



Article professionnel

Article

2004

Accepted version

Open Access

This is an author manuscript post-peer-reviewing (accepted version) of the original publication. The layout of the published version may differ .

Optimisation de portefeuille: prédire rendements et risques de manière robuste

Victoria-Feser, Maria-Pia; Perret-Gentil, Cédric

How to cite

VICTORIA-FESER, Maria-Pia, PERRET-GENTIL, Cédric. Optimisation de portefeuille: prédire rendements et risques de manière robuste. In: Finance & technologie, 2004, p. 14.

This publication URL: <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:6451>

Optimisation de portefeuille: prédire rendements et risque de manière robuste

Par Maria-Pia Victoria-Feser, professeur de statistique, HEC, Université de Genève
et Cédric Perret-Gentil, responsable de l'analyse quantitative sur hedge funds, Union
Bancaire Privée

En finance, le but d'un investisseur confronté à une construction de portefeuille est de trouver quelle combinaison d'actifs produira, dans le futur, le meilleur rendement possible, et cela pour un risque donné.

Limites (connues) de l'approche moyenne-variance traditionnelle

Au cours des années 50, Harry Markowitz jette les bases de la théorie moderne du portefeuille en proposant notamment de résumer l'information contenue dans les séries de rendements des actifs financiers par 2 *indicateurs statistiques* : le rendement espéré, défini comme la *moyenne* des rendements passés, et le risque, défini comme l'*écart-type* (plus connu en finance sous le nom de volatilité) des rendements passés. Markowitz suggère ensuite une procédure d'optimisation consistant à maximiser le rendement espéré du portefeuille sous contrainte d'un certain risque. Cette analyse, qui porte le nom d'approche moyenne-variance, permet ainsi de trouver les poids optimaux pour chacun des actifs composant le portefeuille.

Mêmes si les limites de l'approche moyenne-variance (en terme de stabilité des poids au cours du temps et parfois même de pertinence des résultats) sont bien connues, il n'en demeure pas moins vrai que cette analyse est fondamentale pour au moins deux raisons. Pour le praticien, cette théorie démontre que les portefeuilles efficients au sens moyenne-variance jouent un rôle important dans la gestion de portefeuille. Pour le chercheur, l'analyse moyenne-variance est au cœur de plusieurs théories d'évaluation d'actifs.

Notions d'inférence statistique

Ainsi, selon l'approche moyenne-variance, l'information (quantitative) qu'un investisseur possède pour optimiser un portefeuille est la série des rendements passés des actifs susceptibles de composer ce portefeuille, et son dilemme consiste donc à *inférer* le comportement futur du portefeuille en terme de rendement et de risque sur la base de ses constituants potentiels.

Cette problématique est l'essence même d'une discipline qui porte le nom de *statistique inférentielle* : inférer à partir d'une information incomplète (provenant d'un échantillon, ici nos séries de rendements passés) les caractéristiques inconnues d'une population. Cela peut se faire au moyen d'indicateurs statistiques, de graphiques ou de modèles résumant la grande quantité d'information contenue dans l'échantillon.

Cependant, pour que les indicateurs statistiques (on parle d'*estimateurs*) du rendement espéré et du risque du portefeuille permettent réellement de trouver la meilleure combinaison d'actifs, il faut que ces estimateurs aient la capacité de résumer de manière *adéquate* l'information quantitative à disposition. En d'autres termes, on souhaite que la valeur des estimateurs du rendement espéré et du risque du portefeuille, calculés sur la base des séries de rendements observés, soient les plus proches possible des vraies valeurs non observables (on parle de *paramètres*) du rendement espéré et du risque. Si tel n'est pas le cas, alors on dit des estimateurs qu'ils sont *biaisés* et les conséquences sur les résultats d'une optimisation et sur les choix de portefeuilles peuvent s'avérer extrêmement graves (voir ci-dessous).

Robustesse et données atypiques

Les causes responsables du biais d'un estimateur peuvent être multiples. Parmi elles, et depuis maintenant plus d'une trentaine d'années, les statisticiens se sont intéressés aux biais des estimateurs dus à la présence dans l'échantillon de données *atypiques*. Ces données ont la caractéristique d'être peu nombreuses, mais d'influencer considérablement les résultats des analyses statistiques. On peut dès lors se demander s'il est légitime qu'une minorité d'observations (quelques pourcents des observations d'un échantillon) influencent à un tel point les procédures de calculs que les résultats de ces dernières ne reflètent finalement que les propriétés statistiques de ces quelques données influentes. Pire encore, que dire de décisions ou d'actions entreprises à tort sur la base de calculs biaisés par cette minorité d'observations. Pour pallier ce danger potentiel, la *statistique robuste* propose des procédures statistiques spécifiques (et notamment des estimateurs) qui permettent de se préserver de l'influence néfaste de ces données atypiques.

Dans le contexte de l'optimisation de portefeuilles évoquée ci-dessus, ces données atypiques correspondent à des événements exceptionnels induisant à leur tour des *profils de rendements atypiques* dans un ou plusieurs types de marchés financiers. Encore une fois, il est légitime de se demander si de tels profils (qui de par leur nature ont peu de chances de se reproduire de la même manière dans le futur) sont en droit d'occulter le reste de l'information pertinente contenue dans les rendements passés, et ainsi influencer si fortement la procédure d'optimisation que cette dernière arrive à en être complètement biaisée.

Des résultats convaincants

Dans ce contexte, nous préconisons une approche robuste pour l'optimisation de portefeuille. Cette approche est basée sur des estimateurs robustes des rendements espérés, du risque et des corrélations intervenant dans le processus d'optimisation. En plus de rendre plus stables les résultats de l'optimisation et de refléter de manière plus exacte dans les résultats l'information sous-jacente contenue dans les séries de rendements, cette procédure permet de détecter les données atypiques. A ce propos, il est important de souligner que ces données ne correspondent pas toujours aux rendements les plus extrêmes ce qui les rend très difficiles à détecter par simple inspection visuelle.

La Figure 1 présente, dans l'univers rendement-risque, des optimisations effectuées avec 3 séries de 120 observations mensuelles pour trois actifs différents.

Dans une première étape, les frontières efficientes (Mean Variance Efficient Frontier ou MVEF) calculées de manière classique et robustes sont représentées. Elles sont distinctes l'une de l'autre ce qui signifie que les données atypiques influant sur l'estimation classique sont *traitées* par l'estimation robuste de manière à être *gardées sous contrôle*. La frontière efficiente robuste étant plus haute et sur la gauche par rapport à sa contrepartie classique indique clairement une réduction de la structure de volatilité des paramètres due à l'estimation robuste.

Dans une deuxième étape, les paramètres sous-jacents à la frontière efficiente robuste (en trait plein et gras) sont utilisés pour générer 20 échantillons dont 2.5% des données sont contaminées de manière artificielle (introduction volontaire de données atypiques). Cependant, même sous contamination, les frontières efficientes robustes 'Robust (simulated)' calculées sur les 20 échantillons contaminés, continuent de se concentrer autour de la *vraie* frontière efficiente, et la dispersion des frontières efficientes robustes ne traduit que la variabilité due à l'erreur d'échantillonnage. A l'opposé, les frontières efficientes classiques 'Classical (simulated)' calculées sur les mêmes 20 échantillons contaminés suivent des comportements erratiques et sont très loin de se grouper autour de la vraie frontière en trait plein et gras.

Ainsi, en faisant des choix de portefeuilles basés sur une optimisation classique, le danger existe de se retrouver sur une frontière efficiente très fortement influencée par les caractéristiques de quelques observations atypiques. Inutile de préciser que des choix de portefeuilles effectués dans ce contexte peuvent mener à des décisions d'investissement largement sub-optimales. A l'opposé, les frontières efficientes robustes sont estimées sans biais et représentent ainsi de manière plus fidèle les propriétés statistiques et la structure sous-jacente des 97.5% de données non-atypiques des échantillons.

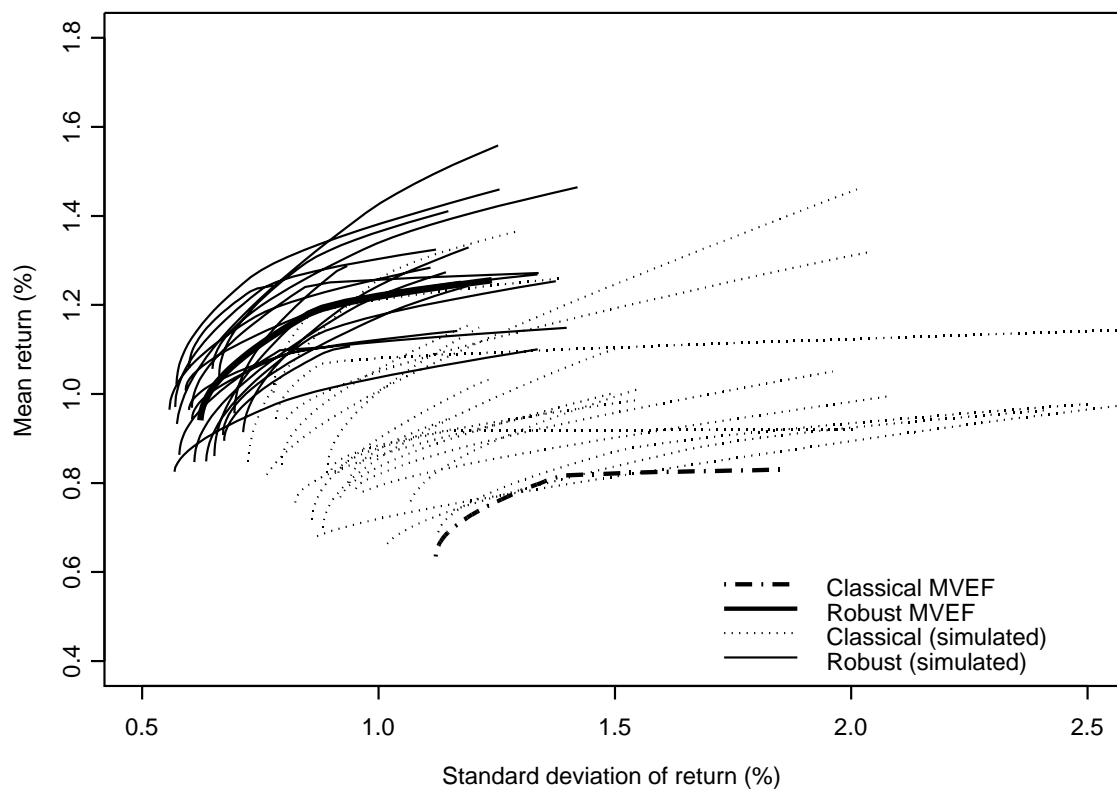


Figure 1

Pour en savoir plus

La méthodologie utilisée pour construire les portefeuilles optimaux robustes ainsi que la présentation complète d'autres résultats sont décrites en détails dans Perret-Gentil, C. and M.-P. Victoria-Feser (2003), "Robust Mean-Variance Portfolio Selection", *Cahiers du Département d'Econométrie* no 2003.02, Université de Genève (<http://www.unige.ch/ses/metri/>, recherche, cahiers du département, 2003).