on compare les résultats obtenus avec deux moments d'inertie différents, on serait tenté de conclure que le décrement est indépendant de la vitesse de la déformation, conclusion qui semble contradictoire avec l'hypothèse résumée par l'équation précédente. Il faut donc admettre que la constance du décrement observée pour des périodes différentes n'implique pas nécessairement que la force d'amortissement soit indépendante de la vitesse et qu'il en soit de même des courbes qui représentent la variation du couple en fonction de la déformation; la forme du cycle pourrait en effet dépendre de la vitesse, tandis que la surface en serait indépendante.

5° La valeur du décrement varie en général très rapidement avec la température. Cette variation est d'autant plus considérable que le verre est plus fusible. Ainsi pour le verre d'Iéna, le moins fusible des trois verres étudiés, le décrement varie de 0,01181 à 0,03053. quand on passe de la température ordinaire à la température de 360°; pour le verre ordinaire de 0,00760 à 0,03305 (à 310°); enfin pour le verre de plomb (le plus fusible), cette variation devient très considérable, le décrement ayant la valeur de 0,00274 à la température de la salle, il atteint la valeur de 0,05247 quand on monte à 360°.

6° L'allure de la variation du décrement avec la température n'est pas constamment croissante; c'est bien la preuve de la complexité des phénomènes qui doivent se produire au sein de la matière lorsqu'on fait varier la température. Pour deux

des verres étudiés le décrement après avoir augmenté d'abord jusqu'à 200° pour le verre ordinaire et 250° pour le verre de plomb, diminue brusquement et passe par un minimum aux environs de 250° pour le premier verre et 280° pour le second, pour croître ensuite très rapidement. Pour le verre d'Iéna, l'allure change : le décrement décroissant d'abord jusqu'à 100° passe par un minimum vers 120°, ensuite remonte d'abord lentement de 120° à 250° et plus rapidement de 250° à 360°.

Ces variations ont ce caractère particulier d'être réversibles et de se produire aussi bien pour des températures croissantes que pour des températures décroissantes.

7° Enfin les courbes obtenues par l'inscription du mouvement oscillatoire sont, dans la limite des erreurs, des sinusoides amorties.

Tant que l'amortissement n'est pas trop grand, la courbe se rapproche trop du mouvement harmonique simple pour qu'il soit possible d'en tirer la valeur du coefficient d'amortissement avec précision.

Tel est le cas pour le verre ordinaire et le verre d'Iéna. Mais à mesure que le coefficient du frottement augmente avec la température, le coefficient d'amortissement α qui figure dans l'équation

$$\theta = \theta_0 e^{-\alpha t} \cos \frac{2\pi}{T} t$$

devient de plus en plus grand.

L'inégalité des deux demi-périodes (caractéristique du mouvement sinusoidal amorti) correspond bien alors à la valeur du coefficient α de la formule. C'est le cas pour le verre de plomb à 360°.

L'analyse des courbes de mouvement enregistrées nous a permis de nous faire une idée de la variation du coefficient (pour une température déterminée) quand on passe du verre le moins fusible au verre le plus fusible. Comme nous l'avons dit l'amortissement est trop faible pour les verres ordinaire et d'Iéna, pour qu'il soit possible de tirer des expériences des conclusions précises. Mais si l'on admet par analogie que ces verres suivent une loi semblable à celle du verre de plomb, on

peut établir le tableau ci-après, donnant pour les hautes températures les caractéristiques du mouvement sinusoïdal amorti.

TABLEAU XII

| Verre | Température | Coefficient a | Décalage $\frac{a}{\omega^2}$ | Coeff. du frott. $f = 2aI$ |
|------------------|-------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Verre d'Iéna.... | 360 | 0,01136 | 0,0027 | 7,4108 |
| — ordinaire. | 310 | 0,0108 | 0,0038 | 7,2375 |
| — de plomb. | 360 | 0,02 | 0,01 | 13,4028 |

Laboratoire de physique de l'Université.
Genève, janvier 1914.