



Thèse

2010

Open Access

This version of the publication is provided by the author(s) and made available in accordance with the copyright holder(s).

---

Modélisation et contrôle d'écoulements à surface libre par la méthode de Boltzmann sur réseau

---

Marcou, Olivier

**How to cite**

MARCOU, Olivier. Modélisation et contrôle d'écoulements à surface libre par la méthode de Boltzmann sur réseau. Doctoral Thesis, 2010. doi: 10.13097/archive-ouverte/unige:9657

This publication URL: <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:9657>

Publication DOI: [10.13097/archive-ouverte/unige:9657](https://doi.org/10.13097/archive-ouverte/unige:9657)

UNIVERSITÉ DE GENÈVE  
Département d'informatique  
UNIVERSITÉ DE PERPIGNAN  
Laboratoire de Mathématiques,  
Physique et Systèmes

FACULTÉ DES SCIENCES  
Professeur Bastien Chopard  
FACULTÉ DES SCIENCES  
EXACTES ET EXPERIMENTALES  
Docteur Samira El Yacoubi

---

# Modélisation et contrôle d'écoulements à surface libre par la méthode de Boltzmann sur réseau

## THÈSE

présentée à la Faculté des sciences de l'Université de Genève  
pour obtenir le grade de Docteur ès sciences, mention informatique

par

Olivier Marcou

de

Perpignan (France)

These *N°* 4214

GENÈVE  
2010

La Faculté des sciences, sur le préavis de Monsieur B. CHOPARD, professeur associé et codirecteur de thèse (Université de Genève, Faculté des sciences, Département d'informatique), Madame S. El YACOUBI, professeure et codirectrice de thèse et Monsieur A. El JAI, professeur (Université de Perpignan, Faculté des sciences exactes et expérimentales, Laboratoire de mathématiques, physique et systèmes, Perpignan, France) Messieurs E. MENDES, professeur et L. LEFEVRE, docteur (Institut National Polytechnique, Ecole Supérieure d'Ingénieurs des Systèmes Avancés et Réseaux, Grenoble, France), Monsieur Y. TOURE, professeur (Université d'Orléans, France) et Madame I. ZAMBETTAKIS, professeure (Institut Universitaire de Technologie de Tarbes, France), autorise l'impression de la présente thèse, sans exprimer d'opinion sur les propositions qui y sont énoncées.

Genève, le 5 mars 2010

**Thèse - 4214 -**



**Le Doyen, Jean-Marc TRISCONE**

# Table des matières

<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Résumé</b>	<b>xi</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Automates cellulaires et méthode de Boltzmann sur réseaux</b>	<b>9</b>
1.1 Introduction et historique . . . . .	10
1.2 Règles de base et généralités sur les AC . . . . .	11
1.2.1 Définitions . . . . .	11
1.2.2 Conditions aux limites . . . . .	14
1.2.3 Règles de transition . . . . .	15
1.3 Propriétés des automates cellulaires . . . . .	17
1.3.1 Auto-reproduction . . . . .	17
1.3.2 Attracteurs . . . . .	18
1.3.3 Irréversibilité/Réversibilité . . . . .	19
1.3.4 Indécidabilité . . . . .	19
1.3.5 Jardins d'Éden . . . . .	19
1.4 Exemples d'AC classiques . . . . .	19
1.4.1 Jeu de la vie . . . . .	19
1.4.2 AC monodimensionnels binaires et classification de Wolfram . . . . .	21

1.4.3	Modèle d'Ising . . . . .	26
1.5	Méthodes de gaz sur réseau . . . . .	27
1.5.1	Le modèle HPP . . . . .	28
1.5.2	Le modèle FHP . . . . .	30
1.6	Modèle de Boltzmann sur réseau . . . . .	34
1.6.1	Variables locales . . . . .	35
1.6.2	Règle de transition . . . . .	36
1.6.3	Dérivation des équations de Navier-Stokes . . . . .	39
1.6.4	Ecriture simplifiée . . . . .	45
1.6.5	Conditions aux limites . . . . .	47
1.7	Conclusion . . . . .	56
<b>2</b>	<b>Canaux d'irrigation à surface libre</b>	<b>59</b>
2.1	Introduction . . . . .	60
2.2	Généralités sur les canaux d'irrigation . . . . .	60
2.2.1	Types de canaux . . . . .	60
2.2.2	Grandeurs caractéristiques des canaux : . . . . .	61
2.2.3	Caractérisation d'un écoulement . . . . .	64
2.3	Modélisation des canaux d'irrigation . . . . .	67
2.3.1	Lois de la mécanique des fluides appliquées au cas des canaux . . . . .	67
2.3.2	Ouvrages d'interconnexion de biefs . . . . .	72
2.3.3	Méthodes de modélisation . . . . .	74
2.4	Contrôle des canaux . . . . .	76
2.4.1	Variables . . . . .	76
2.4.2	Logiques de contrôle . . . . .	78
2.4.3	Méthodes de contrôle . . . . .	79
2.5	Conclusion . . . . .	82
<b>3</b>	<b>Modélisation de canaux par la méthode de Boltzmann sur réseaux : description et implémentation</b>	<b>83</b>

3.1	Écoulements à surface libre par la méthode de Boltzmann sur réseaux :	
	modèles existants . . . . .	84
3.1.1	Modèle bi-fluide de Shan et Chen [95, 117, 118] . . . . .	84
3.1.2	Méthode mono-fluide à surface libre . . . . .	86
3.1.3	Modélisation LB d'un écoulement en négligeant la dimension verticale	89
3.2	Modèle du canal . . . . .	90
3.2.1	Variante LB utilisée . . . . .	90
3.2.2	Géométrie et conditions aux limites . . . . .	92
3.2.3	Initialisation . . . . .	101
3.2.4	Variables importantes pour l'implémentation . . . . .	105
3.3	Conclusion . . . . .	110
<b>4</b>	<b>Résultats et validation du modèle</b>	<b>113</b>
4.1	Introduction . . . . .	114
4.2	Dispositif expérimental : le micro-canal de Valence . . . . .	114
4.3	Choix des paramètres du modèle . . . . .	115
4.4	Échelle et correspondance modèle/unités réelles . . . . .	118
4.5	Expérience en régime stationnaire . . . . .	121
4.5.1	Simulations avec le modèle LB . . . . .	121
4.5.2	Expérimentations sur le micro-canal . . . . .	123
4.6	Expérience de vidage . . . . .	126
4.6.1	Expérimentations sur micro-canal . . . . .	129
4.6.2	Simulations avec le modèle LB . . . . .	136
4.7	Expérience de vidage/remplissage à deux bassin . . . . .	137
4.7.1	Expérimentations sur micro-canal . . . . .	140
4.7.2	Simulations avec le modèle LB . . . . .	142
4.8	Conclusion . . . . .	144
<b>5</b>	<b>Influence des processus de sédimentation sur l'écoulement</b>	<b>145</b>
5.1	Introduction . . . . .	146

5.2	Algorithme de sédimentation . . . . .	147
5.2.1	Règles de transport . . . . .	148
5.2.2	Règles de déposition . . . . .	149
5.2.3	Règles d'érosion . . . . .	150
5.2.4	Effondrement . . . . .	151
5.2.5	Création des particules . . . . .	151
5.3	Validation du modèle . . . . .	152
5.3.1	Dynamique des dépôts de sédiments . . . . .	159
5.3.2	Dynamique de la vanne sous l'influence d'un dépôt . . . . .	170
5.3.3	Perturbation d'un profil de sédiments par une onde . . . . .	178
5.4	Simulations avec conditions plus proches des canaux réels . . . . .	178
5.4.1	Essais mono-bief . . . . .	181
5.4.2	Essais multi-biefs . . . . .	183
5.4.3	Influence de la position de la vanne manipulée . . . . .	185
5.5	Conclusion . . . . .	188
<b>Conclusion</b>		<b>191</b>
<b>A Annexe : Implémentation</b>		<b>195</b>
A.1	Méthodes de visualisation des résultats du programme . . . . .	196
A.1.1	Présentation d'OOMMF . . . . .	196
A.1.2	Outil de visualisation en Java . . . . .	196
A.2	Implémentation de l'algorithme général du modèle LB du canal . . . . .	201
A.3	Initialisation du réseau . . . . .	201
A.3.1	Initialisation avec densités homogènes et séparation des phases . . .	201
A.3.2	Initialisation par profils de densités . . . . .	201
A.3.3	vannes . . . . .	204
A.3.4	Propagation . . . . .	204
A.3.5	Collision . . . . .	207
A.3.6	Vannes externes . . . . .	209

A.3.7	Calcul du débit aux vannes . . . . .	213
A.4	Implémentation de l'algorithme de sédimentation . . . . .	216
A.4.1	Constitution du dépôt initial . . . . .	218
A.4.2	Processus d'effondrement . . . . .	218
A.4.3	Processus de transport, phase I-1 . . . . .	218
A.4.4	Processus de création des particules . . . . .	218
A.4.5	Processus de transport, phase I-2 . . . . .	219
A.4.6	Processus d'érosion . . . . .	219
A.4.7	Processus de déposition et transport, phase II . . . . .	222



# Abstract

Distributed systems are usually represented by partial differential equations. The increasing complexity of these systems, based on physical, biogeographical and ecological considerations, poses difficulties related to the numerical resolution and manipulation of partial differential equations. Therefore, it is necessary to develop alternative methods.

This PhD work considers the general problem of modelling and simulation of complex systems and deals with the domain of control and management of water resources. We propose here an approach based on Lattice Boltzmann models (LB) for modelling free surface flows in irrigation canals, usually described with the shallow water equations.

We used a two-fluid model where the simulated fluids represent respectively water and air. Boundary conditions have been studied to reproduce the geometry of an irrigation canal, and methods for estimating the desired hydraulic quantities have been developed.

We studied the behaviour of submerged underflow gates, and we show that model is able to spontaneously and correctly describe how the gates function in quite different situations. We compare the predictions obtained from numerical simulation and experiments performed on a laboratory micro-canal facility. Two experiments were used in particular : a stationary experiment in the case of a permanent flow, and an emptying experiment in the case of a transitory flow. Validations of the model have been realized by comparing simulation results and experimental results obtained from an experimental micro-canal.

Irrigation canals are also subject to various kinds of perturbations, such as strong precipitations, unexpected water intake, sedimentation or alga growth. We introduced in our model sedimentation phenomena. We studied the influence of a sedimentation deposit on the flow and particularly on the observed dynamics of an underflow gate. Comparisons between experimental and simulation results seem to correspond.

# Résumé

Les systèmes distribués sont habituellement représentés par des équations aux dérivées partielles. La complexité croissante de ces systèmes, issus de motivations réelles physiques, biogéographiques ou écologiques, pose des difficultés majeures liées à la résolution et à la manipulation numérique des équations aux dérivées partielles. La recherche de méthodes de modélisation alternatives s'avère donc nécessaire.

Ce travail de thèse s'inscrit dans la thématique du contrôle et à la gestion des ressources en eau et propose une approche basée sur les méthodes dites de Lattice Boltzmann (LB) pour la modélisation des écoulements au sein des canaux d'irrigation, habituellement décrits par des équations aux dérivées partielles de type Saint-Venant.

Le modèle utilisé est un modèle bi-fluide, où les deux fluides forment deux phases distinctes représentant respectivement l'eau et l'air. Les conditions aux bords ont été étudiées pour reproduire la géométrie d'un canal à surface libre, et des méthodes de détermination des grandeurs hydrauliques d'intérêt à partir des quantités utilisées dans les modèles LB ont été développées.

On s'est intéressé au comportement des vannes de fond fonctionnant en régime noyé, et on démontre que le modèle permet de décrire celui-ci spontanément et sans effort de modélisation particulier dans des situations de fonctionnement différents. On utilise pour cela deux expériences-types : une expérience en régime stationnaire en situation d'écoulement permanent, et une expérience de vidage en régime transitoire. Dans les deux cas, une validation a été effectuée par le biais d'une comparaison avec des expérimentations menées sur un micro-canal expérimental.

Les canaux d'irrigation sont également sujets à toutes sortes de perturbations, comme des prises d'eau imprévues, divers phénomènes comme l'ensablement, la croissance d'algues, etc... On a introduit dans le modèle des phénomènes de sédimentation. L'étude a été faite de l'influence de la présence d'un dépôt de sédiments sur l'écoulement et plus particulièrement sur la dynamique observée de la vanne. Là aussi, la comparaison entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux montre une convergence certaine.

# Remerciements

Je voudrais en premier lieu remercier mes directeurs de thèse, Samira El Yacoubi et Bastien Chopard. Ce sont leur amitié, leur confiance et la qualité de leur encadrement scientifique qui ont permis la réalisation de ce travail.

J'exprime également ma reconnaissance à Irène Zambettakis et Youssoufi Touré, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce manuscrit, et pour les commentaires et critiques qui ont permis de l'améliorer.

J'adresse toute ma gratitude à Laurent Lefèvre et Eduardo Mendes, pour avoir accepté de prendre part à mon jury et pour la qualité et la chaleur de leur accueil lors de mes séjours à l'ESISAR à Valence. Je remercie toutes les personnes de l'ESISAR qui m'ont également accueilli lors de ces séjours, avec une pensée particulière pour Boussad Hamroun, dont l'aide m'a été si précieuse pour l'accomplissement des expériences sur le micro-canal.

Mes remerciements sont aussi dirigés vers toute l'équipe du LTS. Je remercie chaleureusement Marie et Abdelhaq El Jai pour leur soutien tout au long de ces années, ainsi que Yves Maurissen pour l'aide quotidienne qu'il m'a apporté, à moi et tant d'autres. Monsieur El Jai est particulièrement remercié pour m'avoir accueilli dans son équipe, de l'intérêt qu'il a constamment porté à mon travail de thèse et d'avoir accepté d'en être l'examineur. Mes pensées vont également à Mircéa Sofonéa, Mickaël Barboteu, qui fut un collègue de bureau chaleureux, et Sébastien Gourbière, pour les discussions passionnantes auxquelles j'ai pu participer au Journal Club. Je remercie tout particulièrement tous les compagnons de thèse qui m'ont accompagné au LTS, et tout spécialement Redouane Slimi, Youssef Ayyad, Raafat Tarraf, Youssef Ouafik, Rachid Arhab, Corentin Barbu et Guilhem Rascalou.

Merci aussi aux membres du Centre Universitaire d'Informatique de l'Université de Genève, qui m'ont accueilli et intégré avec chaleur au cours de mes différents séjours à Genève dans le cadre de ma cotutelle. J'adresse une gratitude particulière à Andrea Parmigiani, pour la serviabilité dont il a fait preuve lors de mes occasionnels problèmes de logement. Je remercie également Jonas Lätt et Orestis Malaspinas, qui ont accepté de participer au jury de mon examen de doctorat à Genève.

Je remercie le Fonds National Suisse pour la Recherche Scientifique, qui a fourni le support financier indispensable à ce travail de thèse.

Enfin, je communique toute ma reconnaissance à mes parents pour leur amour, leur aide et leur confiance, puis à ma famille et à tous ceux qui me sont chers pour le soutien et l'affection sans faille qu'ils m'ont montré.



# Introduction

Les systèmes à paramètres distribués sont des systèmes spatio-temporels qui sont étudiés en termes d'entrées-sorties. Ces systèmes sont habituellement représentés par des équations aux dérivées partielles avec des conditions aux limites et des conditions initiales. Le désir d'améliorer le fonctionnement des systèmes en vue d'obtenir des systèmes plus fiables, plus économiques ou plus rapides a permis le développement de la théorie de la commande qui continue de susciter l'intérêt de la communauté scientifique. Une large variété de travaux concernant la commande des systèmes distribués a été menée avec succès en utilisant une description par des équations aux dérivées partielles. Cependant la complexité croissante des systèmes considérés, issus de motivations réelles physiques, biogéographiques ou écologiques, pose des difficultés majeures liées à la résolution et à la manipulation numérique des équations aux dérivées partielles. La recherche de nouvelles approches de modélisation des systèmes distribués s'est avérée nécessaire. Les automates cellulaires et leurs variantes ont été alors considérés et se sont imposés dans beaucoup de situations comme une bonne alternative aux modèles classiques décrits par des équations aux dérivées partielles. En outre, du fait que ces modèles sont entièrement discrets, les problèmes liés à l'approximation numérique des EDP (erreur de discrétisation, consistance et stabilité des schémas numériques, etc) sont ainsi dépassés.

Dans cette thèse nous proposons une approche basée sur les méthodes dites de Lattice Boltzmann pour la modélisation des écoulements au sein des canaux d'irrigation. Cette thématique constitue un aspect important des efforts d'investigation réalisés pour le développement d'outils dédiés au contrôle et à la gestion des ressources en eau. La maîtrise des ressources hydrauliques est en effet un problème d'importance croissante, ce qui rend nécessaire l'amélioration des réseaux de distribution d'eau. La conception de systèmes de contrôle automatique pour les canaux d'irrigation constitue un axe important des travaux réalisés dans ce contexte. Notre travail s'inscrit plus exactement dans le cadre du problème général de la régulation des canaux d'irrigation qui a été posé au niveau de l'action spécifique (AS68), " Canaux d'irrigation : automatisation et mise en oeuvre " où le développement de nouvelles approches de modélisation était souhaitable. Cela a pu se concrétiser dans le cadre du projet FNS N°200021-108065/1 avec l'université de Genève " Modelling

and control of water flow in open-channels by a lattice Boltzmann method ", 2005-2009 qui a financé cette thèse.

Les méthodes de régulation des canaux sont très diverses et un vaste spectre de techniques différentes ont été proposées dans la littérature [90]. Si certaines de ces méthodes ne requièrent pas la connaissance d'un modèle exact du système à contrôler, un grand nombre d'entre elles reposent néanmoins sur une description fine du système à travers des équations aux dérivées partielles (EDP), généralement de type Saint-Venant (voir [21, 43, 86]). Les équations de Saint-Venant sont dérivées des équations de Navier-Stokes (voir par exemple [41]) et en constituent une approximation valable dans le cas des écoulements en eaux peu profondes que l'on rencontre au sein des canaux d'irrigation. Ces équations présentent un certain nombre de limites. Les canaux sont notamment soumis à divers types de perturbations. La prise en compte de celles-ci par les modèles est dans certains cas difficile à mettre en oeuvre. Les ouvrages de séparation des biefs y sont intégrés sous forme de conditions aux limites utilisant des équations particulières, reposant essentiellement sur l'équation de Bernoulli. En raison de leur complexité et de leur caractère non-linéaire, les équations de Saint-Venant sont difficiles à utiliser telles quelles. Elles sont usuellement utilisées sous une forme simplifiée nécessitant la formulation de diverses hypothèses simplificatrices qui restreignent leur domaine d'application. On notera également que les équations de Saint-Venant sont mono-dimensionnelles, ce qui limite la connaissance que l'on peut avoir du champ de vitesse.

Dans le cadre de cette thèse, il est proposé une modélisation d'un système de canaux d'irrigation basée sur une méthode alternative, le modèle de Boltzmann sur Réseaux, que l'on abrègera en LBM (Lattice Boltzmann model). Cette méthode tire son origine des modèles de gaz sur réseaux qui constituent une classe particulière d'automates cellulaires. Les automates cellulaires sont basés sur une discrétisation de l'espace en cellules où sont appliquées des règles purement locales régissant l'évolution du système. Le comportement macroscopique du système est lié aux propriétés émergentes qui découlent des interactions

entre les éléments du système, qui eux ne sont soumis qu'à un petit ensemble de règles simples. La philosophie sous-jacente à ces méthodes de modélisation est donc différente des méthodes rencontrées habituellement pour la description des systèmes physiques, c'est-à-dire les équations aux dérivées partielles (EDP). Les AC constituent en conséquence une alternative à ces dernières (voir [58]).

Dans le cas des modèles de gaz sur réseau et de Boltzmann sur réseau, les systèmes physiques que l'on cherche à décrire sont les écoulements de fluides habituellement décrits par les équations de Navier-Stokes (voir [18] pour une description des modèles de gaz sur réseau et de Boltzmann sur réseau). Les règles de transition locales sont, dans ce cas, essentiellement fondées sur les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Si la démonstration de leur équivalence avec les équations de Navier-Stokes est assez complexe, les LBM sont en revanche plus simples à implanter que les méthodes à base d'EDP. Les conditions aux bords  $y$  sont également gérées de façon très différente.

Les approches AC et LB ont généralement été utilisées dans le contexte de la modélisation. Nous nous intéressons à ces méthodes dans le cadre du contrôle des systèmes. La thématique du contrôle dans le cadre des modèles d'automates cellulaires a fait l'objet de nombreux travaux au sein du laboratoire de Théorie des Systèmes de l'Université de Perpignan. Ces travaux ont découlé de recherches antérieures réalisées dans le cadre de la théorie des systèmes appliquée aux systèmes distribués gouvernés par des EDP. L'application de différents concepts de la théorie des systèmes - contrôlabilité, observabilité, stabilité, stabilisabilité - à divers types de systèmes distribués ont été étudiés [63, 62, 64], et des notions nouvelles ont été développées, telles que la contrôlabilité et l'observabilité régionales et l'étalabilité [5, 66, 67, 131, 65, 68]. Par la suite, la constatation des différents problèmes liés à la modélisation par EDP a conduit à rechercher des formalisations mathématiques alternatives pour la description des systèmes distribués. C'est dans ce contexte que les techniques de modélisation par automates cellulaires ont été abordées et que les notions développées dans le cadre du contrôle des systèmes gouvernés par les EDP ont été étendues à ces systèmes [148, 152, 150, 149, 150, 151, 4].

La thématique des automates cellulaires et des modèles de Boltzmann sur réseau a éga-

lement été développée au sein du groupe Calcul Scientifique et Parallèle du département d'Informatique de l'Université de Genève. Ces méthodes de modélisation nouvelles sont utilisées pour la modélisation et la simulation de phénomènes divers en physique [130, 57, 104], économie, systèmes sociaux et problèmes biologiques [17] et bio-médicaux [55, 98, 56, 20] ou même en cryptographie [91]. Les modèles de type AC et LB se prêtant particulièrement bien à la parallélisation, des programmes et algorithmes de parallélisation ont été développés pour la simulation sur clusters [29, 22, 13, 81, 80].

On a adapté au cas du canal, dans ce travail, une variante du modèle de Boltzmann sur réseaux permettant de simuler un écoulement à surface libre. Dans notre cas, on a choisi un modèle bi-dimensionnel, qui permet donc de connaître les variations du champ de vitesse dans la dimension verticale. On notera également que les vannes situées à l'intérieur du système ne nécessitent pas de modélisation particulière, mais sont simplement constituées d'un orifice dans l'obstacle séparant deux biefs. L'étude du comportement des vannes constitue un aspect important de notre travail. Un autre point notable réside en l'addition au modèle d'une source de perturbation importante et complexe à prendre en compte avec les modèles usuels. Divers types de phénomènes pouvaient être envisagés pour cela : évaporation et infiltrations, prélèvements d'eau imprévisibles, apport de volume (fortes pluies par exemple), présence d'obstacles divers ou de sédiments, etc... Néanmoins, le choix a rapidement été fait de choisir d'incorporer des phénomènes de sédimentation. En effet, des algorithmes de sédimentation existaient déjà dans le domaine des LBM. D'autre part, ces phénomènes sont usuellement pris en compte dans les équations de Saint-Venant de façon assez complexe, reposant notamment sur l'utilisation de nombreuses formules plus ou moins empiriques.

On démontre dans ce travail que le modèle ainsi développé permet de simuler le comportement des vannes de fond fonctionnant en régime noyé de façon conforme à la théorie dans les conditions de fonctionnement habituels des canaux. De plus, lorsqu'on procède à des expériences étudiant d'autres conditions non rencontrées usuellement au sein des canaux, le modèle donne des résultats conformes à ceux que l'on obtient à partir d'expérimentations

réalisées sur le micro-canal expérimental de Valence, et ce alors même que l'utilisation des équations de vanne usuelles prédisent des résultats non conformes avec ceux des simulations et expérimentations. On obtient également un excellent accord entre les résultats de simulation et d'expérimentation en ce qui concerne l'impact des phénomènes de sédimentation sur l'écoulement, cet impact étant essentiellement assimilé à l'effet observé sur le comportement des vannes.

La présentation de ces résultats ainsi que du contexte du travail et de la description du modèle vont faire l'objet du présent mémoire, qui sera organisé en cinq chapitres.

Le premier chapitre a pour objectif de présenter les automates cellulaires, dont plus particulièrement les méthodes de gaz sur réseau et le modèle de Boltzmann sur réseau qui en dérive. L'utilisation de ce type de modèle a été en effet jusqu'à présent inhabituelle dans le domaine de la modélisation des écoulements à surface libre au sein des canaux.

Une description générale des AC y est réalisée, introduisant les notions de base et présentant des exemples classiques. Les AC constituent un ensemble de méthodes versatile permettant de simuler une grande variété de phénomènes : magnétisme, percolation, propagation de feux de forêt... On verra notamment qu'il existe une classe d'automates cellulaires modélisant l'écoulement de fluides, les modèles dits de gaz sur réseau. On aborde également le modèle de Boltzmann sur réseau qui en découle et qui a été utilisé pour ce travail.

Dans le deuxième chapitre est exposé le contexte dans lequel s'insère ce travail : la modélisation et le contrôle des canaux d'irrigation à surface libre. On présente dans cette partie les éléments d'hydraulique et de géométrie relatifs à ce domaine ainsi que les notions et méthodes de contrôle qui y sont utilisées.

Le troisième chapitre est consacré à la description du modèle LB développé pour la simulation d'écoulements au sein des canaux. On y expose ses principales caractéristiques. Par rapport aux méthodes classiques dérivant des équations de Saint-Venant, qui sont mono-

dimensionnelles, ce modèle autorise la description des variations de vitesse de l'écoulement dans la dimension verticale.

Dans le quatrième chapitre sont exposés les résultats que l'on a obtenus concernant la validation du modèle et l'intérêt particulier de l'approche choisie. On montre que le modèle du canal permet de décrire spontanément le comportement des vannes de communication entre biefs de façon précise et de prédire notamment des régimes de fonctionnement habituellement non rencontrés dans les canaux.

L'addition au modèle d'un algorithme de sédimentation fait l'objet du cinquième chapitre. Dans les approches de modélisation usuelles basées sur les équations de Saint-Venant, la prise en compte des phénomènes de sédimentation est complexe et fait l'objet d'une grande diversité de lois empiriques. En revanche, dans le cas de la modélisation LB canal que l'on propose, l'adjonction d'un modèle de sédimentation s'effectue de façon naturelle et relativement peu complexe, à l'aide de lois locales simples. L'algorithme de sédimentation utilisé s'inspire de travaux antérieurs visant également à l'incorporation de phénomènes de sédimentation aux modèles de Boltzmann sur réseau.



## Chapitre 1

# Automates cellulaires et méthode de Boltzmann sur réseaux

## 1.1 Introduction et historique

Un automate, en termes mathématiques, est un système composé d'une ou plusieurs entrées, d'une ou plusieurs sorties (souvent considérées en tant qu'états possibles du système) et d'un ensemble de règles de transition permettant le changement de la valeur des sorties (de l'état du système) en fonction de la valeur des entrées. Un automate cellulaire est un ensemble d'automates organisés en réseau, où les entrées de chaque automate sont constituées par les états de ses plus proches voisins. L'état de chaque automate (on utilise fréquemment les termes de cellule ou de site) du réseau à un instant donné est donc fonction de l'état de son voisinage à l'instant précédent. Les règles de transition d'un état à l'autre sont donc locales et le plus souvent relativement simples. La caractéristique la plus remarquable des automates cellulaires est leur propension à exhiber au niveau du réseau dans son ensemble un comportement macroscopique complexe induit par des propriétés microscopiques (les règles locales de transition) simples. Les automates cellulaires (en abrégé : AC) sont utilisés dans de nombreux domaines très divers relevant de la physique (magnétisme et polarisation, percolation, mécanique des fluides), de la biologie ("jeu de la vie", modélisation de la démographie de populations animales), de l'écologie (propagation de feux de forêt), de phénomènes sociaux, etc...

Les premiers travaux sur les AC furent réalisés par John von Neumann à partir de 1948 et publiés dans les années qui suivirent (voir [137, 136]). Son objectif était alors de formuler un modèle réductionniste de l'évolution biologique, basé sur le principe d'un ensemble réduit d'interactions simples entraînant les diverses formes complexes d'organisation caractérisant la vie. En collaboration avec Ulam et Burks, il mit au point un modèle discret d'automate en deux dimensions capable d'exhiber le phénomène d'auto-reproduction [138].

En 1970 John Conway introduit son modèle connu sous le nom de "jeu de la vie" [23]. Par la suite, à partir de 1977 avec Toffoli commence le développement de modèles d'automates cellulaires dont le but est de modéliser des phénomènes physiques [124, 125, 126]. Stephen Wolfram publie également en 1984 une classification des modèles d'automates cellulaires à une dimension [141]. C'est également cette année qu'a lieu la première conférence

exclusivement dédiée à la recherche en matière d'automates cellulaires.

## 1.2 Règles de base et généralités sur les AC

### 1.2.1 Définitions

Un automate cellulaire est un système complexe formé de multiples composants simples et identiques qui interagissent de façon locale. Ce type de système est de plus en plus étudié de par le fait qu'une grande variété de processus et comportements très complexes peuvent être reproduits à l'aide d'ensembles de règles relativement simples. Les automates cellulaires parviennent notamment à décrire les phénomènes d'auto-organisation observés dans de nombreux systèmes réels.

Il existe un grand nombre de types d'automates cellulaires, mais la plupart d'entre eux sont décrits à partir des caractéristiques génériques suivantes :

- Réseau discret de cellules : les composants de l'AC sont organisés suivant un réseau à une, deux ou trois dimensions.
- Homogénéité : toutes les cellules sont équivalentes, et leur évolution obéit aux mêmes règles de transition.
- États discrets : l'état d'une cellule prend sa valeur parmi un nombre fini d'états discrets.
- Interactions locales : chaque cellule interagit avec les cellules d'un voisinage plus ou moins immédiat supposé discrétisé.
- Dynamique discrète : à chaque pas de temps discret, une cellule met à jour son état en appliquant une règle de transition qui prend en compte les états des cellules de son voisinage.

On considère un réseau spatial de cellules dont l'état prend des valeurs dans un ensemble fini. Les états sont mis à jour à chaque pas de temps de façon synchrone, suivant une règle déterminée. L'état d'une cellule donnée placée à une position  $r$  du réseau à un instant  $t$  est noté  $c(r, t)$  et dépend de l'état au temps  $t - 1$  d'un ensemble de cellules du réseau formant son voisinage. Pour la description formelle des AC qui va suivre, nous nous sommes basés sur [120].

Un automate cellulaire se définit à partir des données suivantes :

- Géométrie du réseau
- Type de voisinage
- Nombre d'états possible pour une cellule
- Fonction de transition

**Définition 1.1** *Un automate cellulaire est défini par quadruplet noté  $A(L, S, N, f)$  dont les composants sont :*

- $L$  : réseau cellulaire de dimension  $d$ . Il s'agit d'un pavage périodique du domaine en éléments simples appelés "cellules". De nombreuses géométries sont envisageables, et dépendent du pavage de l'espace et du nombre de dimensions du réseau. Le réseau est dit régulier s'il est invariant par translation dans  $d$  directions indépendantes de l'espace (ce ne sera pas le cas, par exemple, si on décide de raffiner le maillage de l'espace dans une certaine partie du domaine modélisé par l'AC).
- $S$  : ensemble d'états. C'est un ensemble fini discret généralement composé de valeurs entières. Il est donc noté :

$$S = s_1, s_2, \dots, s_k$$

*C'est un anneau cyclique de cardinal  $k$ . Dans certaines méthodes dérivées des automates cellulaires mais qui n'en sont pas formellement, on a un ensemble d'états continu. C'est notamment le cas de la méthode de Boltzmann sur réseaux que l'on utilise dans ce travail. L'ensemble d'état est fréquemment choisi le plus petit possible pour faciliter la simulation. Si on a seulement deux états possibles ( $S = 0, 1$ ), on parle alors d'AC binaire.*

- $N$  : voisinage. On définit comme voisinage de la cellule  $c(r, t)$  l'ensemble des cellules  $c_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , échangeant directement des informations avec la cellule  $c$ , et dont l'état au temps  $t$  affecte l'état de la cellule  $c$  au temps  $t + 1$  :

$$N : L \rightarrow L^n; N(c) = (c_1, c_2, \dots, c_n)$$

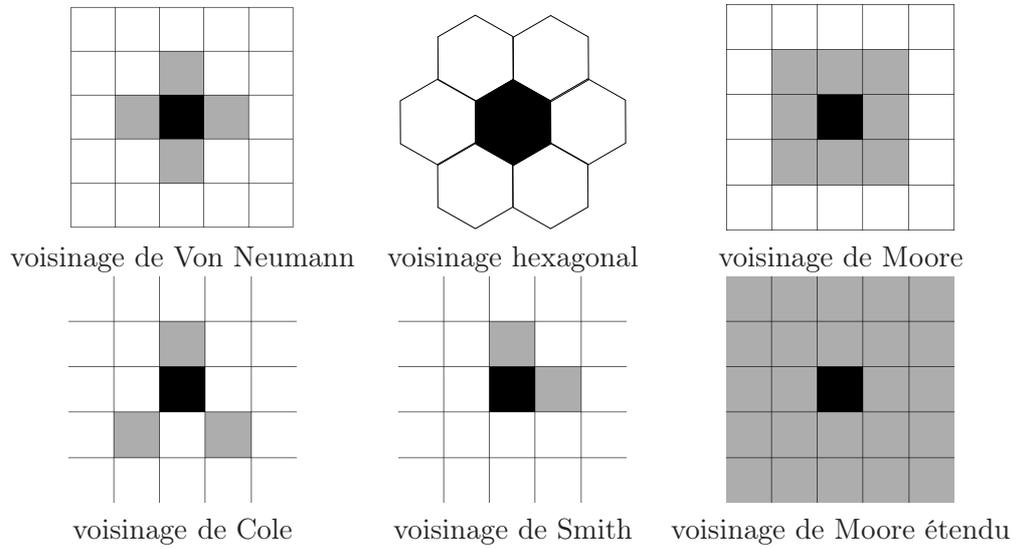


FIG. 1.1 – Voisinages fréquents en réseaux à deux dimensions.

où  $n$  est la taille du voisinage. Le voisinage d'une cellule peut comprendre ou non la cellule considérée elle-même. Il existe des automates cellulaires où le voisinage peut changer au cours du temps. Un voisinage peut ne pas être connexe. En fonction de la géométrie du réseau, un grand nombre de types de voisinages sont possibles. La Fig. 1.1 montre plusieurs exemples de voisinage utilisés pour les AC à deux dimensions. Le choix du voisinage a une très grande importance pour les propriétés d'un modèle par automates cellulaires. On verra notamment lorsqu'on traitera des modèles de gaz sur réseau que le choix du voisinage influe sur la capacité du modèle à reproduire le comportement recherché (en l'occurrence, le respect des lois de l'hydrodynamique).

- $f$  : fonction de transition. Elle détermine l'état d'une cellule  $c$  à l'instant  $t+1$  en fonction de l'état des cellules de son voisinage à l'instant  $t$ . Elle est définie par :  $f : S^n \rightarrow S$  ;  $f : s_t(v(c)) \rightarrow s_{t+1} = f(s_t(v(c)))$ .

A partir de ces composants, on peut également définir les données globales suivantes :

**Définition 1.2** *La configuration de l'automate à l'instant  $t$  est notée :*

$$s_t(c), c \in L$$

*et est décrite par la fonction  $s_t : L \rightarrow S, c \rightarrow s_t(c)$ . Il s'agit de l'ensemble des états courants de toutes les cellules du réseau à un instant donné.*

**Définition 1.3** *La dynamique globale  $F$  induite par la fonction locale  $f$  est notée :*

$$F : S^L \rightarrow S^L, s_t \rightarrow s_{t+1}$$

.

Celle-ci associe à une configuration à l'instant  $t$  une autre configuration à l'instant  $t + 1$ . L'évolution de l'AC est alors donnée par le couple :

$$(s_0, F)$$

Où  $s_0$  est une configuration initiale donnée;  $s_t = F^t(s_0)$ , avec  $F^t = F \circ F \circ \dots \circ F$  ( $t$  fois).

Le fait que le réseau soit obligatoirement de taille finie induit que certaines cellules (celles du bord) présenteront un voisinage incomplet. Il est donc nécessaire de porter une attention particulière à la définition de conditions aux limites.

### 1.2.2 Conditions aux limites

Plusieurs solutions sont envisageables pour décrire le problème des conditions aux limites. Il est possible d'appliquer une autre règle de transition que celle qui a cours pour une cellule interne du réseau, ou encore de redéfinir le voisinage.

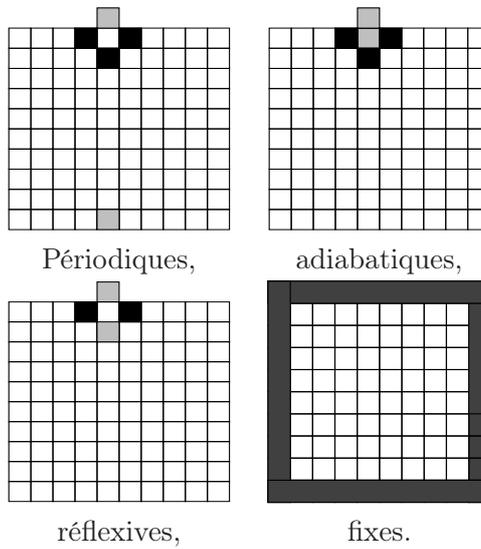


FIG. 1.2 – Quelques conditions aux limites classiques

Il existe notamment des conditions aux limites classiques qui sont les conditions adiabatiques, réflexives, fixes ou périodiques (Fig. 1.2).

### 1.2.3 Règles de transition

La fonction de transition de l'automate cellulaire en constitue une partie importante, car elle définit sa dynamique et son évolution. Il existe de nombreux types de règles de transition : elles peuvent être constituées d'une fonction analytique, d'une table de transition d'états, d'un ensemble de règles d'interactions locales, etc...

L'établissement d'une règle de transition doit prendre en compte la géométrie du réseau, le type de voisinage et l'ensemble d'états de l'automate. Il existe deux grands types de règles :

- déterministe : pour une configuration donnée du voisinage d'une cellule à l'instant  $t$ , un seul état est possible à l'instant  $t + 1$ ,
- probabiliste : pour une configuration donnée du voisinage d'une cellule à l'instant  $t$ , plusieurs états sont possibles, le choix de l'état final se fait de manière aléatoire.

**Définition 1.4** *Règle déterministe* : soit un automate cellulaire défini par  $A(L, S, N, f)$

où  $L$  est un réseau,  $N$  un voisinage,  $S$  un ensemble d'état et  $f$  sa fonction de transition. On définit également  $I$ , un intervalle de temps discret.  $f$  est déterministe si :

$$\forall t \in I, \exists s_i \in S \text{ tel que } f(s_t(v)) = s_i \quad (1.1)$$

Exemple : soit  $f : S^n \rightarrow S$ , avec  $f(s_t(N(c))) = \Phi(\sum_{i=1}^n \alpha_i s_t(c_i))$ , où les  $\alpha_i$  sont des coefficients des pondération. Si  $\Phi$  est une application linéaire, alors  $f$  est additive. Si  $\forall i, i \in 1, \dots, n, \alpha_i = 1$ , alors  $f$  est totaliste.

**Définition 1.5** Règle probabiliste : soit un automate cellulaire défini par  $A(L, S, N, f)$  où  $L$  est un réseau,  $N$  un voisinage,  $S$  un ensemble d'état et  $f$  sa fonction de transition.  $f$  est probabiliste si elle peut être décrite formellement comme suit :

$$\begin{aligned} f : S^n \times \Omega &\rightarrow S \\ (s_t(v), \omega) &\rightarrow f(s_t(N(c)), \omega) \end{aligned} \quad (1.2)$$

où  $\Omega$  est l'espace des possibles d'une expérience aléatoire dont  $\omega$  constitue une réalisation. On appelle  $s_1, \dots, s_i, \dots, s_k$  les états possibles d'une cellule du réseau. On considère également que  $\omega$  prend ses valeurs dans un ensemble  $\omega_1, \dots, \omega_i, \dots, \omega_k$ . À chaque état  $s_i$  est donc associé un évènement  $\omega_i$  : la réalisation de l'évènement  $\omega_i$  signifie que la cellule est à l'état  $s_i$  à l'instant  $t$  considéré. À chaque élément  $\omega_i$  est aussi naturellement associée une probabilité de réalisation  $P(\omega_i)$  telle que :

- $\sum_{i=1}^k P(\omega_i) = 1$
- $P(\omega_i \cap \omega_j) = 0 \forall i, j \in 1, \dots, k$

La probabilité  $P(\omega_i)$  de chaque évènement  $\omega_i$  peut également être notée  $p_i$  et est telle qu'elle est donnée pour un couple donné  $(s_t(N(c)), s_i)$  par la fonction suivante :

$$\begin{aligned} g : S^n \times S &\rightarrow [0, 1] \\ (s_t(v), s_i) &\rightarrow p_i \end{aligned} \quad (1.3)$$

Il existe également des règles non stationnaires, dont la fonction de transition et le voisinage peuvent varier au cours du temps, ce qui s'exprime comme suit :

$$s_{t+1}(c) = g_t(s_t(N_t(c))) \quad (1.4)$$

avec  $g_t : S \times I \rightarrow S$ ,  $N_t : L \times I \rightarrow L^n$ .

On peut aussi rencontrer des règles asynchrones, où la mise à jour des états n'est pas simultanée, ou des règles à mémoire, où l'état d'une cellule à l'instant  $t$  ne dépend pas uniquement de l'état de son voisinage à l'instant  $t - 1$  mais également de l'état aux instants ( $t - 2$ ,  $t - 3$ , etc...).

## 1.3 Propriétés des automates cellulaires

### 1.3.1 Auto-reproduction

Il s'agit là d'une propriété de certains automates cellulaires qui sont capables de recopier et répéter au fil des itérations la configuration de tout ou une partie du réseau, de façon périodique, et en un ou plusieurs exemplaires. Cette propriété était à l'origine recherchée explicitement par Von Neumann lorsqu'il découvrit les AC, car il cherchait alors à développer un algorithme capable de reproduire les caractéristiques des organismes vivants et particulièrement l'auto-reproduction.

Il existe en fait deux sortes d'auto-reproduction, respectivement nommées passive et active : dans l'auto-reproduction passive, la règle de transition elle-même possède la propriété de reproduire les motifs, indépendamment de la nature de ceux-ci. Dans l'auto-reproduction active, en revanche, seuls certains motifs sont capables de s'auto-reproduire en utilisant la règle de transition.

### 1.3.2 Attracteurs

Les attracteurs sont des configurations qui reviennent de façon cyclique et sont répétées de nombreuses fois au cours de l'évolution de l'automate. Ils forment de fait l'ensemble des états vers lesquels finissent par mener les évolutions possibles de l'automate cellulaire. Il existe plusieurs types d'attracteurs, étroitement liés à l'état final de l'évolution de l'automate cellulaire, qui permettent de classer ceux-ci en plusieurs catégories [141].

On distingue ainsi quatre classes d'AC :

- Classe I : automates cellulaires dont l'état final est toujours homogène, de façon indépendante de l'état initial.
- Classe II : automates cellulaires évoluant vers des formes stables simples, dont la caractéristique principale est que l'influence de la valeur d'une cellule donnée ne se propage que vers un nombre fini de cellules environnantes.
- Classe III : automates cellulaires similaires à la classe II, évoluant vers des structures reconnaissables et répétées, mais d'apparence aperiodique et chaotique. La différence avec les précédents est que l'influence de l'état initial d'une cellule se propage vers un nombre infini de cellules voisines.
- Classe IV : ces automates cellulaires produisent également des structures répétées, mais qui possèdent un degré d'imprédictibilité encore supérieur aux précédents.

Les trois premières classes d'AC présentent une équivalence avec des phénomènes observables pour les systèmes dynamiques continus. En effet, la solution de certaines équations aux dérivées partielles (EDP) évolue vers un point fixe indépendamment des conditions initiales, ce qui est analogue à ce qu'on observe pour les AC de classe I. Pour d'autres EDP, la solution limite à long terme est un cycle au cours duquel les paramètres évoluent de façon périodique avec le temps, de façon similaire aux AC de classe II. Enfin, une dernière classe d'EDP présente des solutions apparemment chaotiques qui dépendent de leurs conditions initiales. Leur comportement est analogue à celui des AC de classe III.

### 1.3.3 Irréversibilité/Réversibilité

Un AC réversible ou inversible est un AC dont la règle de transition est telle que, quel que soit l'état à un instant  $t$ , il est possible de déterminer quel était l'état à l'instant  $t - 1$ . Pour qu'un AC ne soit pas inversible, il suffit que deux états différents du réseau à un instant  $t$  puissent aboutir à un même état à l'instant suivant.

### 1.3.4 Indécidabilité

L'indécidabilité est une propriété importante qui décrit l'impossibilité de développer un algorithme capable de déterminer si une propriété est vraie. Cela signifie qu'aucun programme autre que celui défini par l'AC lui-même ne peut prédire l'évolution de l'automate ni la disparition, la reproduction ou la stabilisation des structures présentées par le réseau à un instant donné. Les propriétés de l'AC comme l'inversibilité, par exemple, ne peuvent pas davantage être décidables.

### 1.3.5 Jardins d'Éden

On appelle Jardin d'Éden une configuration qui ne possède aucun antécédent : il n'existe aucun état possible du réseau tel que l'application de la règle de transition mène à cette configuration à l'instant suivant. Un Jardin d'Éden ne peut donc constituer qu'un état initial du réseau. L'existence de Jardin d'Éden pour un automate donné est indécidable. De plus, pour des raisons évidentes, un Jardin d'Éden ne peut pas être un attracteur.

## 1.4 Exemples d'AC classiques

Nous allons présenter ici quelques AC particuliers très connus.

### 1.4.1 Jeu de la vie

Historiquement, le Jeu de la vie est l'un des premiers automates cellulaires connus. Il est issu des travaux de John Conway en 1970 [23]. On rappelle que le développement des AC provient de la volonté initiale de créer une classe de programmes informatiques capables

de reproduire les caractéristiques fondamentales de la vie : naissance, auto-reproduction et mort. En l'occurrence, cet Automate possède un ensemble de règles qui lui confèrent ces propriétés, ce qui lui a valu son nom.

Dans cet AC, une cellule ne peut se trouver qu'en deux états possibles, que l'on qualifie de "vivant" et "mort". Le réseau considéré est un réseau en deux dimensions, et le voisinage de chaque cellule est un voisinage de Moore (huit voisins, neuf si on compte la cellule considérée). La règle de transition de cet automate se résume alors à quatre lois régissant le passage entre ces deux états pour chaque cellule, en fonction bien évidemment de l'état de son voisinage :

- Une cellule à l'état vivant à l'instant  $t$  passera à l'état mort par isolement à l'instant  $t + 1$  si le nombre de ses voisins vivants est inférieur ou égal à 1.
- Une cellule à l'état vivant à l'instant  $t$  passera à l'état mort par étouffement à l'instant  $t + 1$  si le nombre de ses voisins vivants est égal à 4.
- Une cellule à l'état vivant à l'instant  $t$  restera à l'état vivant à l'instant  $t + 1$  si le nombre de ses voisins vivants est égal à 2 ou 3.
- Une cellule à l'état mort à l'instant  $t$  passera à l'état vivant par "naissance" à l'instant  $t + 1$  si le nombre de ses voisins vivants est égal à 3.

Le Jeu de la Vie possède les propriétés d'irréversibilité et d'indécidabilité.

En effet, une configuration donnée de cet Automate présente, la plupart du temps, plusieurs antécédents possibles, d'où son caractère irréversible. Il n'existe pas non plus de programme capable de prédire l'évolution future du Jeu de la vie à partir d'une configuration donnée, ce qui le rend indécidable.

On considère souvent le Jeu de la Vie comme un cas d'école en matière d'automates cellulaires : il est capable de générer des comportements relativement complexes en dépit de règles très simples. Parmi ces phénomènes non triviaux et imprévisibles qui émergent spontanément, on trouve notamment des attracteurs, figures se répétant périodiquement. On notera aussi l'existence de "navires", appelés aussi "vaisseaux", qui sont des structures comparables à des attracteurs, mais qui possèdent en plus la propriété de se déplacer sur le réseau : à la fin de chaque période, la structure considérée est reconstituée à l'identique,

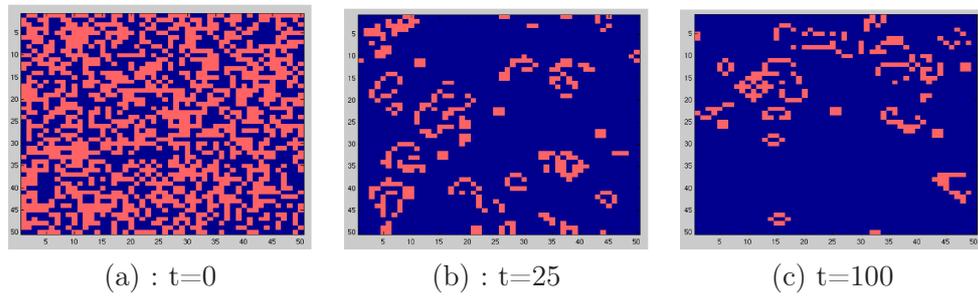


FIG. 1.3 – Evolution d’une simulation du jeu de la vie à partir d’un état initial aléatoire (les conditions aux limites sont périodiques).

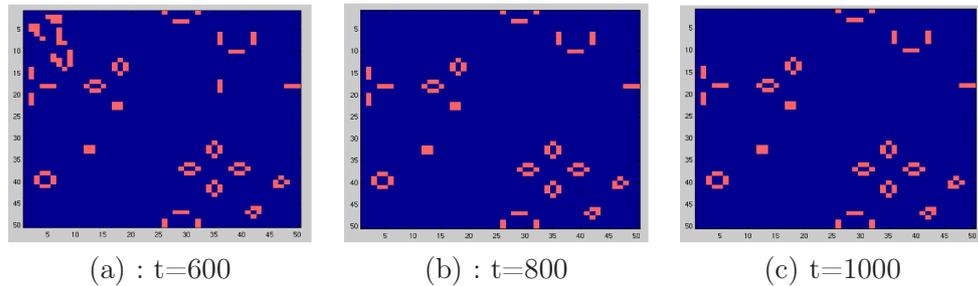


FIG. 1.4 – Jeu de la vie : Mise en évidence de l’émergence de structures fixes et/ou périodiques : même simulation, après plus de 600 itérations.

mais avec une translation de  $A$  cellules horizontalement et  $B$  cellules verticalement (on parle alors de navire de type A-B).

Les Fig. 1.3 à 1.6 montrent quelques exemples de simulations du Jeu de la vie. Les Fig. 1.3 à 1.5 mettent en évidence l’évolution d’une configuration initiale aléatoire, qui finit par voir émerger des structures fixes ou périodiques. La Fig. 1.6 montre un exemple particulier de structure de type "navire".

### 1.4.2 AC monodimensionnels binaires et classification de Wolfram

Wolfram a décrit au début des années 1980 une catégorie d’AC à deux états 0,1 et monodimensionnels, où le voisinage peut être constitué d’un nombre donné de cellules voisines, avec ou sans la cellule centrale [141]. Nous sommes ici encore dans le cadre d’un cas d’école, dans la mesure où ces AC particuliers ont été utilisés par Wolfram pour établir

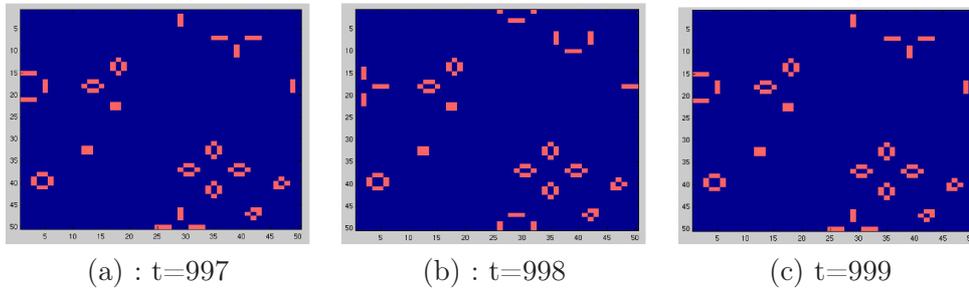


FIG. 1.5 – Jeu de la vie : certaines des structures apparemment fixes de la Fig. 1.4 sont en réalité périodiques.

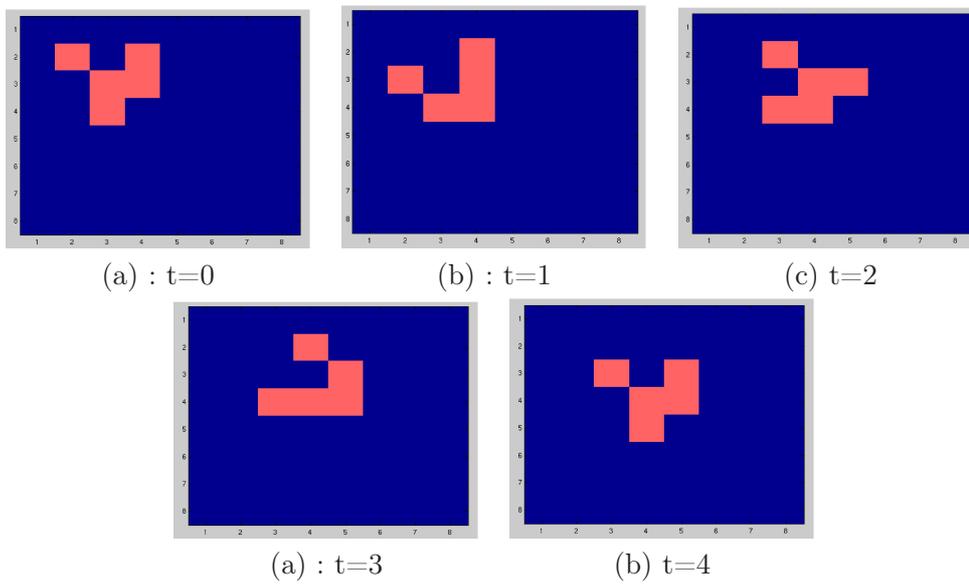


FIG. 1.6 – Jeu de la vie : le "planeur", une structure de type navire : se reproduit avec une période donnée, avec un mouvement de translation.

111	110	101	100	011	010	001	000
1	0	0	0	0	0	0	1

FIG. 1.7 – Exemple de règle de Wolfram : la règle 129.

une classification des automates cellulaires, classification qui recourt fortement à l’analogie avec d’autres systèmes dynamiques. Il s’agit de la même classification que celle évoquée précédemment à propos des attracteurs.

Nous allons ici nous intéresser (dans un premier temps) au cas où on considère un voisinage de trois cellules comprenant celle du centre. Chacune de ces cellules peut, à un instant donné, se trouver en deux états possibles : 0 ou 1. La valeur du voisinage dans son ensemble peut donc posséder  $2^3 = 8$  valeurs possibles. La règle d’un automate cellulaire de ce type peut donc s’exprimer à l’aide d’un tableau indiquant pour chaque valeur du voisinage à l’instant  $t$  l’état de la cellule au temps  $t + 1$ . Il existe donc  $2^8 = 256$  règles possibles.

Un exemple de règle de Wolfram est donné dans le tableau 1.7. Une règle peut être nommée par son écriture binaire (soit 10000001 pour la règle de l’exemple proposé) ou plus simplement par le nombre décimal correspondant (soit 129 dans notre cas).

Un exemple d’évolution de cette règle est donné dans la Fig. 1.8. Dans ces deux graphiques, chaque ligne représente l’état de l’automate à un instant donné, l’instant initial étant constitué par la première ligne en partant du haut. Une cellule en bleu est à l’état 0, tandis qu’une cellule en rouge est à l’état 1. On voit donc que la figure de gauche montre l’évolution de l’AC lorsque le réseau est initialisé avec la valeur 0 en tout point sauf un seul, alors que dans la figure de droite le réseau est initialisé aléatoirement.

Wolfram a donc utilisé ces AC pour les classer en fonction de leur comportement dynamique. Ce classement permet, comme on l’a vu, d’établir des parallèles avec les systèmes dynamiques continus présentant des propriétés comparables. Il a ainsi identifié quatre classes d’automates cellulaires.

Classe I : il s’agit des automates qui, après un certain nombre d’itérations, parviennent à un état homogène. Les règles 0, 8, 128, 136 appartiennent par exemple à cette classe. Des

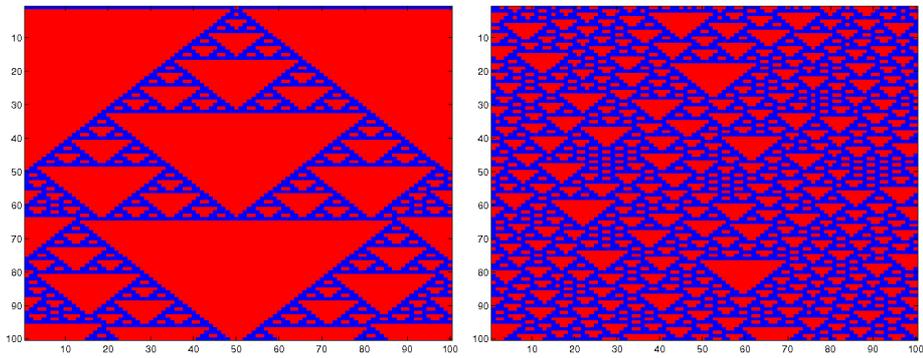


FIG. 1.8 – Exemples d'évolution avec la règle 129.

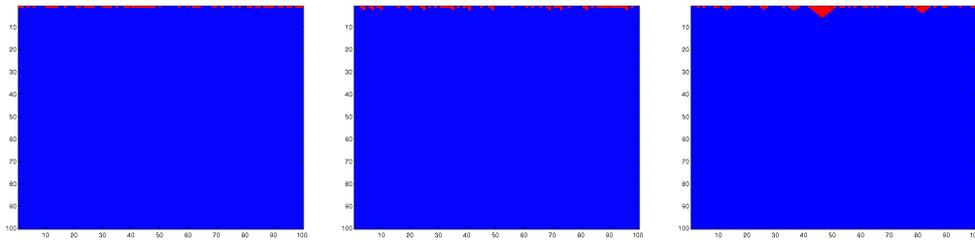


FIG. 1.9 – Exemples d'AC monodimensionnels de classe 1 : règles 0, 8 et 128.

exemples d'évolution d'AC de cette classe placés dans un état initial aléatoire sont montrés dans la Fig. 1.9.

Classe II : ces automates évoluent jusqu'à reproduire des structures stables ou périodiques simples. Les règles 108, 210, 9 appartiennent par exemple à cette classe. Des exemples d'évolution d'AC de cette classe sont montrés dans la Fig. 1.10.

Classe III : tout comme ceux de la précédente classe, ces automates aboutissent à des

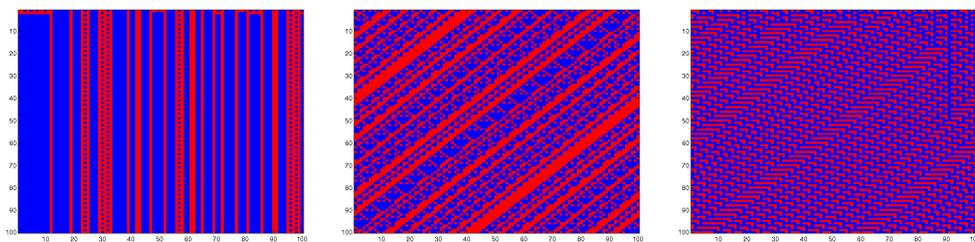


FIG. 1.10 – Exemples d'AC monodimensionnels de classe 2 : règles 108, 210 et 9.

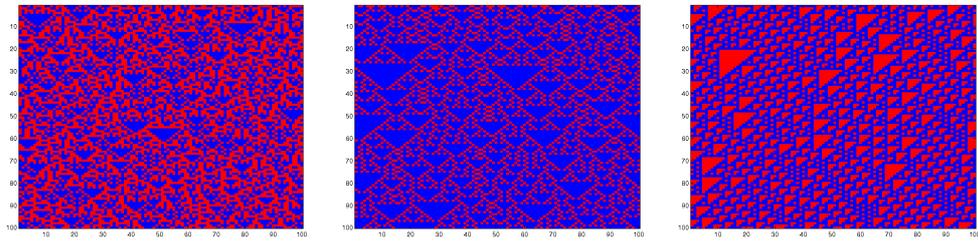


FIG. 1.11 – Exemples d’AC monodimensionnels de classe 3 : règles 90, 146 et 193.

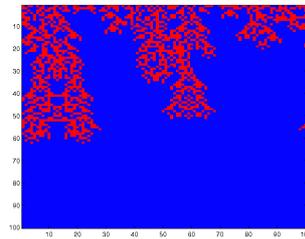


FIG. 1.12 – Exemple d’AC monodimensionnel de classe 4. Par rapport aux exemples précédents, on a ici un voisinage composé des 4 voisins les plus proches et non plus seulement deux.

structures reconnaissables, mais qui sont aperiodiques et chaotiques, contrairement à ce qu’on observe pour ceux de la classe 2. Les règles 90, 146, 193 appartiennent par exemple à cette classe. Des exemples d’évolution d’AC de cette classe sont montrés dans la Fig. 1.11.

Classe IV : ces automates évoluent en produisant des formes complexes ne présentant pas vraiment d’analogies avec ce qu’on peut observer dans les systèmes continus. L’automate de règle 110 est connu, par exemple, pour être de classe IV. Un autre exemple peut être montré avec un automate 1D dont le voisinage est de taille 5 (et non pas 3 comme les précédents), qui utilise la règle suivante :

- Si la somme des états à l’instant  $t$  des cellules du voisinage vaut 2 ou 5, l’état de la cellule considérée à l’instant  $t + 1$  sera 1,
- Dans le cas contraire, son état sera égal à 0.

Un exemple d’évolution d’un tel AC à partir d’un état initial aléatoire est montré dans la Fig. 1.12.

### 1.4.3 Modèle d'Ising

Le modèle d'Ising est utilisé pour simuler le comportement de matériaux ferromagnétiques possédant une aimantation, et parfois d'autres phénomènes basés sur des interactions locales de particules à deux états engendrant des comportements complexes à l'échelle macroscopique (par exemple la description d'alliages binaires). Les corps concernés (le plus souvent métalliques) ont la propriété de perdre ou gagner leur aimantation sous diverses conditions (notamment la température, ou l'aimantation de leur voisinage). Dans le modèle d'Ising, on considère un réseau où chaque cellule peut se trouver en deux états différents. La dynamique du modèle entraîne l'apparition de divers phénomènes de transition de phases. On va s'intéresser ici à un modèle particulier proposé par Vichniac dans les années 80 [135]. En effet, de nombreuses variantes existent : on peut concevoir dans le cadre de ce modèle des règles probabilistes ou déterministes, ou choisir ou pas de prendre en compte certains paramètres (par exemple la température).

L'AC proposé par Vichniac est déterministe, à deux dimensions, et ne prend pas en compte la température. Il est essentiellement basé sur la notion de conservation de l'énergie locale. Dans le cadre de ce modèle, l'état de chaque cellule, appelé *spin* et noté  $s_i$  peut avoir comme valeur 0 (spin "bas") ou 1 (spin "haut") et voit sa valeur influencée par celle de ses quatre plus proches voisins (voisinage de Von Neumann). Chaque couple de sites voisins  $i$  et  $j$  existant contribue à l'énergie globale du système d'un montant égal à  $-Js_i s_j$ . Pour qu'une cellule puisse voir son spin changer de valeur, deux conditions sont nécessaires : la valeur de l'énergie locale doit être conservée, et le voisinage de la cellule doit comporter autant de spins hauts et bas. D'autre part, le principe de conservation de l'énergie locale interdit également que deux sites voisins puissent changer leur spin simultanément. Le réseau est donc divisé en deux sous-réseaux de façon similaire à un damier et on procède à la mise à jour du réseau en deux étapes.

On note maintenant  $i$  et  $j$  les deux coordonnées cartésiennes,  $s_{ij}$  l'état du site de coordonnées  $i$  et  $j$ ,  $b_{ij}$  la variable qui note l'appartenance ou non de chaque cellule au sous-réseau qui doit être mis à jour pendant l'itération courante. La règle peut alors être exprimée comme suit :

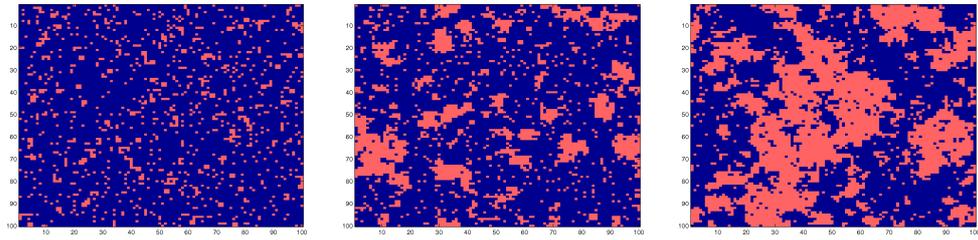


FIG. 1.13 – Modèle d’Ising.

$$\begin{aligned}
 s_{ij}(t+1) &= 1 - s_{ij}(t) \\
 &\text{si } b_{ij}(t) = 1 \\
 \text{et si } s_{i+1j}(t) + s_{ij+1}(t) + s_{i-1j}(t) + s_{ij-1}(t) &= 2 \\
 s_{ij}(t+1) &= 0 \text{ sinon} \\
 b_{ij}(t+1) &= 1 - b_{ij}(t)
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

Un exemple de simulation réalisée avec ce modèle est montré dans la Fig. 1.13. La configuration initiale était aléatoire mais avec une répartition très déséquilibrée des deux types de spin, l’un des deux étant majoritaire à 90%. On constate alors que l’AC évolue vers la parité entre les deux types de spins, avec une forte polarisation.

## 1.5 Méthodes de gaz sur réseau

Cette catégorie particulière d’AC considère des particules ponctuelles se déplaçant sur le réseau en respectant un ensemble de règles définissant une dynamique mésoscopique qui tente de reproduire les lois classiques de l’hydrodynamique [18, 140].

L’état d’une cellule est ici défini par un ensemble de variables booléennes binaires, appelées nombres d’occupation. Chacune de ces variables est associée à une direction de propagation possible sur le réseau, et signale la présence ou non d’une particule ponctuelle se déplaçant selon cette direction de propagation associée. On a donc, au maximum, une particule par

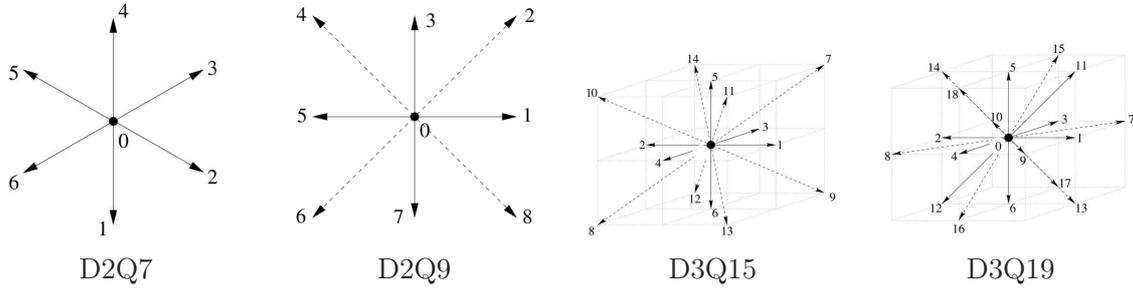


FIG. 1.14 – Exemples de topologies pour les modèles de gaz sur réseaux (figures tirées de [29]).

site et par direction de propagation, ce qui assure le respect du principe d'exclusion. La règle de transition se décompose alors en deux étapes, propagation et collision. Lors de l'étape de propagation, chaque particule est déplacée vers la cellule du voisinage pointée par la direction de propagation correspondante. Lors de l'étape de collision, les particules présentes sur chaque cellule sont redistribuées en suivant des règles respectant les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement.

La topologie d'un réseau est résumée par la formule  $DdQq$ , où  $d$  indique le nombre de dimensions du réseau, et  $q$  le nombre de directions de propagations (et donc également le nombre de cellules formant le voisinage d'une cellule donnée).

On notera par exemple D2Q4 (ou un réseau à deux dimensions et quatre directions de propagation). Le pavage du réseau est donc carré, et le voisinage est alors formé des quatre cellules situées immédiatement aux côtés de la cellule considérée. Un réseau D2Q6 est caractérisé par un pavage hexagonal. Dans certains modèles, on utilise également un nombre d'occupation supplémentaire supposé représenter l'existence d'une particule "au repos", dont il faut tenir compte dans la notation  $DdQq$  (D2Q7 au lieu de D2Q6, par exemple). Quelques exemples de réseaux sont montrés dans la Fig. 1.14.

### 1.5.1 Le modèle HPP

Le modèle HPP est le premier et le plus simple des modèles de gaz sur réseau ayant été proposés. Les premiers à décrire ce modèle ont été Hardy, Pazzis, et Pomeau dans les années

1970 [49, 50, 51, 48]. Cette méthode considère des particules discrètes se déplaçant sur un réseau carré en deux dimensions dans chacune des quatre directions possibles (on a donc un réseau de topologie D2Q4), de façon conforme aux règles de la dynamique moléculaire. L'état d'un site donné  $\vec{r}$  à un temps  $t$  est noté  $\vec{s}(\vec{r}, t)$ . Il est composé de quatre bits d'information. La règle de transition se compose des deux étapes que l'on retrouve dans toutes les méthodes de gaz sur réseau, la propagation et la collision. La collision se base sur les principes de conservation de la dynamique moléculaire (notamment la conservation de la masse et de la quantité de mouvement) pour redistribuer les particules. Elle régit donc les interactions et les changements de trajectoire des particules. La collision respecte également le principe d'exclusion (qui implique qu'il n'y a pas plus d'une particule à la fois se déplaçant sur un site donné dans une direction donnée).

Un exemple d'application de la règle de transition HPP est représenté dans la Fig. 1.15. Cette règle consiste simplement à :

- Effectuer une rotation à  $90^\circ$  des directions de propagation des particules lorsqu'on se trouve dans le cas de figure de deux particules arrivant face à face,
- Ne rien faire s'il y a une, trois ou quatre particules entrantes sur le site.

Il est assez évident qu'une telle règle a effectivement pour propriété de conserver la masse et la quantité de mouvement.

Cette règle très simple permet néanmoins d'observer des comportements macroscopiques qui respectent certaines propriétés découlant des lois de l'hydrodynamique. Un exemple de simulation du modèle HPP est montré dans la Fig. 1.16. On y voit dans les trois images du haut que le fluide initialement cantonné dans la partie gauche du réseau sort spontanément de l'ouverture et se répand progressivement jusqu'à occuper l'ensemble de l'espace, de façon similaire à un gaz réel qui tend à occuper tout l'espace disponible. Dans les trois images du bas, on observe que si, une fois atteint l'équilibre final, on inverse la direction de chaque particule, le gaz finit par réintégrer le compartiment originel. Il y a donc invariance de l'histoire du système après inversion du temps, une autre propriété importante des systèmes physiques.

Toutefois, le modèle HPP ne peut pas être utilisé pour modéliser de véritables gaz en raison

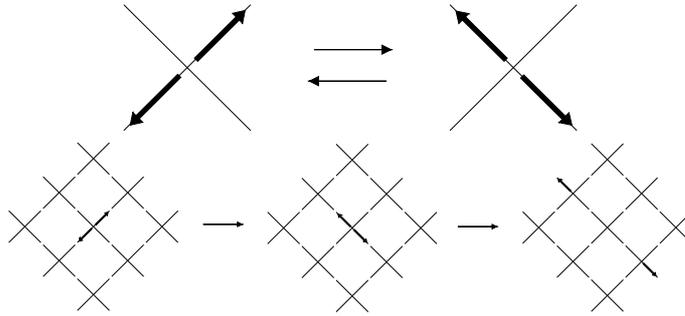


FIG. 1.15 – Règle de transition HPP.

de l'absence d'isotropie du réseau qu'il utilise.

### 1.5.2 Le modèle FHP

Le modèle FHP est une méthode 2D dérivée du modèle HPP et proposée par Frisch, Hasslacher et Pomeau en 1986 [37, 36], qui permet de modéliser un fluide de façon réaliste. Contrairement à son prédécesseur, le modèle FHP n'est pas limité par l'absence d'isotropie du réseau. En effet, il utilise non plus une géométrie carrée, mais hexagonale. La dynamique microscopique utilisée permet d'obtenir un comportement macroscopique conformes aux lois de l'hydrodynamique, ce qu'on démontre en dérivant les équations de Navier-Stokes à partir des règles de transition du modèle et d'une analyse multi-échelle. Cette adéquation aux lois de l'hydrodynamique est le produit de l'application des lois de conservation de la masse et du moment au niveau microscopique ainsi que des symétries et de l'isotropie du réseau.

Comme dans le cas du modèle FHP, on utilise des variables booléennes pour définir l'état d'un site à un instant donné. Du fait du principe d'exclusion et de l'existence de six directions de propagation possible, on doit donc disposer de six variables pour décrire l'état d'un site donné (sept dans certaines variantes du modèle qui prennent en compte l'existence éventuelle d'une particule en repos, de vitesse nulle).

La collision consiste toujours à décrire le résultat des interactions pouvant avoir lieu entre plusieurs particules situées sur un même site. Ces interactions provoquent une redistribution des particules présentes sur un site, de façon conforme aux lois de conservation de la

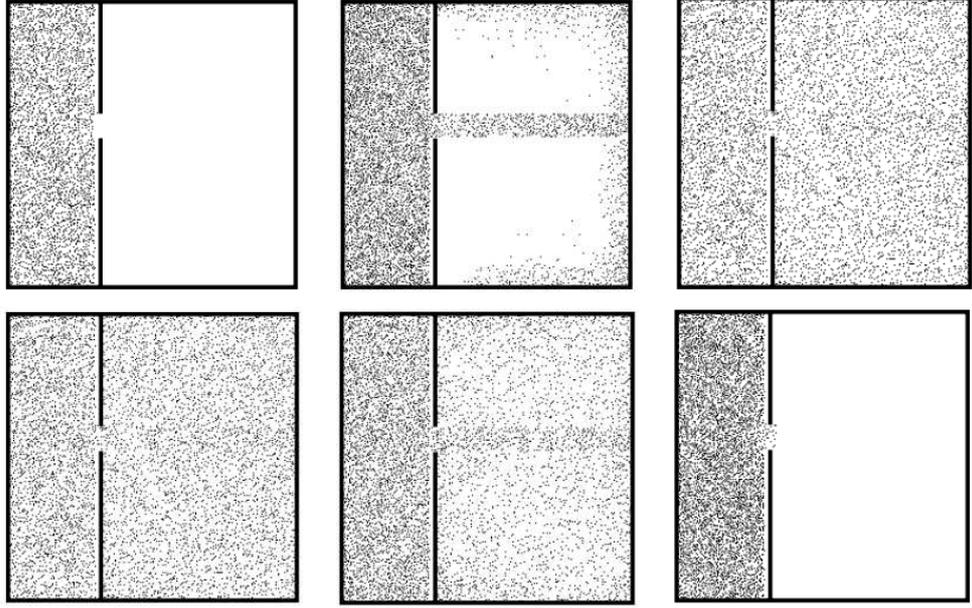


FIG. 1.16 – Exemple HPP (tiré de [18]).

masse et du moment.

Pour chaque site  $\vec{r}$  et chaque instant  $t$ , l'état de la cellule est défini par les  $z$  nombres d'occupations ( $z$  étant le nombre de directions de propagation possibles sur le réseau)  $n_i(\vec{r}, t)$ , chacun associé au vecteur élémentaire de déplacement  $\vec{c}_i$ . On définit également le pas de temps  $\Delta_t$  et le pas d'espace  $\Delta_r$ , ainsi que les vitesses élémentaires  $\vec{v}_i = \frac{\Delta_r}{\Delta_t} \vec{c}_i$ .

L'équation définissant l'étape de propagation peut se formuler de la façon suivante (la formulation que l'on va proposer ci-après pour les deux étapes de propagation et collision vient de [18]) :

$$n_i(\vec{r} + \Delta_r \vec{c}_i, t + \Delta_t) = n_i(\vec{r}, t) \quad (1.6)$$

Toutefois, il est bien évidemment nécessaire d'ajouter l'opérateur de collision dans cette expression :

$$n_i(\vec{r} + \Delta_r \vec{c}_i, t + \Delta_t) = n_i(\vec{r}, t) + \Omega_i(n(\vec{r}, t)) \quad (1.7)$$

Dans le modèle FHP, de nombreux types de collisions peuvent exister, suivant le nombre de particules présentes sur le site. Selon la variante du modèle considérée, toutes ne seront

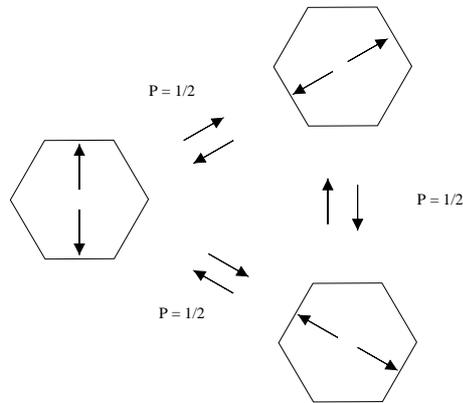


FIG. 1.17 – Collision à deux particules dans le modèle FHP.

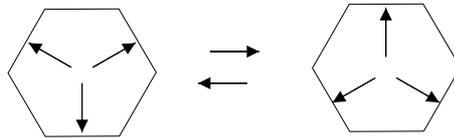


FIG. 1.18 – Collision à trois particules dans le modèle FHP.

pas nécessairement prises en compte. Nous allons présenter ici les deux types de collision présents dans l'ensemble des modèles FHP, c'est-à-dire les collisions à deux particules et à trois particules présentées respectivement dans les Fig. 1.17 et 1.18.

La collision à deux particules dans le cas FHP s'effectue de façon voisine à ce qu'on a observé dans le cas HPP. Toutefois, le réseau FHP étant hexagonal, il y a trois axes distincts et non deux, on a donc deux possibilités pour faire pivoter les directions de déplacement des particules. Le choix de pivoter dans un sens ou dans l'autre s'effectue de façon aléatoire avec une probabilité égale pour chaque possibilité.

Dans le cas de la collision à trois particules, l'opération consiste à faire repartir chaque particule dans la direction inverse de celle par laquelle elle est arrivée dans la cellule.

L'expression de l'opérateur de collision  $\Omega$  se déduit de l'analyse de l'impact des deux mécanismes de collision décrits ci-dessus sur les valeurs des populations  $n_i$ . La formulation que l'on va en donner est tirée de [18].

Par exemple, la quantité booléenne suivante :

$$D_i = n_i n_{i+3} (1 - n_{i+1}) (1 - n_{i+2}) (1 - n_{i+4}) (1 - n_{i+5}) \quad (1.8)$$

indique l'existence ou non d'une collision dans l'axe de direction  $i$ . L'opérateur de collision  $\Omega$  qui prendrait en compte cette possibilité de collision particulière s'écrirait alors pour la direction  $i$  :

$$\Omega_i(n) = -n_i n_{i+3} (1 - n_{i+1}) (1 - n_{i+2}) (1 - n_{i+4}) (1 - n_{i+5}) \quad (1.9)$$

En effet, dans le cas où cette collision adviendrait à un instant  $t$ , la particule de direction  $i$  serait transférée vers une autre direction.

Si on prend en compte l'ensemble des possibilités de collision à deux particules, on a alors :

$$\begin{aligned} \Omega_i(n) = & -n_i n_{i+3} (1 - n_{i+1}) (1 - n_{i+2}) (1 - n_{i+4}) (1 - n_{i+5}) \\ & + \chi n_{i+1} n_{i+4} (1 - n_i) (1 - n_{i+2}) (1 - n_{i+3}) (1 - n_{i+5}) \\ & + (1 - \chi) n_{i+2} n_{i+5} (1 - n_{i+1}) (1 - n_i) (1 - n_{i+4}) (1 - n_{i+3}) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Où  $\chi(\vec{r}, t)$  est une variable booléenne qui détermine si les particules subissant une collision double vont pivoter vers la gauche (si  $\chi = 1$ ) ou la droite (si  $\chi = 0$ ).

Enfin, prendre en compte les collisions triples aboutit à l'expression suivante pour  $\Omega$  :

$$\begin{aligned} \Omega_i(n) = & -n_i n_{i+3} (1 - n_{i+1}) (1 - n_{i+2}) (1 - n_{i+4}) (1 - n_{i+5}) \\ & + \chi n_{i+1} n_{i+4} (1 - n_i) (1 - n_{i+2}) (1 - n_{i+3}) (1 - n_{i+5}) \\ & + (1 - \chi) n_{i+2} n_{i+5} (1 - n_{i+1}) (1 - n_i) (1 - n_{i+4}) (1 - n_{i+3}) \\ & \quad - n_{i+1} n_{i+3} n_{i+5} (1 - n_i) (1 - n_{i+2}) (1 - n_{i+4}) \\ & \quad - n_i n_{i+2} n_{i+4} (1 - n_{i+1}) (1 - n_{i+3}) (1 - n_{i+5}) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Toutefois, dans un AC de type gaz sur réseau, les quantités intéressantes ne sont pas tant les variables booléennes  $n_i$  mais les quantités moyennes ou macroscopiques qui en découlent. On définit notamment le nombre moyen d'occupation  $N_i(\vec{r}, t) = \langle n_i(\vec{r}, t) \rangle$ , qui peut être

interprété comme la probabilité d'avoir une particule entrant au site  $\vec{r}$  au temps  $t$  dans la direction  $i$ .

On définit alors de la façon suivante la densité locale de particules :

$$\rho(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z N_i(\vec{r}, t) \quad (1.12)$$

La vitesse locale est définie ainsi :

$$\rho(\vec{r}, t)\vec{u}(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^z \vec{v}_i N_i(\vec{r}, t) \quad (1.13)$$

Une autre quantité importante est le tenseur de moment  $\Pi$  que l'on calcule comme suit :

$$\Pi_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^z v_{i\alpha} v_{i\beta} N_i(\vec{r}, t) \quad (1.14)$$

Dans cette expression, les indices  $\alpha$  et  $\beta$  représentent les composantes spatiales des vecteurs (soit  $x$  ou  $y$  en deux dimensions, par exemple). Ce tenseur mesure notamment la contribution de la pression et les effets de la viscosité.

Les modèles de gaz sur réseau ont été utilisés sur une grande variété de systèmes. La Fig. 1.19 montre le champ de vitesse sur le réseau dans le cas d'un écoulement autour d'un obstacle, sous l'effet d'une différence de pression entre les frontières gauche et droite du réseau (les frontières haut et bas étant constituées d'un obstacle sur lequel les particules rebondissent).

## 1.6 Modèle de Boltzmann sur réseau

Le modèle de Boltzmann sur réseau (qui sera fréquemment abrégé en "LB" pour Lattice Boltzmann dans la suite de ce document) constitue un outil efficace pour modéliser et simuler des fluides réalistes de façon conforme aux lois de l'hydrodynamique exprimées par les équations de Navier-Stokes. Il dérive des modèles de gaz sur réseau en décrivant le mouvement de fluides sur un réseau cartésien par une dynamique mésoscopique équivalente

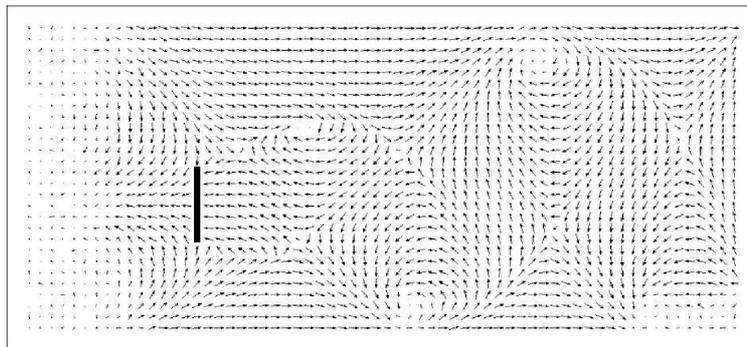


FIG. 1.19 – Exemple de simulation avec le modèle FHP : champ de vitesse produit par l'écoulement autour d'un obstacle.

qui permet de capturer les lois physiques de la mécanique des fluides de façon suffisamment précise pour obtenir le comportement macroscopique désiré. On se référera par exemple à [18] pour une description plus pointue.

Comme dans le cas du modèle FHP, on considère un espace discret composé d'un réseau cartésien de pas d'espace  $\Delta_r$ , auquel on associe un pas de temps  $\Delta_t$ . À chaque instant  $t$ , on suppose que les particules entrent en chaque site  $\vec{r}$  conformément à l'une des directions possibles du réseau  $i = 0, \dots, z$ . La direction 0 correspond aux particules au repos. On associe alors à chaque direction une *fonction de distribution*  $f_i$  (aussi parfois appelée population), dont les valeurs sont non-négatives et continues (contrairement aux modèles de gaz sur réseau où les quantités équivalentes sont booléennes).

### 1.6.1 Variables locales

Sur un site local  $\vec{r}$  à un instant  $t$ , la densité  $\rho$ , le moment  $j$  et la vitesse  $\vec{u}$  sont calculés conformément aux équations suivantes :

$$\rho(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z m_i f_i(\vec{r}, t) \quad (1.15)$$

$$j = \rho(\vec{r}, t) \cdot \vec{u}(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z m_i \vec{v}_i f_i(\vec{r}, t) \quad (1.16)$$

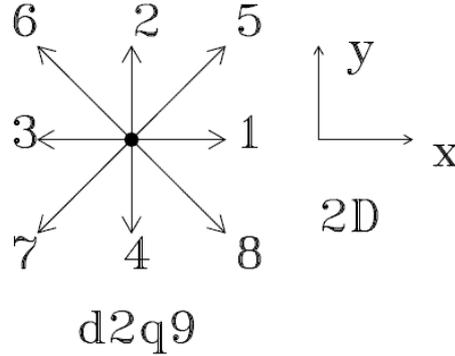


FIG. 1.20 – Vecteurs élémentaires de mouvement pour le cas d’un réseau D2Q9 (deux dimensions, huit directions de propagation possibles pour les fonctions de distribution).

Où les  $m_i$  sont des poids attachés à chaque direction du réseau.

### 1.6.2 Règle de transition

La dynamique reste également similaire à celle du modèle FHP et se trouve divisée en deux étapes : propagation et collision. Pendant l’étape de propagation les particules  $f_i$  se déplacent vers le site voisin  $\vec{r} + \vec{c}_i$ , dans la direction donnée par le vecteur  $\vec{c}_i$ . La Fig. 1.20 montre un exemple pour  $z = 8$ . La phase de collision redistribue la masse totale présente sur le site  $\vec{r}$ .

L’opérateur de collision est toutefois sensiblement différent de ceux utilisés pour les modèles de gaz sur réseau discrets. Dans le cas du modèle bien connu BGK (Bhatnager, Gross and Krook, voir [9, 107, 18, 123]) que l’on va utiliser, l’opérateur de collision est une équation de relaxation vers les distributions  $f_i^{eq}$  correspondant à l’équilibre local. L’équation combinant collision et propagation s’écrit alors :

$$f_i(\vec{r} + \Delta_r \vec{c}_i, t + \Delta_t) = f_i(\vec{r}, t) - \frac{1}{\tau} (f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)) + \frac{\Delta_t}{v^2 C_2} \vec{v}_i \cdot F \quad (1.17)$$

La quantité  $\tau$  est un temps de relaxation qui permet de contrôler la viscosité du fluide.  $C_2$  est un paramètre du modèle dont la valeur est fondée sur des considérations d’isotropie des tenseurs du réseau. On note également  $\vec{v}_i = v \cdot \vec{c}_i$  avec  $v = \Delta_x / \Delta_t$ , et  $F$  la somme des

forces extérieures qui s'appliquent au système. Les populations d'équilibre  $f_i^{eq}(\vec{r}, t)$  sont des fonctions données des densités et vitesse locales [18]. Il est montré que, dans une certaine limite, la dynamique LB est équivalente aux équations de Navier-Stokes. Une particularité de l'approche LB est que la pression  $p$  est liée à la densité  $\rho$  comme dans un gaz parfait  $p = c_s^2 \rho$ , où  $c_s$  est la vitesse du son.

L'obtention des populations d'équilibre s'effectue en s'assurant du respect des principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement ainsi qu'en vérifiant certaines propriétés hydrodynamiques basées sur les symétries du réseau utilisé. Dans le cas du modèle FHP, un résultat important fait apparaître que les populations moyennes tendent vers des distributions d'équilibre qui sont des distributions de Fermi-Dirac :

$$N_i^{(0)} = \frac{1}{1 + \exp(-A - \vec{B} \cdot \vec{v}_i)} \quad (1.18)$$

Il est possible d'effectuer un développement de Taylor de cette expression. On démontre que l'expression finale des distributions d'équilibre est :

$$f_i^{(0)} = \rho \left[ \frac{c_s^2}{C_2 v^2} + \frac{\vec{v}_i \cdot \vec{u}}{C_2 v^2} + \frac{1}{2C_4 v^4} \left( v_{i\alpha} v_{i\beta} - v^2 \frac{C_4}{C_2} \delta_{\alpha\beta} \right) u_\alpha u_\beta \right] \quad (1.19)$$

$$f_0^{(0)} = \rho \left[ 1 - \frac{C_0 c_s^2}{C_2 v^2} + \left( \frac{C_0}{2C_2} - \frac{C_2}{2C_4} \right) \frac{u^2}{v^2} \right] \quad (1.20)$$

Où les  $\alpha$  et  $\beta$  représentent les composantes  $x$  ou  $y$  de l'espace.  $\delta_{\alpha\beta}$  est la quantité qui vaut 1 si  $\alpha = \beta$  et 0 sinon. Notons que dans cette équation on a utilisé la convention d'Einstein. Celle-ci est une simplification d'écriture dont on donne un exemple type ci-après (dans le cas bi-dimensionnel) :

$$v_\alpha \cdot v_\alpha \equiv \sum_\alpha v_\alpha \cdot v_\alpha = v_x^2 + v_y^2$$

Il reste à déterminer dans cette équation les valeurs des paramètres  $C_0$ ,  $C_2$ ,  $C_4$ . Ceux-ci

sont calculés grâce aux propriétés suivantes que le modèle doit respecter pour satisfaire aux lois de l'hydrodynamique :

$$\sum_{i=1}^z m_i = C_0 \quad (1.21)$$

$$\sum_{i=1}^z m_i c_{i\alpha} = 0 \quad (1.22)$$

$$\sum_{i=1}^z m_i c_{i\alpha} c_{i\beta} = C_2 \delta_{\alpha\beta} \quad (1.23)$$

$$\sum_{i=1}^z m_i c_{i\alpha} c_{i\beta} c_{i\gamma} = 0 \quad (1.24)$$

$$\sum_{i=1}^z m_i c_{i\alpha} c_{i\beta} c_{i\gamma} c_{i\delta} = C_4 (\delta_{\alpha\beta} \delta_{\delta\gamma} + \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\delta\beta} + \delta_{\alpha\delta} \delta_{\gamma\beta}) \quad (1.25)$$

La solution obtenue pour les valeurs de  $C_0$ ,  $C_2$  et  $C_4$  dépend du type de réseau considéré, c'est-à-dire essentiellement la dimension et du nombre de directions de propagation possibles pour les fonctions de distribution.

Dans le cas notamment d'un réseau D2Q9 qui est celui que l'on va utiliser dans la suite, on a les valeurs suivantes pour les poids  $m_i$  et les vecteurs élémentaires  $\vec{c}_i$  :

$$m_0 = 1 \quad (1.26)$$

$$m_1 = m_3 = m_5 = m_7 = 4 \quad (1.27)$$

$$m_2 = m_4 = m_6 = m_8 = 1 \quad (1.28)$$

$$\vec{c}_1 = (1, 0) , \vec{c}_3 = (0, 1) , \vec{c}_5 = (-1, 0) , \vec{c}_7 = (0, -1) \quad (1.29)$$

$$\vec{c}_2 = (1, 1) , \vec{c}_4 = (-1, 1) , \vec{c}_6 = (-1, -1) , \vec{c}_8 = (1, -1) \quad (1.30)$$

On obtient alors pour ce cas les valeurs  $C_0 = 20$ ,  $C_2 = 12$  et  $C_4 = 4$ .

Une fois ces paramètres connus, nous disposons de l'information nécessaire pour calculer les distributions d'équilibre, et par suite appliquer l'opérateur de collision.

On montre également [18] que la viscosité du fluide s'exprime :

$$\nu = \Delta_t v^2 \frac{C_4}{C_2} \cdot \left( \tau - \frac{1}{2} \right) \quad (1.31)$$

On remarquera donc que  $\tau$  ne peut pas être inférieur à  $1/2$  dans la mesure où cela signifierait une viscosité négative. En pratique, la valeur  $\tau = 1/2$  entraîne des instabilités numériques. La valeur assignée à  $\tau$  doit, en réalité, être significativement supérieure à  $1/2$ , le minimum acceptable étant fonction des conditions de l'écoulement et, en particulier, de l'importance des gradients de vitesse existants [18].

### 1.6.3 Dérivation des équations de Navier-Stokes

Dans cette partie, nous allons exposer l'une des méthodes connues pour démontrer que le modèle de Boltzmann sur réseau permet de résoudre les équations de Navier-Stokes. La démonstration présentée ici est basée sur la formulation multi-échelle de Chapman-Enskog (voir [16, 18, 74]). Il existe également d'autres méthodes que nous ne traiterons pas ici (voir par exemple [70] pour une dérivation basée sur l'expansion asymptotique). La méthode multi-échelle consiste à prendre en considération l'existence de plusieurs types de phénomènes physiques, correspondant à des échelles de temps et d'espace spécifiques. Nous allons utiliser pour cela une méthode par perturbation. Un nombre "petit"  $\epsilon$  est choisi pour permettre la représentation des différentes échelles de temps et d'espace. Concrètement, il y a trois mécanismes différents à l'oeuvre au sein du système :

- La relaxation vers l'équilibre local, avec une échelle de temps  $\epsilon^0$  : phénomène très rapide.
- Les ondes sonores (perturbations de la densité) et la convection à l'échelle de temps  $\epsilon^{-1}$  : un phénomène assez rapide, mais plus lent que le précédent.
- La diffusion, à l'échelle  $\epsilon^{-2}$  : le plus lent des phénomènes.

Pour prendre en compte tous ces phénomènes (tous induits par la microdynamique de gaz sur réseaux), nous allons donc utiliser une technique multi-échelle et introduire trois variables de temps différentes :

$$\begin{aligned}
t_\star & \quad (\text{discret}) \\
t_1 &= \quad \epsilon t_\star \\
t_2 &= \quad \epsilon^2 t_\star
\end{aligned} \tag{1.32}$$

Nous allons également introduire deux échelles d'espace :

$$\begin{aligned}
r_\star & \quad (\text{discret}) \\
r_1 &= \quad \epsilon r_\star
\end{aligned} \tag{1.33}$$

Nous allons considérer à nouveau les définitions des densités et moments locaux :

$$\rho(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z m_i f_i(\vec{r}, t) \tag{1.34}$$

$$j(\vec{r}, t) = \rho \vec{u}(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z m_i \vec{v}_i f_i(\vec{r}, t) \tag{1.35}$$

On va développer les  $f_i$  comme suit :

$$f_i = f_i^{(0)}(\vec{r}, t) + \epsilon f_i^{(1)}(\vec{r}, t) + \mathcal{O}(\epsilon^2) \tag{1.36}$$

Avec :  $f_i^{(0)}(\vec{r}, t) \equiv f_i^{eq}(\rho, \vec{u})$ ,  $\rho$  et  $\vec{u}$  sont les valeurs locales pour la densité et la vitesse du fluide.

Les termes d'ordre supérieur à deux en  $\epsilon$  seront négligés.

Dans ce développement, les  $f_i^{(0)}(\vec{r}, t)$  sont les populations correspondant à l'équilibre local, et les  $f_i^{(1)}(\vec{r}, t)$  sont les termes hors équilibre. Par conséquent, les  $f_i^{(1)}(\vec{r}, t)$  ne contribuent pas aux valeurs locales de la densité et du moment, ce qui permet d'écrire :

$$\sum_i m_i f_i^{(1)}(\vec{r}, t) = 0 \quad \text{et} \quad \sum_i m_i \vec{v}_i f_i^{(1)}(\vec{r}, t) = 0 \quad (1.37)$$

$$\rho = \sum_i m_i f_i(\vec{r}, t) = \sum_i m_i f_i^{(0)}(\vec{r}, t) \quad (1.38)$$

$$j = \sum_i m_i \vec{v}_i f_i(\vec{r}, t) = \sum_i m_i \vec{v}_i f_i^{(0)}(\vec{r}, t) \quad (1.39)$$

La valeur du paramètre  $\epsilon$  est égale au rapport entre le libre parcours moyen  $l$  et la longueur caractéristique  $L$  du système, soit le nombre de Knudsen. Cette valeur provient du développement de Chapman-Enskog de l'équation de Boltzmann.

Les lois de conservation microscopiques ont également la propriété d'être conservées par la collision, la quantité de mouvement n'étant modifiée que s'il y a action d'une force sur le fluide :

$$\sum_i m_i f_i(r + \Delta_x \vec{c}_i, t + \Delta_t) = \sum_i m_i f_i(\vec{r}, t) \quad (1.40)$$

et

$$\sum_i m_i \vec{v}_i f_i(\vec{r} + \Delta_x \vec{c}_i, t + \Delta_t) = \sum_i m_i \vec{v}_i f_i(\vec{r}, t) + \Delta_t F \quad (1.41)$$

Ces deux équations microscopiques sont le point de départ de l'analyse multi-échelle. La règle de collision doit être exprimée comme suit :

$$f_i(\vec{r} + \Delta_x \vec{c}_i, t + \Delta_t) - f_i(\vec{r}, t) = \Omega_i(f) \quad (1.42)$$

Où  $\Omega$  est l'opérateur de collision :

$$\Omega_i(f) = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq} - f_i) + \frac{\Delta_t}{C_2 v^2} \vec{v}_i \cdot F \quad (1.43)$$

Cet opérateur a les propriétés suivantes :

$$\sum_i m_i \Omega_i(f) = 0 \quad (1.44)$$

$$\sum_i m_i \vec{v}_i \Omega_i(f) = \Delta_t F \quad (1.45)$$

En premier lieu, nous allons procéder à un développement au second ordre de l'expression 1.42 :

$$\begin{aligned} f_i(\vec{r} + \Delta_x \vec{c}_i, t + \Delta_t) &= f_i(\vec{r}, t) + \Delta_t \partial_t f_i + \Delta_x \partial_{x_\alpha} c_{i\alpha} f_i \\ &+ \frac{1}{2} \Delta_t^2 \partial_t^2 f_i + \Delta_x^2 \frac{1}{2} \partial_{x_\alpha} \partial_{x_\beta} c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i + \Delta_x \Delta_t \partial_t \partial_{x_\alpha} c_{i\alpha} f_i + \mathcal{O}(\partial^3 f_i) \end{aligned} \quad (1.46)$$

Les variables multi-échelle sont ensuite introduites dans les équations précédentes, ainsi que les équations 1.36, 1.44 et 1.45 :

$$\partial_t \rightarrow \epsilon \partial_t^{(1)} + \epsilon^2 \partial_t^{(2)} \quad (1.47)$$

$$\partial_{x_\alpha} \rightarrow \epsilon \partial_{x_\alpha}^{(1)} \quad (1.48)$$

Ceci nous permet de réécrire l'équation 1.46 comme suit :

$$\begin{aligned} &\sum_i m_i \begin{Bmatrix} 1 \\ \vec{v}_i \end{Bmatrix} [f_i(\vec{r} + \Delta_x \vec{c}_i, t + \Delta_t) - f_i(\vec{r}, t)] = \\ &\sum_i m_i \begin{Bmatrix} 1 \\ \vec{v}_i \end{Bmatrix} [\Delta_t \epsilon \partial_t^{(1)} f_i^{(0)} + \Delta_t \epsilon^2 \partial_t^{(1)} f_i^{(1)} + \Delta_t \epsilon^2 \partial_t^{(2)} f_i^{(0)} + \Delta_t \epsilon^3 \partial_t^{(2)} f_i^{(1)} \\ &+ \Delta_x \epsilon \partial_{x_\alpha}^{(1)} c_{i\alpha} f_i^{(0)} + \Delta_x \epsilon^2 \partial_{x_\alpha}^{(1)} c_{i\alpha} f_i^{(1)} + \frac{\Delta_x^2}{2} \epsilon^2 \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} f_i^{(0)} + \frac{\Delta_x^2}{2} \epsilon^3 \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} f_i^{(1)} \\ &+ \Delta_t^2 \epsilon^3 \partial_t^{(1)} \partial_t^{(2)} f_i^{(0)} + \Delta_t^2 \epsilon^4 \partial_t^{(1)} \partial_t^{(2)} f_i^{(1)} + \frac{\Delta_t^2}{2} \epsilon^4 \partial_t^{(2)} \partial_t^{(2)} f_i^{(0)} + \frac{\Delta_t^2}{2} \epsilon^5 \partial_t^{(2)} \partial_t^{(2)} f_i^{(1)} \\ &+ \frac{\Delta_x^2}{2} \epsilon^2 \partial_{x_\alpha}^{(1)} \partial_{x_\beta}^{(1)} c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^{(0)} + \frac{\Delta_x^2}{2} \epsilon^3 \partial_{x_\alpha}^{(1)} \partial_{x_\beta}^{(1)} c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^{(1)} + \Delta_x \Delta_t \epsilon^2 \partial_t^{(1)} \partial_{x_\alpha}^{(1)} c_{i\alpha} f_i^{(0)} \\ &+ \Delta_x \Delta_t \epsilon^3 \partial_t^{(1)} \partial_{x_\alpha}^{(1)} c_{i\alpha} f_i^{(1)} + \Delta_x \Delta_t \epsilon^3 \partial_t^{(2)} \partial_{x_\alpha}^{(1)} c_{i\alpha} f_i^{(0)} + \Delta_x \Delta_t \epsilon^4 \partial_t^{(2)} \partial_{x_\alpha}^{(1)} c_{i\alpha} f_i^{(1)}] \\ &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta_t F \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (1.49)$$

Nous allons considérer uniquement les termes d'ordre 1 et 2 en  $\epsilon$ , et d'ordre 1 en  $\Delta_x$  et  $\Delta_t$ . On utilise également le fait que  $\vec{v}_i = \vec{c}_i \cdot (\Delta_x/\Delta_t)$ . On obtient les deux équations suivantes en considérant les termes d'ordre 1 en  $\epsilon$  :

$$\partial_t^{(1)} \sum_i m_i f_i^{(0)} + \partial_{x_\beta}^{(1)} \sum_i m_i v_{i\beta} f_i^{(0)} = 0 \quad (1.50)$$

$$\partial_t^{(1)} \sum_i m_i v_{i\alpha} f_i^{(0)} + \partial_{x_\beta}^{(1)} \sum_i m_i v_{i\alpha} v_{i\beta} f_i^{(0)} = 0 \quad (1.51)$$

Ces équations peuvent être réécrites ainsi :

$$\partial_t^{(1)} \rho + \partial_{x_\beta}^{(1)} (\rho u_\beta) = 0 \quad (1.52)$$

$$\partial_t^{(1)} (\rho u_\alpha) + \partial_{x_\beta}^{(1)} P_{\alpha\beta}^{(0)} = 0 \quad (1.53)$$

Avec  $P_{\alpha\beta}^{(0)} = \sum_i v_{i\alpha} v_{i\beta} f_i^{(0)}$ . Considérer les termes de second ordre en  $\epsilon$  donne (en se rappelant que les termes en somme de  $f_i^{(1)}$  sont nuls) :

$$\partial_t^{(2)} \rho + \frac{\Delta_t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} \rho + \frac{\Delta_t}{2} \partial_{x_\beta}^{(1)} \partial_{x_\alpha}^{(1)} P_{\alpha\beta}^{(0)} + \Delta_t \partial_t^{(1)} \partial_{x_\alpha}^{(1)} \rho u_\alpha = 0 \quad (1.54)$$

$$\partial_t^{(2)} \rho u_\alpha + \partial_{x_\beta}^{(1)} P_{\alpha\beta}^{(1)} + \frac{\Delta_t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} \rho u_\alpha + \frac{\Delta_t}{2} \partial_{x_\beta}^{(1)} \partial_{x_\gamma}^{(1)} S_{\alpha\beta\gamma}^{(0)} + \Delta_t \partial_t^{(1)} \partial_{x_\beta}^{(1)} P_{\alpha\beta}^{(0)} \quad (1.55)$$

$$= \frac{1}{\epsilon^2} \cdot F \quad (1.56)$$

Où  $P_{\alpha\beta}^{(1)} = \partial_{x_\beta}^{(1)} \sum_i m_i v_{i\alpha} v_{i\beta} f_i^{(1)}$  et  $S_{\alpha\beta\gamma} = \sum_i m_i v_{i\alpha} v_{i\beta} v_{i\gamma} f_i$ .

Il vient de l'équation 1.52 que :

$$\partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} \rho = -\partial_t^{(1)} \partial_{x_\alpha}^{(1)} \rho u_\alpha \quad (1.57)$$

$$\partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} \rho u_\alpha = -\partial_t^{(1)} \partial_{x_\beta}^{(1)} P_{\alpha\beta}^{(0)} \quad (1.58)$$

Les deux équations 1.54 et 1.55 peuvent donc être réduites à :

$$\partial_t^{(2)} \rho = 0 \quad (1.59)$$

$$\partial_t^{(2)} \rho u_\alpha + \partial_{x_\beta}^{(1)} \left[ P_{\alpha\beta}^{(1)} + \frac{\Delta_t}{2} \left( \partial_{x_\gamma}^{(1)} S_{\alpha\beta\gamma}^{(0)} + \partial_t^{(1)} P_{\alpha\beta}^{(0)} \right) \right] = \frac{1}{\epsilon^2} \cdot F \quad (1.60)$$

En additionnant les équations de premier ordre (1.52 et 1.53) et de second ordre (1.59 et 1.60), on obtient alors :

$$\partial_t \rho + \partial_{x_\beta} (\rho u_\beta) = 0 \quad (1.61)$$

$$\partial_t \rho u_\alpha + \partial_{x_\beta} \left[ P_{\alpha\beta} + \frac{\Delta t}{2} \left( \partial_{x_\gamma} S_{\alpha\beta\gamma}^{(0)} + \epsilon \partial_t^{(1)} P_{\alpha\beta}^{(0)} \right) \right] = F \quad (1.62)$$

Dans cette équation, on a utilisé le fait que  $\partial_t = \epsilon \partial_t^{(1)} + \epsilon^2 \partial_t^{(2)}$  et  $\partial_{x_\alpha} = \epsilon \partial_{x_\alpha}^{(1)}$ .

L'équation 1.62 correspond à l'équation de Navier-Stokes, tandis que l'équation 1.61 est l'équation de continuité. Toutefois, nous pouvons difficilement les reconnaître sous cette forme du fait que les quantités  $P_{\alpha\beta}^{(0)}$ ,  $P_{\alpha\beta}$  et  $S_{\alpha\beta\gamma}^{(0)}$  ne sont pas exprimées en fonction de  $\rho$  et  $u$ .

Obtenir la forme usuelle de l'équation de Navier-Stokes requiert la connaissance des fonctions de distribution d'équilibre  $f_i^{(0)}$ . Celles-ci sont connues pour observer la forme d'une distribution de Fermi-Dirac. Cette distribution peut être mise sous la forme d'un développement de Taylor au second degré qui aboutit à l'expression suivante :

$$f_i^{(0)} = \rho \left[ \frac{c_s^2}{C_2 v^2} + \frac{\vec{v}_i \cdot \vec{u}}{C_2 v^2} + \frac{1}{2C_4 v^4} \left( v_{i\alpha} v_{i\beta} - v^2 \frac{C_4}{C_2} \delta_{\alpha\beta} \right) u_\alpha u_\beta \right] \quad (1.63)$$

$$f_0^{(0)} = \rho \left[ 1 - \frac{C_0 c_s^2}{C_2 v^2} + \left( \frac{C_0}{2C_2} - \frac{C_2}{2C_4} \right) \frac{u^2}{v^2} \right] \quad (1.64)$$

Après quelques calculs qu'on ne détaillera pas ici, on obtient des expressions utilisables pour  $P_{\alpha\beta}^{(0)}$  et  $S_{\alpha\beta\gamma}^{(0)}$ . Toutefois, nous avons également besoin d'une expression de  $P_{\alpha\beta}^{(1)}$ , ce qui requiert la connaissance des parties hors-équilibre  $f_i^{(1)}$  des fonctions de distributions.

Nous allons utiliser l'expression de la règle de collision 1.42. Dans cette équation, l'opérateur  $\Omega_i(f)$  peut être écrit comme suit :

$$\Omega_i(f) = \Omega_i(f^{(0)}) + \epsilon \sum_{j=1}^z \left( \frac{\partial \Omega_i(f^{(0)})}{\partial f_j} \right) \partial f_j^{(1)} + O(\epsilon^2) \quad (1.65)$$

L'équation 1.42 peut être réécrite de la façon suivante pour les deux premiers ordres en  $\epsilon$  :

$$O(\epsilon^0) \quad \Omega_i(f^{(0)}) = 0 \quad (1.66)$$

$$O(\epsilon^1) \quad \partial_t f_i^{(0)} + \partial_{x_\alpha}^{(1)} v_{i\alpha} f_i^{(0)} = \frac{1}{\Delta_t} \sum_{j=1}^z \left( \frac{\partial \Omega_i(f^{(0)})}{\partial f_j} \right) f_j^{(1)} \quad (1.67)$$

Si nous utilisons la règle de collision BGK  $\Omega_i = \frac{1}{\tau} (f_i^{(0)} - f_i)$ , 1.67 s'écrit :

$$\implies \quad \frac{1}{\Delta_t \tau} f_j^{(1)} = \partial_t f_i^{(0)} + \partial_{x_\alpha}^{(1)} v_{i\alpha} f_i^{(0)} \quad (1.68)$$

Après quelques étapes de calculs, les valeurs suivantes pour les  $f_i^{(1)}$  sont obtenues :

$$f_i^{(1)} = -\Delta_t \tau \frac{1}{C_2 v^2} (v_{i\gamma} v_{i\delta} - c_s^2 \delta_{\gamma\delta}) \partial_{x_\gamma}^{(1)} \rho u_\delta \quad (1.69)$$

$$f_0^{(1)} = -\Delta_t \tau \frac{f_0^{(0)}}{\rho} \partial_{x_\alpha}^{(1)} \rho u_\alpha \quad (1.70)$$

Il est alors possible d'obtenir les expressions des trois quantités  $P_{\alpha\beta}^{(0)}$ ,  $P_{\alpha\beta}$  et  $S_{\alpha\beta\gamma}^{(0)}$  en termes de  $\rho$ ,  $\vec{u}$  et des paramètres du modèle  $C_0$ ,  $C_2$ ,  $C_4$ ,  $c_s^2$ ,  $v$  et  $\tau$ . L'équation 1.62 devient alors :

$$\begin{aligned} \partial_t \rho u_\alpha + \rho u_\beta \partial_{x_\beta} u_\alpha + u_\alpha \operatorname{div} \rho \vec{u} &= -c_s^2 \partial_{x_\alpha} \rho + \Delta_t v^2 \frac{C_2}{C_4} \left( \tau - \frac{1}{2} \right) \nabla^2 \rho u_\alpha \\ &+ \Delta_t v^2 \left( \tau - \frac{1}{2} \right) \left[ 2 \frac{C_2}{C_4} - \frac{c_s^2}{v^2} \right] \partial_{x_\alpha} \operatorname{div} \rho \vec{u} + F \end{aligned} \quad (1.71)$$

Dans le cas d'un fluide incompressible, on a  $\operatorname{div} \rho \vec{u} = 0$  et l'équation de Navier-Stokes usuelle est recouverte :

$$\partial_t \vec{u} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu_{lb} \nabla^2 \vec{u} \quad (1.72)$$

#### 1.6.4 Ecriture simplifiée

Pour des raisons pratiques, on va à présent effectuer quelques simplifications d'écriture en considérant les quantités  $\hat{f}_i(\vec{r}, t)$  telles que :

$$\hat{f}_i(\vec{r}, t) = m_i f_i(\vec{r}, t) \quad (1.73)$$

La densité  $\rho$ , le moment  $j$  et la vitesse  $\vec{u}$  deviennent alors :

$$\rho(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z \hat{f}_i(\vec{r}, t) \quad (1.74)$$

$$j = \rho(\vec{r}, t) \cdot \vec{u}(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z \vec{v}_i \hat{f}_i(\vec{r}, t) \quad (1.75)$$

Nous allons en déduire une nouvelle écriture pour les formules 1.19 et 1.20. On va utiliser l'expression de  $c_s^2$  suivante :

$$c_s^2 = v^2 \frac{C_4}{C_2} \quad (1.76)$$

On remplace dans les équations 1.19 et 1.20 le rapport entre les pas d'espace et de temps  $v$  par son expression en fonction de  $c_s^2$ ,  $C_2$  et  $C_4$ . L'équation 1.19 devient alors :

$$\begin{aligned} \hat{f}_i^{(0)} &= m_i \rho \left[ \frac{c_s^2}{C_2 v^2} + \frac{\vec{v}_i \cdot \vec{u}}{C_2 v^2} + \frac{1}{2C_4 v^4} \left( v_{i\alpha} v_{i\beta} - v^2 \frac{C_4}{C_2} \delta_{\alpha\beta} \right) u_\alpha u_\beta \right] \\ \hat{f}_i^{(0)} &= m_i \rho \left[ \frac{C_4}{C_2^2} + \frac{C_4}{C_2^2 c_s^2} \cdot (\vec{v}_i \cdot \vec{u}) + \frac{C_4}{2C_2^2 c_s^4} \cdot (v_{i\alpha} v_{i\beta} u_\alpha u_\beta) - \frac{C_4}{2c_s^2 C_2^2} \cdot (\delta_{\alpha\beta} u_\alpha u_\beta) \right] \\ \hat{f}_i^{(0)} &= m_i \frac{C_4}{C_2^2} \rho \left[ 1 + \frac{1}{c_s^2} \cdot (\vec{v}_i \cdot \vec{u}) + \frac{1}{2c_s^4} \cdot (v_{i\alpha} v_{i\beta} u_\alpha u_\beta) - \frac{1}{2c_s^2} \cdot (\delta_{\alpha\beta} u_\alpha u_\beta) \right] \quad (1.77) \end{aligned}$$

Et l'équation 1.20 prend la forme :

$$\begin{aligned}
\hat{f}_0^{(0)} &= \rho \left[ 1 - \frac{C_0 c_s^2}{C_2 v^2} + \left( \frac{C_0}{2C_2} - \frac{C_2}{2C_4} \right) \frac{u^2}{v^2} \right] \\
\hat{f}_0^{(0)} &= \rho \left[ 1 - \frac{C_0 C_4}{C_2^2} + \frac{C_0 C_4}{C_2^2} \cdot \frac{u^2}{2c_s^2} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \\
\hat{f}_0^{(0)} &= \rho \left( 1 - \frac{C_0 C_4}{C_2^2} \right) \left( 1 - \frac{u^2}{2c_s^2} \right)
\end{aligned} \tag{1.78}$$

On obtient finalement les expressions suivantes pour les  $\hat{f}_i(\vec{r}, t)$  :

$$\hat{f}_i^{(0)} = t_i \rho \left[ 1 + \frac{1}{c_s^2} \cdot (\vec{v}_i \cdot \vec{u}) + \frac{1}{2c_s^4} \cdot (v_{i\alpha} v_{i\beta} u_\alpha u_\beta) - \frac{1}{2c_s^2} \cdot (\delta_{\alpha\beta} u_\alpha u_\beta) \right] \tag{1.79}$$

$$\hat{f}_0^{(0)} = \rho t_0 \left( 1 - \frac{u^2}{2c_s^2} \right) \tag{1.80}$$

Avec :

$$t_i = m_i \frac{C_4}{C_2^2} \tag{1.81}$$

$$t_0 = 1 - \frac{C_0 C_4}{C_2^2} \tag{1.82}$$

L'équation combinant collision et propagation s'écrit alors :

$$\hat{f}_i(\vec{r} + \Delta_r, t + \Delta_t) = \hat{f}_i(\vec{r}, t) - \frac{1}{\tau} (\hat{f}_i(\vec{r}, t) - \hat{f}_i^{eq}(\vec{r}, t)) + m_i \frac{\Delta_t}{v^2 C_2} \vec{v}_i \cdot F \tag{1.83}$$

Dans la suite de ce travail nous utiliserons cette écriture. Pour des raisons de simplicité, on écrira  $f_i \equiv \hat{f}_i$ .

### 1.6.5 Conditions aux limites

Les conditions aux limites dans la méthode de Boltzmann sur réseau fonctionnent de façon assez différente de celles utilisées par les méthodes de mécanique des fluides habituelles.

Le déroulement habituel d'une itération d'un algorithme implémentant un modèle LB implique successivement la réception de fonctions de distributions entrantes provenant des cellules voisines, leur traitement lors de l'étape de collision, puis la propagation des fonctions de distributions sortantes vers les cellules voisines. Dans le cas des conditions aux limites, le problème consiste en ce qu'une partie des fonctions de distributions entrantes n'existent pas, puis qu'elles correspondent à des cellules qui sont au-delà des limites du réseau considéré. Diverses stratégies existent pour extrapoler les populations manquantes ou pallier à leur absence. Nous allons à présent décrire les conditions aux limites les plus importantes, et notamment celles que nous avons testées ou utilisées dans le cadre de notre travail. Notons que nous allons considérer par la suite un réseau D2Q9 dont la convention de désignation des directions élémentaires est donnée dans la fig. 1.21. Cette revue des conditions aux limites pour les modèles de Boltzmann sur réseau est basée notamment sur celle que l'on pourra trouver dans [29].

Le type de condition aux limites le plus simple à concevoir et à mettre en oeuvre est la condition de bounce-back, qui consiste à simplement réfléchir les fonctions de distribution entrantes. Cette condition est de premier ordre seulement en terme de précision numérique. Elle remplace et exclut, dans sa forme originale, l'application de l'opérateur de collision usuel. De nombreuses conditions aux limites alternatives ont, depuis, été développées. Zou et He ont étendu la condition de bounce-back à la partie hors équilibre des fonctions de distribution [53]. Inamouro et al ont proposé une condition aux limites à vitesse nulle en annulant la vitesse de glissement résiduelle par le biais d'une contre vitesse de glissement [59]. Ces deux dernières conditions seront détaillées plus loin. Chen et al ont suggéré un schéma d'extrapolation [15]. Maier et al ont modifié la condition de bounce-back afin d'annuler la tangente du moment et préserver sa normale sur le mur [87]. Dupuis [29] a proposé une condition aux limites assurant la conservation de la masse entrante (ce qui n'est pas le cas des autres conditions hors bounce-back simple). Nous présenterons cette condition aux limites par la suite.

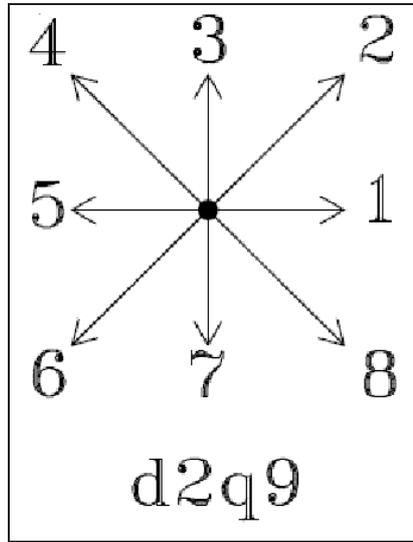


FIG. 1.21 – Réseau d2q9.

### Bounce-back

Cette condition est l'une des plus simples qui existe. Dans la condition de bounce-back, l'étape de collision consiste à donner à chaque population sortante la valeur de la population entrante de direction opposée (voir 1.22 pour un exemple dans le cas d'un site se trouvant à la limite basse d'un réseau). Cette opération peut être exprimée par l'expression suivante :

$$f_i^{out} = f_{\bar{i}}^{in} \quad (1.84)$$

Où  $f^{in}$  et  $f^{out}$  sont respectivement des fonctions de distribution entrantes et sortantes, tandis que  $\bar{i}$  désigne la direction opposée à la direction  $i$ .

L'opération ci-dessus remplace l'opération ordinaire de collision, qui n'a donc pas lieu. Les principaux avantages de la condition de bounce-back sont sa simplicité et sa conservation parfaite de la masse. On notera également que cette condition équivaut à définir une vitesse nulle au bord. Ceci peut se vérifier de plusieurs façons. Si l'on calcule la vitesse horizontale au bord de la manière usuelle, on trouvera nécessairement une vitesse non nulle : il s'agit en effet simplement de l'inverse de la vitesse des fonctions de distributions entrantes. En

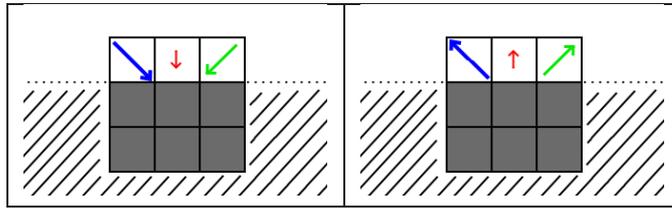


FIG. 1.22 – Fonctionnement schématique de la condition de bounce-back. On se trouve ici dans le cas d'un site de la frontière basse du réseau. Les carrés gris représentent des fonctions de distributions absentes puisque provenant d'en-dehors du réseau où d'autres sites-frontières. Les flèches colorées représentent les fonctions de distributions entrantes ou sortantes.

revanche, si l'on effectue le calcul en considérant la moyenne des vitesses prises avant et après collision, on trouvera une vitesse nulle. On peut aussi considérer un essai classique en dynamique des fluides comme l'écoulement de Poiseuille : on étudie l'écoulement du fluide entre deux plaques, le fluide étant considéré de vitesse nulle aux limites. La simulation d'un tel écoulement par la méthode LB en appliquant la condition de Bounce-back aux limites donne un résultat proche du résultat théorique, mais avec une précision numérique du premier ordre seulement [52].

Il existe des variantes de la condition de bounce-back permettant de garantir une précision supérieure. La condition de bounce-back telle qu'on vient de la décrire est appelée "full-way bounce-back". Il a été démontré qu'une précision du second ordre pouvait être obtenue (du moins dans le cadre d'un écoulement de Poiseuille) en considérant que la collision s'effectue non pas sur la rangée de sites limites eux-mêmes mais entre cette rangée et la rangée adjacente (et donc en adaptant l'implémentation en conséquence). C'est la condition dite de "half-way bounce-back".

### Bounce-forward

La condition de bounce-forward consiste à effectuer une forme de bounce-back où seule la composante perpendiculaire au bord de la vitesse d'une fonction de distribution entrante est inversée (voir 1.23 pour un exemple dans le cas d'un site se trouvant à la limite basse d'un réseau). Il s'agit donc d'une condition induisant notamment l'absence de frottement

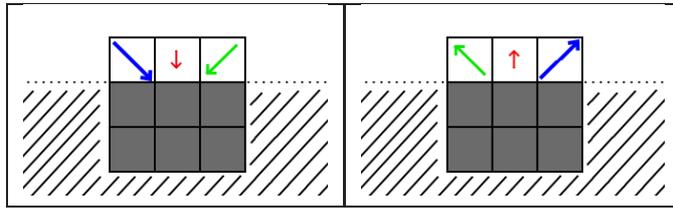


FIG. 1.23 – Fonctionnement schématique de la condition de bounce-forward.

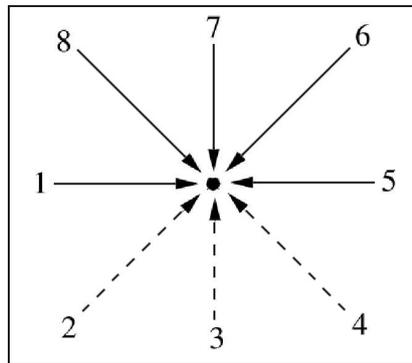


FIG. 1.24 – Réseau D2Q9 : Populations connues (flèches à trait continu) et inconnues (flèches à trait discontinu) dans le cas d'un site situé sur le bas du réseau.

aux limites.

### Zou et He

Zou et He ont proposé une condition aux limites permettant de définir une vitesse donnée pour les sites limites [53, 54]. On considère un site situé sur le bas du réseau, dans le cas d'un réseau à deux dimensions carré de type D2Q9 où on dispose de huit fonctions de distributions entrantes. Les fonctions de distribution entrantes  $f_1^{in}$ ,  $f_6^{in}$ ,  $f_7^{in}$ ,  $f_8^{in}$ ,  $f_5^{in}$  correspondent aux populations connues, et les fonctions de distributions inconnues  $f_2^{in}$ ,  $f_3^{in}$ ,  $f_4^{in}$  (voir Fig. 1.24) sont calculées comme suit :

$$f_3 = f_7 + \frac{2}{3}\rho u_z \quad (1.85)$$

$$f_4 = f_8 + \frac{1}{2}(f_1 - f_5) - \frac{1}{2}\rho u_x - \frac{1}{6}\rho u_z \quad (1.86)$$

$$f_2 = f_6 - \frac{1}{2}(f_1 - f_5) + \frac{1}{2}\rho u_x + \frac{1}{6}\rho u_z \quad (1.87)$$

Après le calcul des fonctions de distribution entrantes inconnues par la méthode indiquée ci-dessus, l'opérateur de collision est appliqué normalement en prenant en compte la totalité des fonctions de distribution entrantes. De ce fait, l'opérateur de collision conserve non pas la quantité de masse effectivement entrée sur le site, mais une densité locale calculée à partir des fonctions de distribution entrantes et des fonctions de distribution manquantes calculées. Cette densité est en effet calculée comme suit :

$$\rho = \frac{1}{1 - u_z} [f_0^{in} + f_1^{in} + f_5^{in} + 2(f_6^{in} + f_7^{in} + f_8^{in})] \quad (1.88)$$

Cette condition ne conserve pas parfaitement la masse. Elle présente néanmoins plusieurs avantages. D'une part, elle permet de choisir la vitesse que l'on désire appliquer au bord. D'autre part, elle est précise au second ordre, contrairement à la condition de bounce-back.

### Condition d'Inamouro

Les conditions de bounce-back simples génèrent une "vitesse de glissement". Inamouro et al [59] ont proposé une condition aux limites avec non-glissement qui compense cette vitesse. La vitesse de glissement est définie comme la vitesse effective mesurée sur le mur, alors que la condition impose en principe une vitesse nulle au bord. En dehors de la condition d'Inamouro, plusieurs autres conditions aux bords peuvent donc être qualifiées de conditions sans glissement.

Le principe est de considérer les fonctions de distributions inconnues comme des fonctions

de distributions d'équilibre avec une vitesse de contre glissement. La vitesse de contre glissement est calculée de façon à ce que la vitesse du fluide au mur soit égale à la vitesse du mur. Toutes les fonctions de distribution étant alors connues, l'étape de collision peut alors être appliquée.

Les fonctions de distribution manquantes sont reconstruites de la façon suivante (à partir des formules 1.19 et 1.20) dans le cas d'un réseau D2Q9 où l'on considère un site de la limite basse du réseau (voir encore la Fig. 1.24) :

$$f_3^{in} = \frac{1}{9}\rho' \left( 1 + 3u_{wz} + \frac{9}{2}u_{wz}^2 - \frac{3}{2} [(u_{wx} + u'_x)^2 + u_{wz}^2] \right) \quad (1.89)$$

$$f_2^{in} = \frac{1}{36}\rho' (1 + 3(u_{wx} + u'_x + u_{wz}) + \frac{9}{2}(u_{wx} + u'_x + u_{wz})^2 - \frac{3}{2} [(u_{wx} + u'_x)^2 + u_{wz}^2]) \quad (1.90)$$

$$f_4^{in} = \frac{1}{36}\rho' (1 + 3(-u_{wx} - u'_x + u_{wz}) + \frac{9}{2}(-u_{wx} - u'_x + u_{wz})^2 - \frac{3}{2} [(u_{wx} + u'_x)^2 + u_{wz}^2]) \quad (1.91)$$

Dans ces équations,  $u_{wx}$  et  $u_{wz}$  sont respectivement les composantes horizontale et verticale de la vitesse au mur  $u_w$ ,  $\rho_w$  est la densité au mur et  $\rho'$  et  $u'_x$  sont deux paramètres construits de telle sorte que  $f_i^{in} = f_i^{eq}(\rho', u_w + u')$ , où  $u' = (u'_x, 0)$ . La vitesse  $u'$  est la vitesse de non-glissement. Les deux paramètres inconnus  $u'_x$  et  $\rho'$  sont calculés en supposant que la vitesse du fluide sur le mur est égale à la vitesse du mur, soit  $\sum f_i^{in} \mathbf{v}_i = \rho_w u_w$ . La densité  $\rho'$  est inconnue et doit être calculée d'après la formule usuelle de calcul de la densité mais en extrapolant les fonctions de distributions manquantes, de la même manière que dans le cas de la condition de Zou et He (équation 1.88). La construction des quantités  $\rho_w$ ,  $\rho'_x$ ,  $u'_x$  est donc effectuée comme suit :

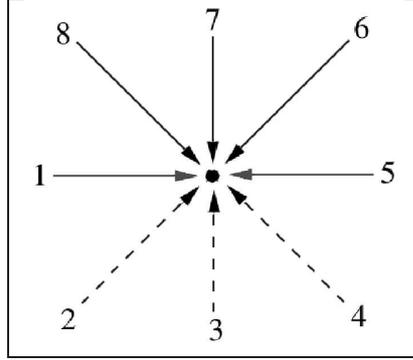


FIG. 1.25 – Réseau D2Q9 : Populations provenant du fluide (flèches à trait continu noir), provenant des murs (flèches à trait continu gris) et inconnues (flèches à trait discontinu), dans le cas d’un site situé sur le bas du réseau.

$$\rho_w = \frac{1}{1 - u_{wz}} [f_0^{in} + f_1^{in} + f_5^{in} + 2(f_7^{in} + f_6^{in} + f_8^{in})] \quad (1.92)$$

$$\rho' = 6 \frac{\rho_w u_{wz} + (f_7^{in} + f_6^{in} + f_8^{in})}{1 + 3u_{wz} + 3u_{wz}^2} \quad (1.93)$$

$$u'_x = \frac{1}{1 + 3u_{wz}} \left[ 6 \frac{\rho_w u_{wz} - (f_1^{in} - f_5^{in} + f_8^{in} - f_6^{in})}{\rho'} - u_{wx} - 3u_{wx} u_{wz} \right] \quad (1.94)$$

L’inconvénient de la condition d’Inamouro est qu’elle ne conserve pas parfaitement la masse, de manière similaire à la condition de Zou et He.

### Condition conservant la masse

Cette condition est issue des travaux de A. Dupuis (voir notamment [29]). Sa caractéristique principale est d’assurer une conservation parfaite de la masse tout en permettant l’application de l’opérateur de collision. Une vitesse nulle est imposée au bord. On considère ici trois types de champs (voir Fig. 1.25) : ceux provenant du fluide (populations  $f_6^{in}$ ,  $f_7^{in}$ ,  $f_8^{in}$ ), ceux provenant des autres sites de type mur (populations  $f_1^{in}$ ,  $f_5^{in}$ ), et ceux provenant de l’extérieur du système (populations  $f_2^{in}$ ,  $f_3^{in}$ ,  $f_4^{in}$ ). Les populations provenant de l’extérieur du système ne l’influencent pas.

Le principe de conservation de la masse est exprimé par l’égalité entre la somme des

populations entrantes provenant de l'intérieur du système et la somme des populations sortantes qui, après collision, seront propagées vers l'intérieur du système. Ceci se traduit par l'expression suivante :

$$f_2^{out} + f_3^{out} + f_4^{out} = f_7^{in} + f_6^{in} + f_8^{in} \quad (1.95)$$

$$(1.96)$$

La condition de vitesse nulle au bord s'exprime :

$$\sum_{i=1}^z f_i v_i = 0 \quad (1.97)$$

$$(1.98)$$

Les populations  $f_1^{in}$ ,  $f_5^{in}$ ,  $f_2^{in}$ ,  $f_3^{in}$ ,  $f_4^{in}$  doivent être calculées en tenant compte de ces deux contraintes :

- La condition de vitesse nulle conformément à l'équation 1.97,
- Le respect de la conservation de la masse exprimée par l'équation 1.95 une fois la collision effectuée.

Dans le cas d'une vitesse nulle, les fonctions de distribution d'équilibre s'écrivent  $f_i^{eq} = \rho_w m_i \frac{c_s^2}{C_2 v^2} = \rho_w t_i$ , où  $\rho_w$  est la densité au mur ( $\sum f_i = \rho_w$ ). On peut également écrire que  $f_i^{out} = (1 - 1/\tau) f_i^{in} + 1/\tau f_i^{eq}$ . L'équation de conservation de la masse 1.95 s'écrit alors :

$$\begin{aligned} f_2^{out} + f_3^{out} + f_4^{out} &= f_7^{in} + f_6^{in} + f_8^{in} \\ (1 - \frac{1}{\tau})(f_2^{in} + f_3^{in} + f_4^{in}) + \frac{1}{\tau}(f_2^{eq} + f_3^{eq} + f_4^{eq}) &= f_7^{in} + f_6^{in} + f_8^{in} \\ (1 - \frac{1}{\tau})(f_2^{in} + f_3^{in} + f_4^{in}) + \frac{1}{\tau} \frac{\rho_w}{6} &= f_7^{in} + f_6^{in} + f_8^{in} \\ (1 - \frac{5}{6\tau})(f_2^{in} + f_3^{in} + f_4^{in}) &= (1 - \frac{1}{6\tau})(f_7^{in} + f_6^{in} + f_8^{in}) \\ &\quad - \frac{1}{6\tau}(f_0^{in} + f_1^{in} + f_5^{in}) \end{aligned} \quad (1.99)$$

La condition de vitesse nulle 1.97 équivaut également à :

$$f_1^{in} + f_2^{in} - f_4^{in} - f_5^{in} - f_6^{in} + f_8^{in} = 0 \quad (1.100)$$

$$f_3^{in} + f_2^{in} + f_4^{in} - f_7^{in} - f_6^{in} - f_8^{in} = 0 \quad (1.101)$$

On a alors trois équations et six inconnues. Il existe donc trois degrés de liberté. Trois champs peuvent donc se voir attribuer une valeur arbitraire, que l'on choisit en pratique en se basant sur des considérations de symétrie. On impose les relations suivantes :

$$f_0^{in} = 0, \quad f_5^{in} = f_1^{in}, \quad f_2^{in} = f_6^{in} \quad (1.102)$$

On définit également la quantité  $\rho_{in} = f_7^{in} + f_6^{in} + f_8^{in}$  pour simplifier les écritures. On a alors :

$$f_5^{in} = \rho_{in} - f_1^{in} - f_0^{in} \quad (1.103)$$

Le résultat final pour la construction des  $f_i^{in}$  manquants est donné par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} f_5^{in} = f_1^{in} = 2\rho_{in}, \quad f_0^{in} = 0 \\ f_2^{in} = f_6^{in}, \quad f_4^{in} = f_8^{in}, \quad f_3^{in} = f_7^{in} \end{aligned} \quad (1.104)$$

## 1.7 Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre la méthode de modélisation que nous avons utilisée pour ce travail. Pour cela, ont été présentés aussi bien le contexte général des AC que l'approche de Boltzmann sur réseaux pour la modélisation des fluides qui nous intéresse

plus particulièrement. On notera que, dans le cadre de ce travail, c'est un modèle bi-fluide de Shan Chen qui a été utilisé.

Dans le prochain chapitre, nous traiterons cette fois du domaine d'études auquel nous souhaitons appliquer ces méthodes, soit la modélisation d'écoulements au sein de canaux d'irrigation à surface libre. Dans le chapitre III, nous aborderons l'adaptation de la méthode de Botzmann sur réseaux à ce domaine.



## Chapitre 2

# Canaux d'irrigation à surface libre

## 2.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de décrire la catégorie de systèmes sur lesquels on se propose de travailler dans la suite de ce document, c'est-à-dire les systèmes de distribution d'eau et plus particulièrement les canaux d'irrigation à surface libre. On en trouvera une description plus complète dans [43, 26]. Ces systèmes font l'objet d'un nombre croissant de travaux visant à développer diverses stratégies de contrôle automatique, travaux qui s'inscrivent de fait dans la problématique plus globale du contrôle et de la gestion des ressources en eau. L'irrigation constitue sans doute l'usage le plus important de l'eau. Les méthodes de gestion automatique des systèmes de canaux sont un outil indispensable pour éviter les pertes et gaspillages qui étaient générés par les systèmes plus traditionnels.

De nombreux types de contrôleurs ont été développés ou adaptés dans le cadre du contrôle des canaux. Un grand nombre des méthodes utilisées recourent à un modèle plus ou moins complexe de la dynamique de l'écoulement, modèle généralement basé (quoique pas systématiquement) sur les équations de Saint-Venant. Ces équations constituent une approximation des équations de Navier-Stokes, dans le cas d'un écoulement en eaux peu profondes et en considérant l'approximation hydrostatique.

La description des systèmes de canaux d'irrigation à surface libre recouvre un grand nombre de domaines importants pour leur connaissance : la structure même des canaux, les lois régissant les écoulements qui leur sont particuliers, la description des ouvrages d'interconnexion de bief, ainsi que quelques éléments des problématiques de contrôle automatique qui constituent l'axe majeur des travaux de recherches concernant les canaux d'irrigation.

## 2.2 Généralités sur les canaux d'irrigation

### 2.2.1 Types de canaux

Les réseaux de distribution d'eau peuvent présenter de grandes différences entre eux, aussi l'habitude a été prise de les séparer en plusieurs catégories suivant leurs caractéristiques. On distingue tout d'abord les canaux naturels de ceux créés par l'homme. Les canaux naturels (voir Fig. 2.1) regroupent un grand nombre de types de cours d'eau, tels que

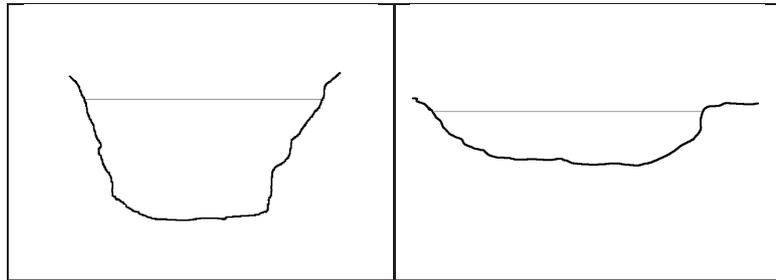


FIG. 2.1 – Canaux naturels.

rivières, fleuves, torrents, etc... Ils se caractérisent par des géométries très irrégulières au sein desquelles il est souvent difficile d'appliquer de façon réaliste les lois classiques de l'hydrodynamique. Les canaux artificiels (voir Fig. 2.2), eux, présentent des géométries beaucoup plus régulières qui facilitent le travail de modélisation. Il existe également des canaux couverts (entièrement fermés) ou découverts, où la surface de l'eau est exposée à l'air libre.

Une partie importante des systèmes de distribution d'eau artificiels est constituée de réseaux sous pression, où l'eau peut se déplacer d'une partie à l'autre du réseau aussi bien de par des différences de pression appliquées par des stations de pompage que par l'action de la gravité. Ces systèmes sont composés de tuyaux fermés reliés entre eux. Toutefois, ce type de réseau n'est pas celui qui nous intéresse.

Les systèmes que nous allons traiter sont des canaux découverts à surface libre soumise à la pression atmosphérique. L'écoulement a lieu uniquement sous l'effet de la force de gravité. Ces canaux sont constitués d'un ensemble de sections appelées biefs, séparés par divers types d'ouvrages : vannes immergées, déversoirs... Le terme de section peut, selon le contexte, désigner un bief ou alors la section latérale (ou section mouillée) du canal à une position donnée de son parcours (voir Fig. 2.4).

### 2.2.2 Grandeurs caractéristiques des canaux :

- Section mouillée (surface mouillée)  $S$  : c'est la portion de la section transversale du canal qui est occupée par le liquide. Si le canal possède une pente constante et longitudinale

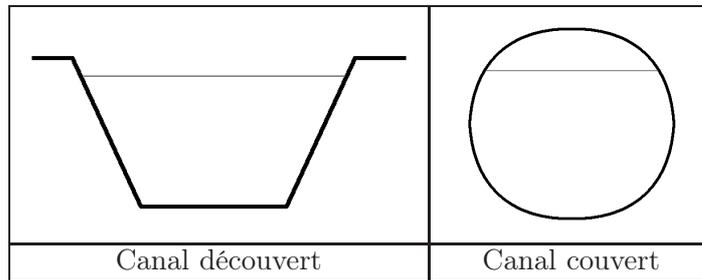


FIG. 2.2 – Canaux artificiels.

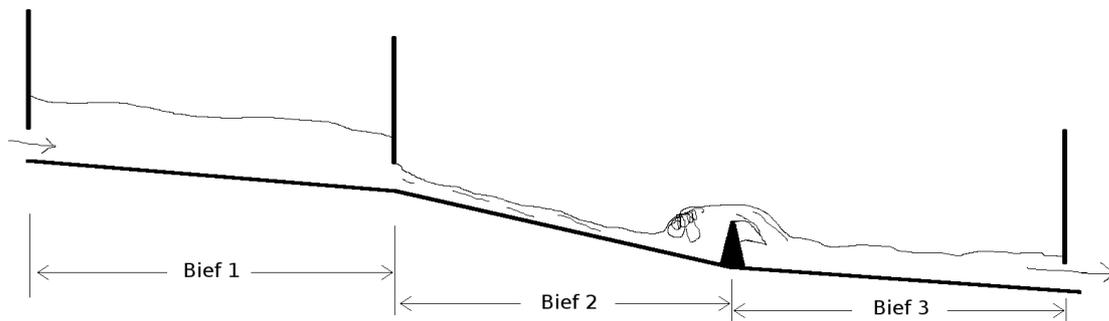


FIG. 2.3 – Exemple de canal à surface libre multi-biefs.

ainsi qu'une rugosité et une section constantes, on parle alors de canal prismatique.

- Largeur du canal  $B$  : la largeur du canal au niveau de la surface libre.
- Périmètre mouillé  $P$  : la longueur de la ligne de contact entre le liquide d'une part, et les berges et le fond du canal d'autre part.
- Rayon hydraulique  $R_h$  : le rapport entre la section mouillée  $S$  et le périmètre mouillé  $P$  :  $R_h = S/P$ .
- Profondeur hydraulique  $D_h$  : le rapport entre la section mouillée  $S$  et la largeur du canal  $B$  :  $D_h = S/B$ .
- Profondeur/hauteur d'eau  $h$  : la profondeur maximale atteinte par l'eau sur une section donnée du canal.
- Tirant d'eau  $y$  : la distance entre la surface et le fond du canal.
- Pente  $I$  du canal : on a  $I = \sin\alpha$ , où  $\alpha$  est l'angle d'inclinaison de l'axe du canal par rapport à l'horizontale. Il est à noter que la pente étant fréquemment faible, on utilise souvent l'approximation  $I = \alpha$ .

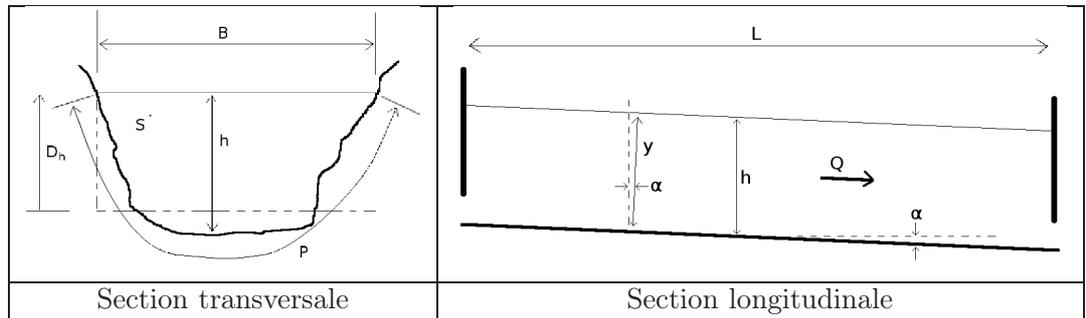


FIG. 2.4 – Section mouillée et section longitudinale (bief).

- Rugosité : dans les modèles mathématiques utilisés pour décrire les écoulements au sein des canaux, les effets de la friction du fond et des parois du canal sont généralement pris en compte au travers d'un terme de frottement dont le calcul s'effectue suivant des formules plus ou moins empiriques qui seront discutées plus en détail dans la partie de ce chapitre consacrée à la modélisation par les équations de Saint-Venant. Chacune donne lieu à la définition d'un coefficient différent exprimant la rugosité des parois d'une section donnée de canal. Il existe ainsi les coefficients de Manning, de Strickler, de Chézy, etc...
- Masse et poids volumiques : on note la masse volumique de l'eau  $\rho_w$ , et son poids volumique  $\gamma_w = g \cdot \rho_w$ , où  $g$  est la gravité.
- Débit  $Q$  : le volume d'eau passant à travers une section donnée du canal à chaque unité de temps.
- Vitesse  $v$  : la vitesse en un point donné, soit la vitesse de la particule passant en ce point à un instant  $t$ .
- Vitesse moyenne  $V$  : la moyenne des vitesses existantes en tous les points d'une section donnée du canal, avec  $V = Q/S = \frac{\iint v \cdot ds}{S}$
- Pression hydrostatique : dans un liquide au repos, la pression  $p$  appliquée en un point  $P$  ne varie pas en fonction de l'orientation de la facette considérée. La pression est exprimée en Pascal. En général, on considère la pression relative :  $p = 0$  en surface, et  $p = \gamma_w \cdot h$  en un point  $P$  de profondeur  $h$ .

Le mode de calcul de ces paramètres dans le cas de divers types de géométrie pour le canal est donné dans la Fig. 2.5.

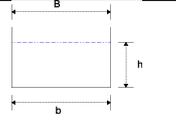
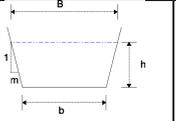
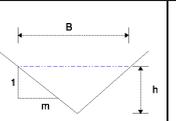
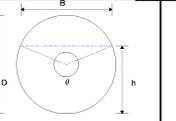
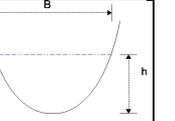
					
Surface S	$bh$	$(b + mh)h$	$mh^2$	$\frac{D^2}{8}(\theta - \sin\theta)$	$\frac{2}{3}Bh$
Périmètre mouillé P	$b + 2h$	$b + 2h\sqrt{1 + m^2}$	$2h\sqrt{1 + m^2}$	$\frac{1}{2}\theta D$	$B + \frac{8}{3}\frac{h^2}{B}$
Rayon Hydraulique $R_h$	$\frac{bh}{b+2h}$	$\frac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}}$	$\frac{mh}{2\sqrt{1+m^2}}$	$\frac{D}{4}\left[1 - \frac{\sin\theta}{\theta}\right]$	$\frac{2B^2h}{3B^2+8h^2}$
Largeur B	$b$	$b + 2mh$	$2mh$	$\frac{\sin\theta}{2D}$ ou $2\sqrt{h(D-h)}$	$\frac{3}{2}\frac{S}{h}$
Profondeur Hydraulique $D_h$	$h$	$\frac{(b+mh)h}{b+2mh}$	$\frac{1}{2}h$	$\frac{\left[\frac{\theta - \sin\theta}{\sin\theta/2}\right]D}{8}$	$\frac{2}{3}h$

FIG. 2.5 – Éléments géométriques, tirés de [43, 26]

On définit également les notions suivantes :

- Ligne de courant : c'est une courbe tangente en chacun de ses points  $P$  au vecteur vitesse en ce point. L'équation d'une ligne de courant est donc :  $\vec{v} \wedge d\vec{P} = \vec{0}$ .
- Tube de courant : c'est un volume délimité par deux lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé.

### 2.2.3 Caractérisation d'un écoulement

#### Types d'écoulement

Il existe plusieurs types d'écoulement liés aux variabilités possibles dans le temps et dans l'espace.

- Variabilité dans le temps : on qualifie de *permanent* un écoulement lorsque la vitesse locale  $v$  et la profondeur  $h$  restent constantes au cours du temps, aussi bien en termes de valeur que de direction. En pratique, un écoulement varie toujours au cours du temps, aussi on considèrera un écoulement comme permanent si les variations sont de très faible amplitude, très lentes au cours du temps ou plus généralement négligeables. En l'absence d'un apport latéral, le débit  $Q$  est également constant. Dans le cas d'un écou-

lement permanent, les lignes de courant sont constantes et constituent les trajectoires des particules. A contrario, si la profondeur  $h$  et les autres grandeurs varient au cours du temps, l'écoulement sera qualifié de *non-permanent*.

- Variabilité dans l'espace : on distingue là aussi plusieurs types d'écoulement en fonction des variations de la profondeur  $h$  dans l'espace. On parle d'écoulement *uniforme* si ces variations sont nulles ou négligeables dans les diverses sections du canal. Lorsque l'écoulement est uniforme, la surface libre est parallèle au fond du canal. Si la profondeur  $h$  varie suivant la position considérée dans le canal, on parle au contraire d'un écoulement *non-uniforme* ou *varié*. Quand l'écoulement est non-uniforme, on parle d'écoulement *graduellement* ou *faiblement* varié si les variations de profondeurs restent négligeables sur un "petit" tronçon du canal, et d'écoulement *rapidement* varié si on observe de fortes discontinuités de profondeur. Ces discontinuités adviennent le plus souvent au voisinage d'une singularité, comme un déversoir, un ressaut hydraulique ou un changement brutal de la pente du fond du canal (ou de sa largeur). Le mouvement est dit accéléré si la vitesse du fluide croît dans le sens du courant ou décéléré si elle décroît. Un écoulement varié peut également être aussi bien permanent que non-permanent.

### Régimes d'écoulement

Le régime d'écoulement dépend du rapport entre les différentes forces mises en oeuvre lors du déplacement du fluide : les forces de gravité, d'inertie et de frottement. On calcule pour caractériser l'écoulement deux nombres adimensionnels, le nombre de Reynolds  $Re$  et le nombre de Froude  $Fr$ , qui s'expriment de la façon suivante :

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gD_h}} \quad (2.1)$$

$$Re = \frac{R_h v}{\nu} \quad (2.2)$$

Où  $v$  est la vitesse du fluide et  $\nu$  sa viscosité cinématique. La classification selon le nombre de Froude définit trois régimes d'écoulement possibles suivant la valeur de celui-ci :

- Pour  $Fr < 1$ , on a un écoulement fluvial.
- Pour  $Fr > 1$ , on a un écoulement torrentiel.
- Pour  $Fr = 1$ , on a un écoulement critique.

De façon similaire, le type d'écoulement en présence duquel on se trouve est fonction du nombre de Reynolds. Le point de transition exact n'est toutefois pas très clair et dépend de divers facteurs, dont la géométrie de l'écoulement. On donne donc la répartition suivante de façon indicative :

- Pour  $Re < 2000$ , on a un écoulement laminaire.
- Pour  $Re > 8000$ , on a un écoulement turbulent.
- Pour  $2000 < Re < 8000$ , on a un écoulement de transition.

La principale caractéristique d'un écoulement torrentiel par rapport à un écoulement fluvial est que la vitesse du fluide est essentiellement supérieure à la vitesse de propagation d'une onde dans le fluide : de ce fait, il n'y a pas de phénomène de retour d'onde en régime torrentiel et, dans ce cas, la dynamique du fluide dans une section de canal donnée ne peut dépendre dans ce cas que de ce qui se passe dans les sections situées en amont.

Le caractère turbulent d'un écoulement par rapport à un régime laminaire se traduit par l'existence au sein du fluide de tourbillons et de remous dont les caractéristiques (taille, orientation, localisation...) ne sont pas constantes au cours du temps. Les turbulences apparaissent en fait quand l'énergie cinétique du fluide est trop grande pour être dissipée par un mouvement laminaire. Or, les mouvements de fluide turbulents et à petite échelle permettent une meilleure dissipation de l'énergie.

La Fig. 2.6 montre divers cas d'écoulements correspondant à des types et des régimes d'écoulement différents.

Le nombre de Froude et celui de Reynolds peuvent également s'écrire sous les formes suivantes :

$$Fr = \sqrt{\frac{\rho U^2 / D_h}{\rho g}} \quad (2.3)$$

$$Re = \frac{\rho U^2 / R_h}{\eta U / R_h^2} \quad (2.4)$$

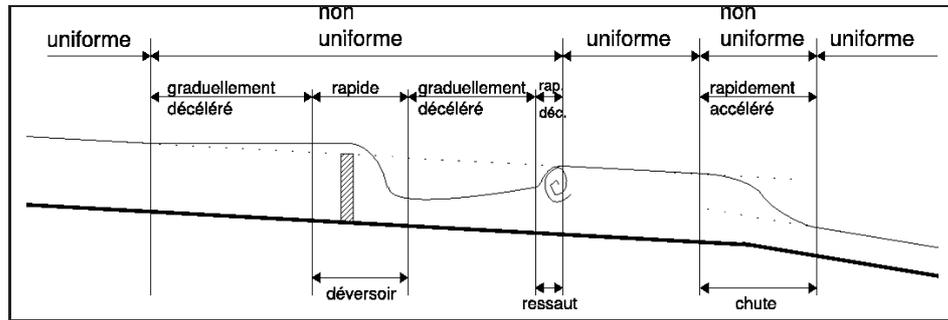


FIG. 2.6 – Écoulements uniformes, permanents et variés.

où  $\eta$  est la viscosité dynamique ( $\eta = \rho \cdot \nu$ ). Sous cette forme, il apparaît que le nombre de Froude représente le rapport entre la force de gravité et la force d'inertie et que le nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces visqueuses et celles d'inertie.

## 2.3 Modélisation des canaux d'irrigation

### 2.3.1 Lois de la mécanique des fluides appliquées au cas des canaux

La dynamique d'un écoulement dans ce type de canaux à surface libre est habituellement décrite par les équations de Saint-Venant [21, 43, 86], un ensemble d'équations aux dérivées partielles non linéaires.

Ces équations constituent un cas particulier d'application des équations de Navier-Stokes, plus générales, qui décrivent le comportement d'un fluide visqueux. Aussi bien pour Navier-Stokes que pour Saint-Venant, il existe deux équations, chacune formalisant une loi de conservation particulière à la mécanique des fluides :

- La loi de conservation de la masse, dont l'équation correspondante est couramment appelée équation de continuité.
- La loi de conservation de la quantité de mouvement, à laquelle correspond l'équation dite dynamique.

Expression des équations de Navier-Stokes :

$$\partial_t \rho + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.5)$$

$$\partial_t(\rho \vec{u}) + \operatorname{div}(\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) + \nabla p - \nabla \cdot \vec{\tau} - \rho \vec{f} = 0 \quad (2.6)$$

Dans cette équation,  $\vec{u}$  désigne la vitesse du fluide en un point donné,  $p$  la pression,  $\rho$  la densité,  $\vec{\tau}$  le tenseur des contraintes visqueuses et  $\vec{f}$  la résultante des forces massiques s'exerçant sur le fluide.

## Équations de Saint-Venant

Pour obtenir les équations de Saint-Venant, il est nécessaire de poser quelques hypothèses qui correspondent aux conditions que l'on rencontre dans les canaux à surface libre. Ces hypothèses sont les suivantes :

- L'écoulement est considéré comme mono-dimensionnel. Ceci est induit par le fait que la largeur du canal est usuellement très faible par rapport à sa longueur.
- On considère également que la profondeur du bief est faible devant sa longueur (hypothèse des eaux peu profondes).
- La densité  $\rho$  de l'eau est constante.
- La pression présente un profil hydrostatique. Cela signifie que la pression à une profondeur donnée  $h$  croît linéairement avec ladite profondeur, la valeur de la pression à la surface étant égale à la pression atmosphérique.

En introduisant ces hypothèses dans les équations de Navier-Stokes, il est possible d'en dériver une formulation des équations de Saint-Venant. Dans [41] par exemple, les auteurs effectuent une analyse asymptotique d'une formulation adimensionnelle des équations de Navier-Stokes dans laquelle les hypothèses ci-dessus ont été introduites, et en déduisent les équations de Saint-Venant visqueuses.

Dans notre cas, nous allons considérer la formulation suivante des équations de Saint-Venant :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q^2/S}{\partial x} + gS \cdot \left( J - I + \frac{\partial h}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.8)$$

pour  $(x, t) \in ]0, L[ \times \mathbb{R}^+$  où  $x$  est la position dans l'espace et  $t$  la variable temporelle. Cette expression des équations de Saint-Venant néglige les forces de friction visqueuse, et l'on y fait l'hypothèse que la pente  $I$  du canal est faible (approximation de  $\sin I$  par  $I$ ). Un terme de frottement  $J$  est également présent.

La formulation ci-dessus utilise comme variables le débit et la section du canal. Il est possible de substituer la vitesse au débit, en utilisant le fait que  $Q = u \cdot S$ . On a alors :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial uS}{\partial x} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial hu^2}{\partial x} + g \cdot h \cdot \left( J - I + \frac{\partial h}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.10)$$

Il est possible d'ajouter aux équations de Saint-Venant un terme exprimant l'existence de gains ou de pertes de masse au sein du bief (par évaporation, infiltration, pluie, etc...). Les équations de Saint-Venant prennent alors la forme suivante, dans le cas d'une formulation en débit :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \left( \frac{gS}{B} - \frac{Q^2}{S^2} \right) + \frac{\partial Q}{\partial x} \cdot \frac{2Q}{S} + gS \cdot (J - I) = k_q \cdot q \cdot \frac{Q}{S} \quad (2.12)$$

où  $q$  exprime la quantité d'eau gagnée (ou perdue) par le système et  $k_q$  un coefficient empirique.

## Expression de la force de frottement

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le terme de friction  $J$ . Nous allons donner ici quelques-unes des plus connues. On citera notamment la formule de Manning-Strickler (issue des travaux de Gauckler, 1868, et Manning, 1889) :

$$J = \frac{Q^2 n^2}{S^2 R_h^{4/3}} \quad (2.13)$$

où  $n$  est le coefficient de Manning. Cette expression est aussi donnée, parfois, en fonction du coefficient de Strickler  $k = 1/n$  (Strickler, 1923).

On notera également l'existence de l'équation de Chézy (établie par Chézy en 1776) :

$$J = \frac{u^2}{C^2 R_h} \quad (2.14)$$

Le coefficient de Chézy  $C$  peut être calculé en fonction de la formule de Bazin :

$$C = \frac{87}{1 + (m_B / \sqrt{R_h})} \quad (2.15)$$

ou de la formule simplifiée de Kutter :

$$C = \frac{100}{1 + (m_k / \sqrt{R_h})} \quad (2.16)$$

Les valeurs des coefficients  $m_B$  et  $m_k$  dépendent de la rugosité du fond et des parois du canal. Cette équation est essentiellement utile dans les cas d'écoulement turbulents rugueux. Toutefois, l'équation de Manning-Strickler est la plus utilisée. Une troisième équation est aussi employée, l'équation de Weisbach-Darcy :

$$J = f \cdot \frac{1}{4R_h} \cdot \frac{u^2}{2g} \quad (2.17)$$

On remarquera que cette équation paraît équivalente à l'équation de Chézy, avec  $C = \sqrt{8g} \sqrt{\frac{1}{f}}$ . En pratique, l'usage de l'équation de Weisbach-Darcy est recommandée pour les canaux à section approximativement circulaire. En effet, l'avantage de cette formulation

est que la définition du coefficient de frottement  $f$  y est analogue à celle que l'on emploie usuellement dans le cas de conduites industrielles circulaires. La valeur de  $f$  peut être alors déduite à partir de méthodes et résultats connus dans ce domaine. On citera notamment le diagramme de Moody-Stunton et la relation de Colebrook-White.

### Équations à l'équilibre

On parle de situation d'équilibre pour un système lorsque celui-ci n'évolue plus au cours du temps. Dans le cadre qui nous intéresse, ceci correspond donc au cas d'un écoulement permanent. L'écoulement est en situation d'équilibre si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \quad (2.19)$$

Dans le cas d'absence de gain ou de perte d'eau (soit  $q = 0$ ), les équations de Saint-Venant se réduisent alors aux expressions suivantes :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} \cdot \left( \frac{gS}{B} - \frac{Q^2}{S^2} \right) + gS \cdot (J - I) = 0 \quad (2.21)$$

Si on prend en compte l'existence de  $q$ , on obtient, toutefois, les deux équations suivantes :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} \cdot \left( \frac{gS}{B} - \frac{Q^2}{S^2} \right) + gS \cdot (J - I) = (k_q - 2) \cdot q \cdot \frac{Q}{S} \quad (2.23)$$

On notera que lorsque  $q$  est nul, dans le cas où les forces de frottement et de gravité s'équilibrent ( $I = J$ ), l'équation dynamique se réduit alors à  $\frac{\partial S}{\partial x} \cdot \left( \frac{gS}{B} - \frac{Q^2}{S^2} \right) = 0$ . Ceci signifie que  $\frac{\partial S}{\partial x} = 0$  ou  $\frac{gS}{B} = \frac{Q^2}{S^2}$ , et on se trouve donc en présence d'une hauteur d'eau constante sur l'ensemble du bief, ce qui correspond à un écoulement uniforme.

## Conditions initiales et conditions aux limites

Ces équations sont complétées par les conditions initiales  $h(x, 0)$  et  $Q(x, 0)$  et par des conditions aux limites.

Dans la définition des conditions aux limites, deux cas se présentent : le cas du régime fluvial, et celui du régime torrentiel. En effet, on a vu que, dans le cas d'un régime torrentiel, l'écoulement à une position donnée n'est pas affecté par ce qui passe en aval de cette position. On doit alors, dans ce cas, fixer deux conditions limites à l'amont, soit une sur le débit et l'autre sur la hauteur d'eau :

$$Q(x = 0, t) = Q_0(t) \quad (2.24)$$

$$h(x = 0, t) = h_0(t) \quad (2.25)$$

Dans le cas du régime fluvial, l'écoulement en un point donné peut être affecté à la fois par ce qui se passe en amont et par ce qui se passe en aval. On doit donc poser une condition limite en amont et une en aval. On a alors pour chacune le choix de la poser sur  $Q$  ou sur  $h$  :

$$Q(x = L, t) = Q_L(t) \text{ ou } h(x = L, t) = h_L(t) \quad (2.26)$$

$$Q(x = 0, t) = Q_0(t) \text{ ou } h(x = 0, t) = h_0(t) \quad (2.27)$$

Ces conditions aux limites sont alors données par les relations établissant la dynamique des ouvrages assurant la connexion entre les différentes sections (ou biefs) du canal.

### 2.3.2 Ouvrages d'interconnexion de biefs

Ces ouvrages ont pour objectif d'assurer la communication entre les différentes sections d'un système hydraulique ou, encore, entre le système et d'autres éléments du réseau de distribution d'eau auquel il appartient (comme ses prises d'eau, d'autres systèmes de canaux ou encore des réseaux sous pression).

En termes de modélisation, ces ouvrages constituent les limites du système et définissent en

conséquence les conditions aux limites qu'il convient d'appliquer à celles-ci. Ces conditions consistent essentiellement en une équation établissant la relation existant entre le débit traversant l'ouvrage et les différents paramètres liés à la géométrie de l'ouvrage, d'une part, et aux caractéristiques de l'écoulement, d'autre part (notamment les hauteurs d'eau en amont et en aval).

Il existe une grande variété de types d'ouvrages, dont la dynamique peut changer en fonction des conditions de l'écoulement. La communication entre deux biefs se fait usuellement au travers de vannes percées dans le mur les séparant. On parle de "vanne de fond" si l'ouverture est très proche du fond du canal, et d'"orifice" s'il y a, au contraire, une distance importante entre l'ouverture et le fond. Dans le cas d'un orifice, si l'ouverture est plus grande que la hauteur d'eau en amont de celle-ci, l'ouvrage est alors un déversoir. Nous allons traiter ici principalement les deux types d'ouvrages qui vont être utilisés dans notre modèle : les vannes de fond fonctionnant en mode noyé, et les déversoirs fonctionnant en mode dénoyé.

### **Vanne de fond**

En mode noyé, les hauteurs d'eau en amont et en aval de la vanne sont supérieures à l'ouverture de la vanne. La relation définissant le débit en fonction des divers paramètres de l'ouvrage et de l'écoulement est alors la suivante [1] :

$$Q = \alpha \cdot B \cdot O \sqrt{2g(h_{up} - h_{down})} \quad (2.28)$$

En mode dénoyé, la hauteur d'eau en aval de la vanne est inférieure à l'ouverture de vanne. On est en régime torrentiel et le débit ne dépend plus que de la hauteur d'eau amont. On emploie alors la relation ci-après :

$$Q = B \cdot \sqrt{2g} \left( \alpha_1 h_{up}^{3/2} - \alpha_2 (h_{up} - O)^{3/2} \right) \quad (2.29)$$

Dans les deux formules ci-dessus, les quantités  $\alpha$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont des coefficients empiriques dépendant des caractéristiques de la vanne et généralement obtenus par calibration.

## Déversoir

Un déversoir fonctionnant en mode dénoyé peut être comparé à une chute d'eau : la hauteur d'eau en amont est significativement supérieure à la hauteur d'eau en aval de la vanne. Voici l'équation établissant le débit de ce type d'ouvrage [1] :

$$Q = \alpha \cdot B \cdot \sqrt{2g} \Delta h^{3/2} \quad (2.30)$$

Où  $\Delta h$  est la différence entre la hauteur d'eau juste avant le déversoir et la hauteur du déversoir.

En mode noyé, on observe une chute de la hauteur d'eau au niveau du déversoir, mais la hauteur d'eau après passage du déversoir reste supérieure à la hauteur de celui-ci.

$$Q = \alpha \cdot B \cdot \sqrt{2g} \Delta h_{up}^{1/2} \Delta h_{down} \quad (2.31)$$

Dans cette équation,  $\Delta h_{up}$  désigne la différence entre hauteur d'eau en amont du déversoir et hauteur du déversoir.  $\Delta h_{down}$  désigne la différence entre hauteur d'eau en aval et hauteur du déversoir.

### 2.3.3 Méthodes de modélisation

Les équations de Saint-Venant posées dans le paragraphe précédent forment le fondement de la plupart des techniques de modélisation des canaux d'irrigation à surface libre et en eaux peu profondes. De nombreuses approches différentes sont toutefois possibles, soit en se basant sur les équations de Saint-Venant, soit en s'en éloignant. Nous listons ci-après un certain nombre de méthodes de modélisation connues (voir [89]) :

- Les modèles basés sur les équations de Saint-Venant :
  - Approches analytiques : elles nécessitent une géométrie homogène et l'utilisation d'outils mathématiques complexes. Deux méthodes sont possibles : le modèle non-linéaire, où on utilise directement les équations de Saint-Venant (voir par exemple [24, 60]), et le modèle linéarisé, où on procède préalablement à la linéarisation de ces équations.

tions (voir par exemple [144, 11, 24, 60]. Ces approches sont complexes et plutôt peu utilisées.

- Approches par discrétisation : ces méthodes consistent à appliquer un schéma numérique (le plus connu étant le schéma de Preissman) aux équations de Saint-Venant et à les discrétiser. Elles sont donc qualifiées d'ordre fini par opposition aux précédentes, d'ordre infini. On peut utiliser pour cela aussi bien la forme usuelle non linéarisée des équations de Saint-Venant [79, 103] que la forme linéarisée [71, 78], mais il existe des contraintes différentes pour ces deux cas. La méthode non-linéarisée est très précise, peut être appliquée à toutes sortes de canaux et simplifie la conception du contrôleur. En revanche, la non-linéarité réduit néanmoins le spectre des théories de contrôle utilisables, et le modèle ne peut être utilisé que dans le cas d'écoulements sub-critiques. L'approche linéarisée induit un modèle d'états qui permet d'utiliser certaines méthodes de contrôle interdites par l'approche non-linéaire (notamment les contrôleurs optimaux LQ).
- Approches par fonction de transfert : elles consistent à partir des modèles linéarisés précédents pour obtenir une fonction de transfert linéaire d'ordre infini [8, 7, 76]. On conserve les caractéristiques d'un système à paramètres distribués, mais ce modèle ne peut fonctionner que dans le cas d'un écoulement uniforme et pour un système homogène. On peut également utiliser une version discrétisée des équations de Saint-Venant, auquel cas on a un modèle de dimension finie [111, 115, 114, 88].
- Modèles sous forme hamiltonienne à ports : ces modèles se basent sur un bilan d'échange d'énergie. Une application sur les écoulements multi-dimensionnels à surface libre gouvernés par les équations de Saint-Venant a été réalisée [45, 46, 47].
- Les modèles non basés sur les équations de Saint-Venant :
  - Modèles par réseaux de neurones : ces méthodes ont été testées pour la modélisation de canaux d'irrigation, comme pour d'autres domaines, sans beaucoup de succès jusqu'à présent. La phase d'identification est difficile et coûteuse. On se référera à [127, 128] comme exemples de travaux sur ces modèles.
  - Modèles flous : ce type de modèle permet de fournir facilement un modèle non linéaire

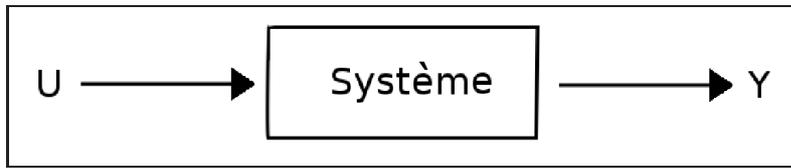


FIG. 2.7 – Représentation schématique d’un système soumis à un processus de contrôle.

du système (voir [10, 139, 121, 122]). La qualité de ces modèles est toutefois moindre que celle des systèmes précédents.

- Modèles par réseau de Pétri : leur avantage est qu’ils permettent de réutiliser de nombreuses techniques et outils testés et validés pour des systèmes similaires aux canaux d’irrigation (voir par exemple [25]).

## 2.4 Contrôle des canaux

Le contrôle des canaux d’irrigation à surface libre pose en réalité plusieurs problématiques, que nous allons évoquer brièvement. Il existe des choix à effectuer sur le type de variable que l’on désire contrôler, la logique du contrôle que l’on veut appliquer, la stratégie de contrôle que l’on va mettre en oeuvre, etc...

En théorie du contrôle, on représente le système à contrôler sous la forme présentée dans la Fig. 2.7. Dans cette figure,  $U$  représente l’ensemble des variables d’action sur le système, c’est-à-dire les variables dont l’opérateur peut fixer la valeur à son gré afin d’appliquer une commande au système, tandis que  $Y$  représente l’ensemble des variables contrôlées du système, celles auxquelles on souhaite imposer une valeur ou un intervalle de valeurs par le biais d’une consigne, mais que l’on ne peut manipuler qu’indirectement via la commande  $U$  et la réponse du système à cette commande.

### 2.4.1 Variables

Dans le cas des canaux d’irrigation, les variables d’action utilisées sont usuellement des ouvertures de vanne ou d’orifice.

Les variables contrôlées potentielles sont principalement au nombre de trois :

- Débit : L'avantage de contrôler cette variable est que le débit correspond à la quantité exprimant directement les besoins des utilisateurs finaux de la ressource. En réalité, la plupart des autres types de contrôle, portant sur d'autres variables, reviennent à contrôler indirectement un débit. On parle donc de contrôle en débit lorsque le débit est utilisé de façon directe comme variable de contrôle.
- Volume : Contrôler un volume revient à contrôler un débit, mais avec une sensibilité moindre aux perturbations et un temps de réponse plus long. C'est également utile lorsque l'on souhaite conserver une réserve d'eau.
- Hauteur d'eau : La hauteur d'eau, ou cote, constitue sur un canal la mesure la plus simple à effectuer, et c'est pourquoi il s'agit de la variable la plus utilisée. Dans la plupart des cas, on a également équivalence entre contrôle en cote et contrôle en débit, en raison du fait que le débit est généralement proportionnel à la hauteur d'eau. Certaines contraintes supplémentaires (risques de débordements, prises d'eau latérales, etc...) peuvent aussi être prises en compte de façon simple via un contrôle en cote.

Si on se place dans le cas d'un contrôle en cote, la cote contrôlée peut être mesurée en plusieurs endroits du bief considéré, les deux cas limites étant les mesures aux extrémités amont et aval de la section. On notera tout d'abord que suivant le débit effectif en aval, la hauteur d'eau pourra être parallèle au fond du canal (si le débit est maximum), ou au contraire sera horizontale (si le débit est nul). Il en résulte des conséquences différentes en fonction du point de mesure de la cote contrôlée.

Dans le cas d'une mesure prise en amont, la hauteur d'eau correspondant à un débit nul sera supérieure à celle correspondant au débit maximum, ce qui a deux conséquences : premièrement, il faut impérativement que les berges du canal soient horizontales, ce qui est exigeant en termes de travaux de génie civil à mettre en oeuvre. Deuxièmement, on dispose également d'un stock d'eau en cas de période suffisamment prolongée de faible consommation, ce qui présente de nombreux avantages et permet notamment de répondre plus facilement à des demandes imprévues.

Dans le cas d'une mesure prise en aval, la hauteur d'eau correspondant à un débit nul sera inférieure à celle correspondant au débit maximum. Cela permet d'avoir des berges

parallèles au fond du canal, mais empêche évidemment de constituer des stocks d'eau.

Il existe des solutions intermédiaires. La plus simple consiste à mesurer la cote contrôlée en un point intermédiaire entre les deux extrémités, ce qui permet d'avoir un compromis entre les deux cas précédents. Il est également possible d'effectuer le contrôle en se basant sur plusieurs mesures en plusieurs points du canal.

Un autre choix important est celui de la position relative de la mesure et de l'action de contrôle. On parle ainsi de commande par l'aval lorsque l'action de contrôle imposée à une vanne est fonction de la mesure effectuée dans le bief situé immédiatement en aval de cette vanne, et de commande par l'amont lorsque la mesure est effectuée dans le bief situé en amont de la vanne. Si l'action est fonction de mesures effectuées dans les deux biefs, on dit que la commande est mixte. La commande par l'aval a l'avantage de permettre directement une commande en débit, ce qui n'est pas le cas de la commande par l'amont.

### 2.4.2 Logiques de contrôle

On considère généralement qu'il existe deux grandes catégories de logiques de contrôle, en fonction du type d'information utilisé pour fixer la valeur de la commande  $U$ .

Il est possible d'utiliser comme information l'écart entre la valeur des variables contrôlées  $Y$  et les consignes correspondantes  $Y_c$ . Les perturbations  $P$  affectant le système sont alors prises en compte indirectement, à travers les variations de  $Y$ . On parle alors de contrôle en boucle fermée. Un schéma de ce type de contrôle est donné dans la Fig. 2.8.

Toutefois, il est parfois possible de pouvoir prédire à l'avance quelles seront les perturbations qui toucheront le système. Dans ce cas, on peut déterminer la commande en fonction de l'estimation  $\hat{P}$  des perturbations. On parle alors de contrôle en boucle ouverte. Le schéma correspondant est donné dans la Fig. 2.9. Ce type de contrôle est pertinent lorsque les systèmes considérés peuvent présenter des phénomènes de retard important : les perturbations sont alors répercutées tardivement dans la valeur des variables contrôlées mais il est de beaucoup préférable d'en tenir compte pour la détermination de la commande bien avant que leurs effets deviennent visibles, ce que permet la logique de la boucle ouverte.

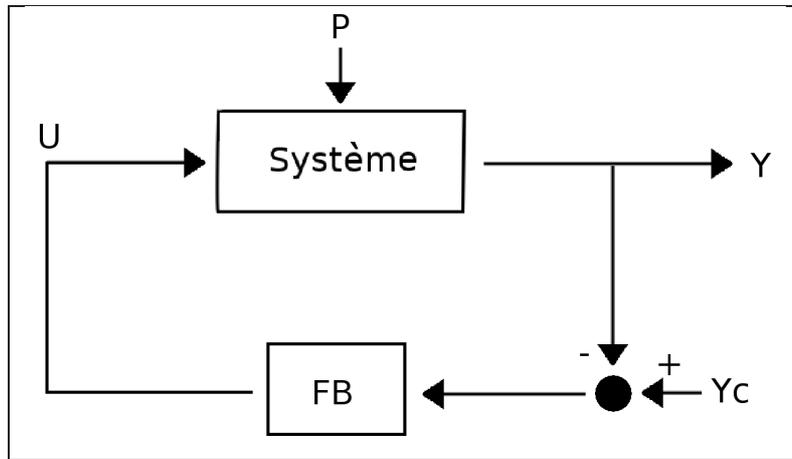


FIG. 2.8 – Contrôle en boucle fermée.

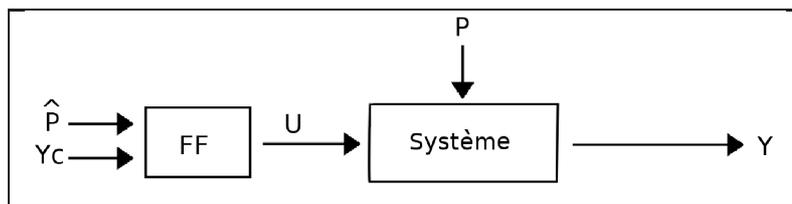


FIG. 2.9 – Contrôle en boucle ouverte.

Les canaux d'irrigation constituent typiquement l'un de ces cas.

Les deux logiques présentent chacune des avantages et des inconvénients, raison pour laquelle on utilise très souvent une combinaison entre les deux, conformément par exemple au schéma présenté dans la Fig. 2.10. Dans le cas des canaux d'irrigation, la boucle ouverte donne notamment la possibilité de gérer par exemple de fortes variabilités au cours du temps des besoins en eau, préalablement connues, tandis que la boucle fermée permet de corriger les erreurs induites par des perturbations imprévisibles.

### 2.4.3 Méthodes de contrôle

Les méthodes de contrôles sont généralement rangées en deux classes : les méthodes mono-variables et les méthodes multi-variables.

Dans le cas d'une méthode mono-variable, on considère un bief unique délimité par deux

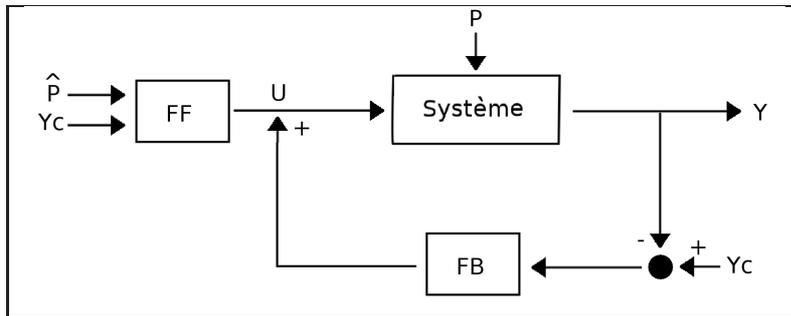


FIG. 2.10 – Contrôle avec combinaison des logiques de boucle ouverte et fermée.

ouvrages : une vanne en amont, dont l'ouverture constitue l'action de contrôle, et un déversoir en aval, dont le débit constitue la variable contrôlée. Il s'agit donc d'un système à une entrée et une sortie (SISO).

Les premières méthodes multi-variables portaient sur des systèmes constitués d'un seul bief délimité par deux vannes, soit deux entrées pour une sortie (MISO). Ensuite, des méthodes ont été proposées pour le contrôle de systèmes multi-biefs, à plusieurs entrées pour plusieurs sorties (MIMO).

Historiquement, les premières méthodes proposées ont été les suivantes, dans le cadre du contrôle mono-variable :

- Méthodes heuristiques : elles sont souvent empiriques, et non basées sur la théorie du contrôle. Ces méthodes nécessitent d'être paramétrées sur le système réel ou à défaut sur une modélisation suffisamment exacte de celui-ci. Il n'existe pas d'outils mathématiques capables d'analyser leurs performances. On verra par exemple [110].
- Contrôleurs PID : abréviation courante pour parler d'un contrôleur Proportionnel, Intégral, Différentiel. Un tel contrôleur applique une action qui dépend de la valeur de la variable contrôlée (proportionnel), de son intégrale (intégral) et de sa dérivée (différentiel). Ces méthodes sont fréquemment utilisées, souvent sous la forme plus simple d'un contrôleur PI ou même simplement Proportionnel.

Ces méthodes présentent néanmoins des défauts, dont notamment l'absence de prise en compte des phénomènes de retard, caractéristiques des canaux d'irrigation. D'autres méthodes ont donc été proposées :

- Contrôleurs PIR : ces contrôleurs résultent de l'addition d'un prédicteur de Smith à un contrôleur PI, ce qui permet de prendre en compte les phénomènes de retard [119, 27, 111, 112].
- Placement de pôles : d'autres contrôleurs linéaires peuvent être adaptés, qui utilisent des fonctions de transfert d'ordre élevé que l'on paramètre ensuite par placement de pôles [106].
- Contrôle prédictif : ces méthodes sont basées sur la minimisation d'un critère et agissent sur la variable d'action de contrôle et l'écart entre la valeur réelle de la variable contrôlée et sa valeur désirée [113, 109, 12, 103]. Elles peuvent être intégrées au sein de contrôles en boucle ouverte ou fermée, et utiliser aussi bien des modèles d'états que des modèles de transfert [101].
- Commande neuronale, commande floue, etc : de nombreuses méthodes alternatives ont été testées, basées sur des méthodes aussi diverses que la commande floue [10, 139, 121, 122], les réseaux de neurones [84, 128] et algorithmes génétiques.

Dans le cas du contrôle d'un système composé de plusieurs biefs, il est possible d'étendre ces méthodes en utilisant simplement en parallèle plusieurs contrôleurs mono-variables chacun associé à un bief. Dans ce cas, l'interaction entre les biefs est cependant mal prise en compte, ce qui a mené à l'utilisation de méthodes de contrôle multi-variables. Les méthodes développées dans le cadre de l'approche mono-variable peuvent être adaptées au cas du contrôle multi-variable : on retrouve ainsi des contrôleurs PID multi-variables [77], les méthodes par placement de pôles [76, 108], la commande prédictive [28], etc...

Mais d'autres types de commandes plus spécifiques au cas multi-variable ont également été développés :

- Inversion de modèle : différentes méthodes par inversion de modèle sont décrites dans la littérature, menant en général à des systèmes en boucle ouverte [44, 32, 38, 33, 8], ou plus rarement en boucle fermée [79]. Elles sont basées sur un modèle non-linéaire d'ordre fini, dont l'inversion entraîne très souvent l'apparition de comportements oscillatoires. Des coefficients pondérateurs doivent être introduits dans le modèle et paramétrés par essai et erreur.

- Commande robuste : des approches par contrôle robuste ont été testées par plusieurs auteurs [114, 143, 142, 99, 102, 75, 145, 85]. Elles sont intéressantes de par le fait que les systèmes de canaux sont fréquemment soumis à de très fortes perturbations, et que les modèles utilisés génèrent aussi des erreurs liées notamment à la non-linéarité.
- Méthodes d’optimisation : il existe une grande variété de méthodes d’optimisation, dont par exemple l’optimisation linéaire [83] ou non-linéaire [6, 3, 153, 34], la commande LQR [39, 97, 82, 2, 134, 61, 100, 116], la commande LQG, les méthodes de commande par collocation [40], par platitude [105]...
- Commande par modèle interne : une structure de contrôle frontière par modèle interne a été testée [129, 94, 133, 132, 146, 147]. Sa faisabilité a été montrée dans les cas mono-bief et multi-biefs, grâce notamment à des expérimentations sur le micro-canal de l’ESISAR à Valence.
- Méthode par extension de la notion de platitude : une application de cette méthode au cas particulier de la régulation des canaux a été réalisée sur la base du modèle d’EDP linéarisées de Saint-Venant par Zambettakis et al [154].

## 2.5 Conclusion

L’objet de ce chapitre était de présenter rapidement les techniques existantes de modélisation et de contrôle des canaux d’irrigation, ceci afin de situer le contexte dans lequel se situe cette thèse.

Le chapitre suivant va exposer le modèle alternatif basé sur la méthode de Boltzmann sur réseaux que nous avons développé pour la simulation de canaux d’irrigation.

## Chapitre 3

# Modélisation de canaux par la méthode de Boltzmann sur réseaux : description et implémentation

La spécificité de ce travail réside en l'adaptation d'un modèle de Boltzmann sur réseau (LB) à la modélisation de système de canaux d'irrigation à surface libre. Le modèle que nous allons présenter a déjà été décrit en grande partie dans nos précédentes publications [92, 93]. L'objet de ce chapitre est donc dans un premier temps d'énoncer les variantes du modèle de Boltzmann sur réseau permettant de simuler un écoulement à surface libre.

Dans un second temps, nous allons exposer le modèle LB développé dans l'objectif de la simulation de canaux. Nous allons pour cela développer la façon dont on a utilisé le modèle bi-fluide de Shan-Chen existant [117, 118, 95] que l'on décrira en début de chapitre ainsi que la méthodologie de son adaptation au problème du canal. Nous aborderons également le traitement des diverses méthodes de modélisation des vannes situées aux extrémités du système.

### **3.1 Ecoulements à surface libre par la méthode de Boltzmann sur réseaux : modèles existants**

L'objet de cette section est de donner un aperçu des modèles LB existants qui modélisent une surface libre. Il existe principalement trois approches distinctes. La première consiste à simuler plusieurs fluides distincts au sein du même réseau, dont les interactions réciproques amènent à une séparation spontanée des phases et à la formation de la surface libre. La seconde consiste à simuler un seul fluide et considérer la surface libre comme une sorte de condition aux limites mouvante, gérée par des règles distinctes, la partie non-fluide du réseau n'étant pas simulée. La troisième change totalement de perspective et considère la densité locale au sens LB de chaque cellule comme étant l'expression d'une hauteur d'eau et non d'une densité de fluide. La dimension verticale n'est alors pas simulée. Ces trois types de modèles vont être traités ci-après.

#### **3.1.1 Modèle bi-fluide de Shan et Chen [95, 117, 118]**

Ce modèle considère plusieurs fluides distincts supposés immiscibles. Nous allons ici détailler le cas bi-fluide, qui est celui qui a été utilisée dans le cadre de ce travail. Chacun

de ces deux fluides obéit à une dynamique LB, mais ces dynamiques sont couplées : on établit entre ces deux fluides une force d'interaction répulsive qui va les forcer à se séparer et former deux phases distinctes dont la frontière constituera la surface libre.

Ce modèle est issu initialement des travaux de Shan et Chen. On définit pour chaque site du réseau deux types de populations notées  $R_i(\vec{r}, t)$  et  $B_i(\vec{r}, t)$ , qui décrivent les fluides appelés respectivement rouge et bleu. L'expression traditionnelle des densités et vitesses locales est alors modifiée comme suit :

$$\rho_R(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z R_i(\vec{r}, t) \quad , \quad \rho_B(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z B_i(\vec{r}, t) \quad (3.1)$$

$$u \cdot \left( \frac{\rho_R}{\tau_R} + \frac{\rho_B}{\tau_B} \right) = \frac{j_R}{\tau_R} + \frac{j_B}{\tau_B} = \frac{1}{\tau_R} \cdot \sum_{i=0}^z \vec{v}_i R_i(\vec{r}, t) + \frac{1}{\tau_B} \cdot \sum_{i=0}^z \vec{v}_i B_i(\vec{r}, t) \quad (3.2)$$

$$f_i(\vec{r} + \Delta_r, t + \Delta_t) = f_i(\vec{r}, t) - \frac{1}{\tau} (f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)) + m_i \frac{\Delta_t}{v^2 C_2} \vec{v}_i \cdot F \quad (3.3)$$

En premier lieu, on notera que dans le cas du modèle de Shan-Chen cette équation est appliquée à chaque fluide séparément. Pour un modèle bi-fluide, par exemple, la variable  $f_i$  sera donc remplacée par  $R_i$  ou  $B_i$  en fonction du fluide considéré. Le temps de relaxation est également distinct pour les deux fluides : les deux temps de relaxation sont appelés  $\tau_R$  et  $\tau_B$ .

Pour obtenir la séparation des deux fluides en deux phases distinctes, on introduit entre eux une force d'interaction afin de simuler une répulsion mutuelle entre les particules de fluides différents. Il en résulte l'existence d'une tension de surface entre les deux fluides.

On définit tout d'abord le potentiel d'interaction entre deux sites distincts, définis par leurs positions  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  sur le réseau :

$$V(\vec{r}, \vec{r}') = G_{RB}(\vec{r}, \vec{r}') \psi^R(\vec{r}) \psi^B(\vec{r}') \quad (3.4)$$

où  $\psi^R = f_R(\rho_R(\vec{r}))$  est une fonction de la densité locale. La force d'interaction agit uniquement entre deux cellules suffisamment proches, ce que l'on exprime par l'équation suivante :

$$G_{RB}(\vec{r}, \vec{r}') = \begin{cases} 0, & |\vec{r} - \vec{r}'| > c \\ \zeta_{RB} & |\vec{r} - \vec{r}'| \leq c \end{cases} \quad (3.5)$$

$\zeta_{RB}$  est donc le paramètre du modèle qui définit l'importance de l'interaction entre les deux composants  $R$  et  $B$ . En pratique, la distance maximum d'interaction  $c$  est fixée de telle sorte que seuls les voisins immédiats d'une cellule donnée soient pris en compte (soit huit sites dans le cas d'un réseau D2Q9, par exemple). La force d'interaction effective induite par le potentiel  $V(\vec{r}, \vec{r}')$  qui va agir sur les particules situées au site  $\vec{r}$  s'exprime alors (dans le cas, par exemple, du fluide  $R$ ) :

$$F_R(\vec{r}, t) = -\psi^R(\vec{r})\zeta_{RB} \sum_{i=0}^z \psi^B(\vec{r} + \vec{v}_i)\vec{v}_i \quad (3.6)$$

Cette force d'interaction est ensuite introduite dans la dynamique LB sous la forme d'une variation du moment  $j = \rho u$  sur le site considéré.

Un exemple de simulation du modèle de Shan Chen est montré dans la Fig. 3.1. Dans cette figure, on représente la différence de densité entre fluide rouge et fluide bleu pour chaque site du réseau. Les zones rouges correspondent donc à des sites où le fluide rouge est majoritaire et les zones bleues des sites où le fluide bleu est majoritaire. On peut donc se rendre compte de l'évolution au cours du temps de la répartition respectives des populations des deux fluides, sachant que le réseau a été initialisé avec une densité uniforme pour chacun des deux fluides. On constate sans surprise qu'il y a séparation progressive en deux phases, d'abord de façon assez localisée sous forme de grumeaux, jusqu'à formation de deux phases bien distinctes.

### 3.1.2 Méthode mono-fluide à surface libre

Contrairement au cas précédent, ce type de modèle utilise un seul fluide. En réalité, on cherche ici à modéliser un système bi-fluide, mais où la différence de densité entre les deux fluides permet de négliger la dynamique du fluide le plus léger (notamment dans le cas de systèmes liquide/gaz). Un site est alors caractérisé par son état : fluide, vide, ou interfaciel. Les sites considérés comme contenant le fluide sont traités selon les règles normales d'un

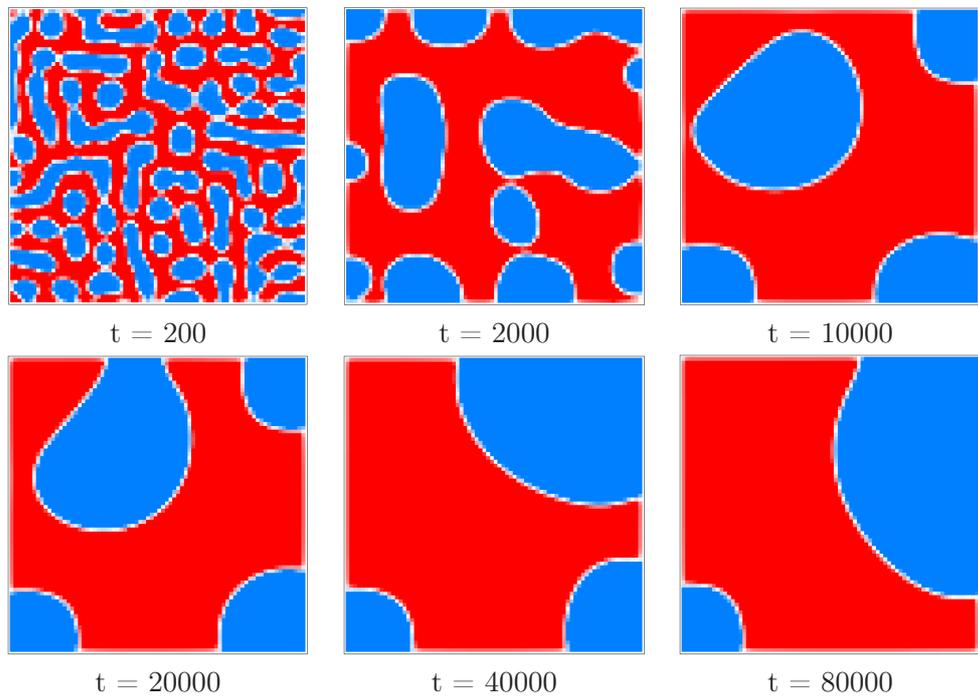


FIG. 3.1 – Séparation des phases lors d’une simulation avec le modèle de Shan-Chen, lorsque le réseau est initialisé avec une densité identique et uniforme sur le réseau pour chacun des deux fluides.

fluide LB. Les sites "vides" constituent la phase gazeuse et ne se voient pas appliqués la dynamique LB. Les sites d'interface, eux, assurent la séparation entre les deux phases et sont caractérisés par leur fraction volumique de fluide  $\epsilon$ , une variable additionnelle qui détermine la proportion de fluide qu'ils contiennent. Cette quantité vaut logiquement 0 pour les sites vides, et 1 pour les sites de fluide. Du fait du non-traitement de la phase gazeuse, il n'y a aucun échange de fonctions de distribution entre fluide et gaz au sein des cellules d'interfaces.

Le passage d'un site d'un état à un autre s'effectue selon des règles précises. Il n'est notamment pas possible de passer directement de l'état fluide à l'état gazeux ou inversement : il n'existe que des transitions gaz/interface et fluide/interface. Une cellule de type fluide passe à l'état d'interface lorsqu'un site interfaciel appartenant à son voisinage passe à l'état gazeux. Une cellule d'interface passe à l'état gazeux lorsque sa fraction de fluide tombe en-dessous de zéro, ou à l'état fluide si elle atteint 1 ou plus. Si une cellule de fluide est créée, alors de nouvelles cellules d'interfaces sont également créées à partir des cellules gazeuses voisines, dont les fonctions de distributions sont extrapolées à partir de celles des cellules voisines. Les variations de la fraction de fluide qui amènent les changements d'états des cellules sont dues aux transferts de matière liés à la propagation des fonctions de distribution entre cellules d'interface et cellules de fluide.

L'extrapolation des fonctions de distribution manquantes sur les sites d'interface est l'un des points les plus importants du modèle. Plusieurs méthodes ont été développées. Une méthode par échange de moment a été proposée par Koerner et al [72, 73]. Elle consiste à utiliser la connaissance de la pression exercée par le gaz sur l'interface (pression qui constitue un paramètre du modèle) pour calculer les fonctions de distributions manquantes de façon à équilibrer les pressions exercées respectivement par le fluide et le gaz sur l'interface. Avant cela, Ginzburg et al ont proposé une méthode basée sur une reconstruction des fonctions de distribution inconnues par une analyse de Chapman-Enskog [42]. Cette méthode nécessite la résolution d'un système linéaire, ce qui la rend assez complexe et lourde. Il est également nécessaire d'effectuer un calcul de la courbure de l'interface.

Il est à noter que si les mécanismes ci-dessus gèrent convenablement la dynamique d'une

"bulle" liquide isolée au sein du gaz et de l'interface liquide/gaz de cette bulle, d'autres mécanismes spécifiques doivent être mis en oeuvre pour assurer la fusion éventuelle de deux bulles. Ceci s'effectue (dans [72, 73]) en définissant une "épaisseur critique" séparant deux bulles en-dessous de laquelle ces deux bulles fusionnent.

### 3.1.3 Modélisation LB d'un écoulement en négligeant la dimension verticale

Ce modèle est décrit notamment dans [69] et consiste à utiliser un réseau à deux dimensions (longueur et largeur) pour simuler un écoulement tri-dimensionnel, en substituant dans l'équation 1.15 la variable densité locale par une variable  $h$  qui exprime la hauteur d'eau du système :

$$h(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^z f_i(\vec{r}, t) \quad (3.7)$$

On effectue donc ici une approximation similaire de celle qui est faite pour obtenir les équations de Saint-Venant utilisées habituellement dans le cadre de la simulation de canaux d'irrigation (que l'on a traité dans le chapitre consacré à la description des canaux) et qui consiste à négliger la dimension verticale.

Une application en a été faite dans [35] qui vise principalement à prédire le comportement d'ondes de surface. Les simulations avec le modèle LB ainsi posé ont été comparées avec des résultats expérimentaux et avec des résultats issus de simulation réalisées avec un modèle plus classique (solution de Riemann). Chacune des deux solutions s'est révélée en bon accord avec les essais expérimentaux.

L'inconvénient d'un tel modèle, si l'on souhaite l'utiliser pour la simulation de canaux d'irrigation à surface libre, est que l'on perd la description exacte des phénomènes que l'on ne peut décrire qu'en simulant la dimension verticale, notamment la connaissance du champ de vitesse et la présence de turbulences.

Ce modèle peut être utilisé avec un réseau à 1 ou 2 dimensions.

## 3.2 Modèle du canal

### 3.2.1 Variante LB utilisée

Dans le cadre du problème de la modélisation de canaux d'irrigation, on cherche à modéliser un écoulement à surface libre. Comme nous l'avons vu, plusieurs variantes de modèles LB permettent d'implémenter un tel système. Dans notre travail, nous avons utilisé le modèle de Shan-Chen.

Dans le cas de l'application du canal que nous avons développé, on a donc adapté un modèle bi-fluide où les phases liquide et gazeuse sont l'une et l'autre entièrement modélisées et simulées (par opposition à d'autres modèles de surface libre où seule l'eau et son interface avec l'air sont modélisées). On pose que le fluide "rouge" représente l'eau et le fluide "bleu" représente l'air. On souhaite évidemment que l'eau et l'air se séparent en deux phases et que l'eau occupe la partie basse du réseau, et l'air la partie haute. L'eau doit également exhiber une variation hydrostatique de sa pression.

Pour obtenir ces caractéristiques, on applique une force de gravité seulement au fluide rouge (sensé représenter le liquide). Celui-ci subit donc l'action des forces extérieures combinées de l'interaction inter-fluides et de la gravité, alors que le fluide bleu (gaz) ne subit que la force d'interaction inter-fluides. Ceci peut être exprimé par les expressions suivantes des forces extérieures subies par les particules de chaque fluide :

$$F_R(\vec{r}, t) = -\psi^R(\vec{r})\zeta_{RB} \sum_{i=0}^z \psi^B(\vec{r} + \vec{v}_i)\vec{v}_i + \rho_R(\vec{r}, t) \cdot \vec{g} \quad (3.8)$$

$$F_B(\vec{r}, t) = -\psi^B(\vec{r})\zeta_{BR} \sum_{i=0}^z \psi^R(\vec{r} + \vec{v}_i)\vec{v}_i \quad (3.9)$$

La combinaison de ces actions entraîne la création de profils de densité pour les deux fluides. Les deux fluides sont séparés en deux phases distinctes et il existe une zone d'interface large de plusieurs sites entre les deux phases.

*Par convention, on considèrera que la surface de l'eau est située au point où les deux den-*

sités sont égales.

Le modèle bi-fluide est paramétré par la forme choisie pour la fonction  $\psi^\sigma$  (où  $\sigma$  vaut  $R$  ou  $B$ ) et la quantité  $\zeta_{RB}$ . Dans les expressions 3.8 et 3.9 les quantités  $\zeta_{RB}$  et  $\zeta_{BR}$  étaient notées de façon distinctes mais dans notre application les valeurs ont été choisies égales. Les résultats obtenus avec le modèle dépendent donc fortement des choix effectués concernant la valeur à donner à ces paramètres. Pour illustrer cela, on a notamment réalisé des essais où l'on considère une expérience simple où deux bassins pourvus de hauteurs d'eau initiales différentes sont soudainement mis en communication, pour plusieurs ensembles de valeurs pour les paramètres du modèle bi-fluide.

Deux formes pour la fonction  $\psi^\sigma$  ont été testées. La première, la plus simple, consiste à prendre simplement  $\psi^\sigma = f_\sigma(\rho_\sigma(\vec{r})) = \rho_\sigma(\vec{r})$  (où  $\rho_\sigma(\vec{r})$  est la densité au site  $\vec{r}$  du fluide  $\sigma$  - où  $\sigma$  vaut  $R$  ou  $B$ ). La deuxième consiste à considérer  $\psi^\sigma = f_\sigma(\rho_\sigma(\vec{r})) = \rho_0 \cdot (1 - \exp(\rho_\sigma(\vec{r})/\rho_0))$ . Il s'agit là de la forme proposée dans les travaux de Shan et Chen, la précédente en étant une version simplifiée. Dans cette expression, le paramètre  $\rho_0$  est pris égal à 1. Pour chacune de ces formes, on cherche également à connaître l'influence du paramètre  $\zeta_{RB}$ .

L'évolution de la hauteur d'eau au centre de chaque bassin et pour chaque essai est donc montrée dans la Fig. 3.2. On constate des différences importantes dans la façon dont la hauteur d'eau évolue au cours du temps et dans l'équilibre final obtenu. Notamment, il existe dans plusieurs essais (ceux qui correspondent à une valeur élevée de  $\zeta_{RB}$ ) une différence significative entre les hauteurs d'eau des deux bassins, en dépit du fait que celles-ci devraient être égales. On constate également une tendance de la hauteur d'eau à évoluer non pas de façon continue, mais par à-coups successifs, là aussi visible essentiellement dans les essais à fort  $\zeta_{RB}$ . On notera que cette caractéristique est plus marquée lorsqu'on utilise la forme usuelle de la fonction  $\psi^\sigma$  que lorsqu'on utilise la forme simplifiée. Cette dernière permet donc a priori d'utiliser un plus grand intervalle de valeurs pour le coefficient  $\zeta_{RB}$ . On notera également que pour que ce modèle bi-fluide fonctionne correctement, il est nécessaire que les ordres de grandeur des densités des deux fluides soient relativement

comparables. Dans notre cas, cela introduit une inadéquation du modèle avec le système que l'on souhaite simuler : en effet, l'air ambiant est de densité bien plus faible que l'eau, ce qui ne sera pas le cas dans notre modèle.

### 3.2.2 Géométrie et conditions aux limites

Dans notre modélisation, un canal est constitué de sites où les fluides s'écoulent librement, de sites solides correspondant au fond, aux parois et obstacles, de sites censés simuler la présence de l'atmosphère (la rangée de sites supérieure) et de sites permettant de modéliser l'entrée et la sortie de fluides dans le système (sites de vanne).

Plusieurs types de conditions aux limites étaient a priori envisagés pour modéliser les parois et le sol d'un bief : la condition classique dite "bounce-back" et la condition de Zou et He. La deuxième a été abandonnée rapidement en raison des problèmes de conservation de la masse qu'elle engendre.

La condition à la limite supérieure du réseau doit simuler la présence de l'atmosphère. Pour cela, on utilise une condition aux limites dont le principe est d'établir une densité  $\rho$  fixe pour le fluide bleu (représentant l'air) et une densité nulle pour le fluide rouge (représentant l'eau). En effet, les deux fluides étant séparés en deux phases distinctes (la phase "air" dans la partie haute du réseau, la phase "eau" dans la partie basse), la densité de fluide "eau" au sein de la phase "air" est théoriquement nulle pour peu qu'on se situe suffisamment loin de l'interface.

On veut donc imposer sur les sites de la limite supérieure du réseau la condition que l'on vient de décrire. Toutefois, il existe en réalité toujours un léger résidu de fluide "eau" dans les sites concernés. Imposer une densité nulle pour le fluide "eau" aux sites de la limite haute entraînerait donc une perte de masse de fluide "eau" qui peut être gênante à long terme. Dans les faits, on se contente donc de laisser inchangée la densité du fluide "eau" présente aux sites d'atmosphère, et de fixer la densité de fluide "air".

En plus de ces cas (murs, fond, atmosphère), il faut également gérer l'entrée et la sortie de

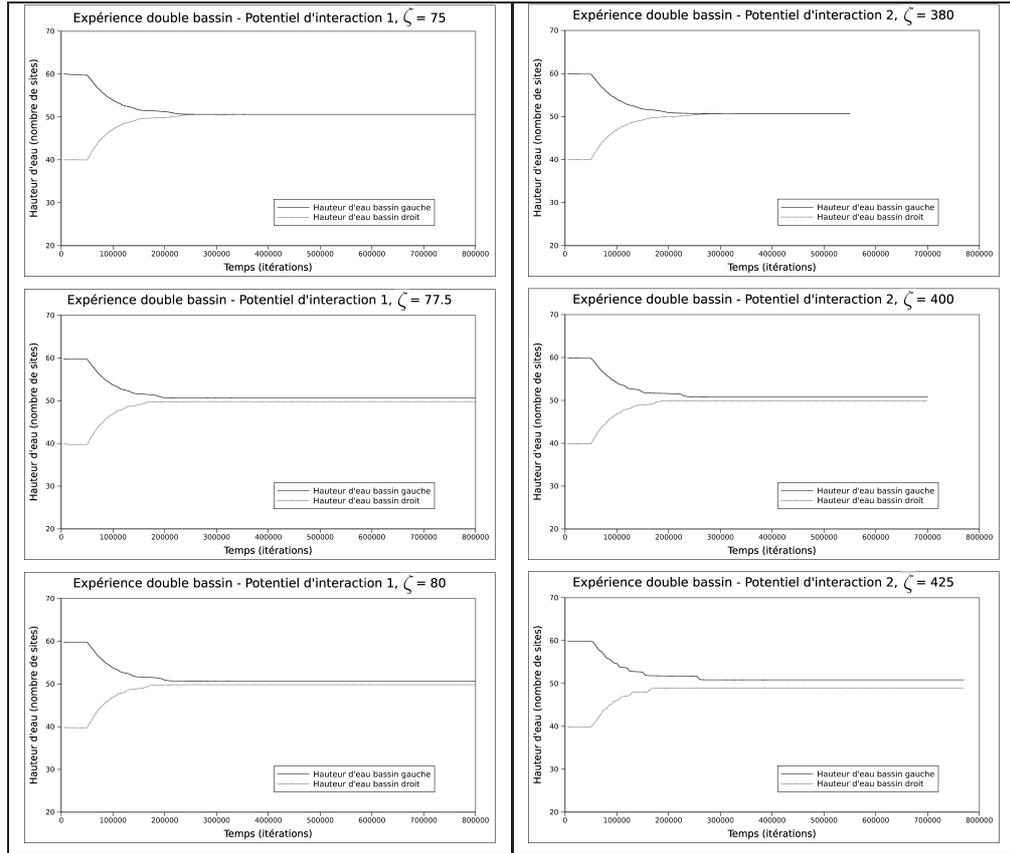


FIG. 3.2 – Influence de la forme choisie pour la fonction  $\psi^\sigma$ . Dans les trois figures de gauche, on a  $\psi^\sigma = f_\sigma(\rho_\sigma(\vec{r})) = \rho_\sigma(\vec{r})$ . Dans les trois figures de droite, on a  $\psi^\sigma = f_\sigma(\rho_\sigma(\vec{r})) = \rho_0 \cdot (1 - \exp(\rho_\sigma(\vec{r})/\rho_0))$ . Pour chaque forme de la fonction  $\psi^\sigma$ , on montre l'évolution de la hauteur d'eau lors d'une expérience simple où deux bassins pourvus de hauteurs d'eau initiales différentes sont soudainement mis en communication, et ce pour trois valeurs différentes du paramètre  $\zeta_{RB}$ .

l'eau du système. Dans le cadre d'un canal à surface libre, les communications entre biefs s'effectuent à travers divers types d'ouvrages hydrauliques. La portion de canal modélisée par notre système doit donc également disposer de conditions aux limites spécifiques nécessaires pour traiter le cas des entrées/sorties aux limites gauche et droite du réseau. En l'occurrence, ces conditions aux limites vont chercher à reproduire le fonctionnement d'une vanne immergée.

Plusieurs conditions aux limites capables de simuler le comportement d'une vanne immergée fonctionnant en mode noyé ont été imaginées puis testées.

On notera que dans les sites auxquels la condition de bounce-back est appliquée, il existe un problème de calcul de la densité lié au fait que les fonctions de distribution correspondant à certaines directions de propagation n'ont pas de sens physique. Or, le calcul de la force d'interaction entre les deux fluides utilise la valeur de la densité. Il peut donc en résulter une perturbation des profils de densité. Pour cette raison, il est nécessaire d'extrapoler en partie la valeur de la densité sur les sites portant une condition aux limites de type bounce-back. Dans notre code, ceci est fait en extrapolant la valeur des fonctions de distribution inconnues à partir des valeurs des cellules voisines (en fait, uniquement la cellule non bounce-back immédiatement adjacente à la cellule de bord concernée).

La condition de bounce-forward a été utilisée à la place de la condition de bounce-back dans certaines simulations (que l'on verra dans le chapitre 4 sur la sédimentation) pour coller davantage aux caractéristiques du micro-canal expérimental qui a été utilisé pour les expériences de validation du modèle. En effet, le fond du micro-canal présente une très faible rugosité. La condition de bounce-forward est alors appliquée dans certains cas sur les cellules correspondant au fond du canal, mais pas sur celles correspondant aux parois, obstacles et vannes.

### Conditions aux limites pour la simulation d'une vanne immergée

Dans la plupart des travaux concernant la modélisation de canaux d'irrigation, la dynamique de vanne est prise en compte par une équation dont la forme dépend du type d'ouvrage et de son régime de fonctionnement. Dans ce qui va suivre, on s'intéresse plus particulièrement à la dynamique d'une vanne immergée fonctionnant en mode noyé. Nous allons préciser comment un ouvrage présentant ce type de dynamique peut être intégré dans notre modèle.

Conformément à l'équation 2.28, on écrit l'équation d'une vanne noyée de la façon suivante :

$$Q = B\alpha O\sqrt{2g(h_{up} - h_{down})} \quad (3.10)$$

Où  $B$  est la largeur du canal,  $\alpha$  est un coefficient de vanne spécifique et  $O$  est l'ouverture de vanne.  $h_{up}$  et  $h_{down}$  sont respectivement les hauteurs d'eau en amont et en aval de la vanne.

### Première condition aux limites fondée sur l'équation de vanne classique

Dans le cas de la première tentative de développement d'une condition aux limites afin de simuler les vannes, un site de vanne est modélisé comme une site limite auquel on applique une condition de Zou et He [53, 54] avec une vitesse locale spécifique. Celle-ci est calculée à l'aide de la formule suivante, dérivée de l'expression usuelle établissant la dynamique d'une vanne immergée en mode noyé dans la cadre d'un canal d'irrigation :

$$u_x = \alpha \cdot \sqrt{2(h_{up} - h_{down})} \quad (3.11)$$

$u_x$  est la composante horizontale de la vitesse du fluide au site concerné ( $u_y$  étant considéré nul). La hauteur d'eau amont  $h_{up}$ , si on est dans le cas d'une vanne située à l'extrémité amont du système (resp. la hauteur d'eau aval  $h_{down}$  si la vanne considérée est à l'extrémité aval), est en réalité la hauteur d'eau du bief situé en amont (resp. en aval) du système simulé, et ce bief n'est donc pas simulé. La hauteur d'eau correspondante n'est donc rien

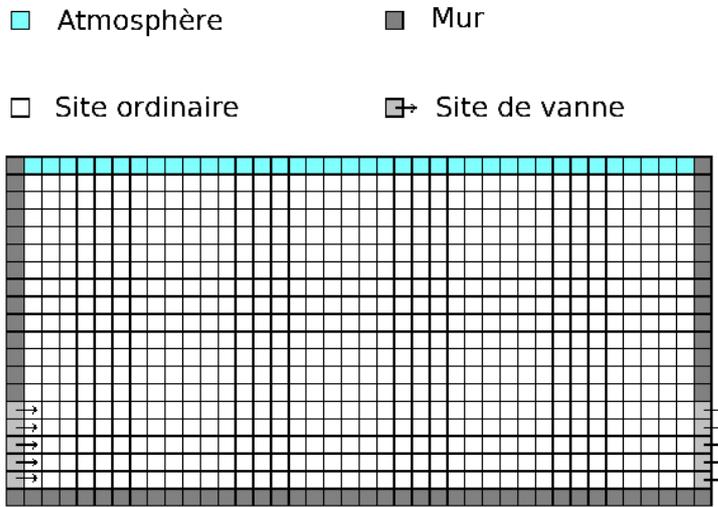


FIG. 3.3 – Schéma du réseau Lattice Boltzmann dans le cas d'un canal d'irrigation à surface libre, cas mono-bief.

d'autre qu'un paramètre de la condition aux limites.

Nous allons montrer des résultats de simulation LB où l'on a appliqué cette condition. On considère pour cela un système à un seul bassin, où les deux vannes sont donc gérées via la condition aux limites que l'on a définie ci-dessus. Un schéma montrant la configuration du réseau utilisé pour la simulation LB d'un tel système mono-bief est donné dans la Fig. 3.3.

On initialise le réseau de façon à ce que la hauteur d'eau en début de simulation soit significativement différente de la hauteur d'eau d'équilibre, vannes fermées. À un instant donné, on ouvre les vannes et on assiste alors à l'évolution du système vers l'équilibre, qui correspond à la hauteur d'eau qui assure l'égalité entre le débit de liquide entrant dans le système par la vanne amont et le débit de liquide sortant du système via la vanne aval. Dans le cas présent, on a choisi des coefficients et ouvertures de vanne identiques pour les deux vannes, ce qui implique que la hauteur d'eau d'équilibre est en fait la moyenne entre la hauteur d'eau en-deçà de la vanne amont du système et la hauteur d'eau au-delà de la vanne aval (qui sont donc deux paramètres liés aux conditions aux limites de type vanne).

Les résultats sont montrés dans la Fig. 3.4. Dans la partie gauche, on fait apparaître l'évolution de la hauteur d'eau au cours du temps. On observe que la valeur d'équilibre

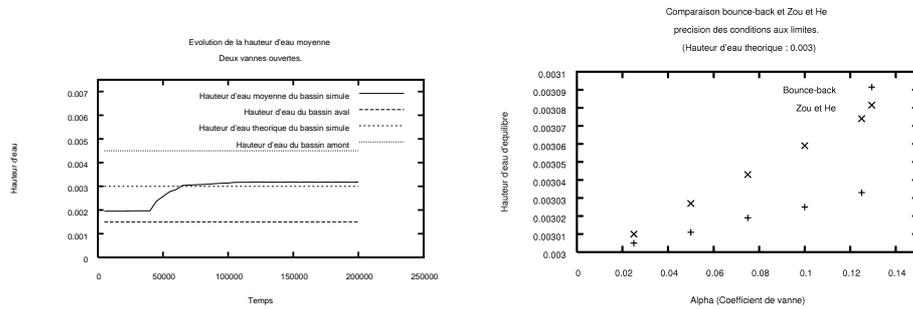


FIG. 3.4 – Gauche : Evolution de la hauteur d’eau lors d’une expérience à deux vannes ouvertes, et comparaison entre la hauteur d’équilibre et sa valeur théorique. - Droite : Distance entre valeur de la hauteur d’eau à l’équilibre et valeur théorique, pour plusieurs valeurs du coefficient de vanne.

atteinte pour la hauteur d’eau est proche de la valeur théorique, mais qu’il existe néanmoins un écart significatif.

La partie droite résume les résultats de plusieurs essais de même type et montre dans chacun de ces cas l’écart final entre la valeur effective de la hauteur d’équilibre et sa valeur théorique. Au cours de ces essais, on a joué sur deux paramètres principalement : le type de condition aux limites appliqué aux murs et au sol du bief (Zou et He ou bounce-back), et surtout la valeur du coefficient de vanne. On constate que celle-ci influe fortement sur l’adéquation entre théorie et simulation : plus le coefficient est faible, plus la valeur de la hauteur d’eau d’équilibre sera proche de la valeur théorique.

Cette condition aux limites nécessite donc d’utiliser des coefficients de vanne faibles pour obtenir une bonne précision.

### Condition aux limites fondée sur l’application d’un gradient de pression

Pour s’affranchir de cette contrainte de coefficient de vanne faible, d’autres conditions aux limites ont été envisagées. Celle dont nous allons parler ici est une condition consistant à imposer sur les sites de type vanne un gradient de pression correspondant à celui qu’on observerait si un autre bief avec une hauteur d’eau donnée était simulé de l’autre côté de la limite.

La recherche de la correspondance entre théorie et simulation va ici être poussée plus loin que dans le cas précédent.

Considérons un bief séparé par deux vannes de fond de deux autres biefs placés respectivement en amont et en aval. Si on fait l'approximation que la hauteur d'eau dans le bief observé est uniforme, et que les coefficients  $\alpha$  des deux vannes sont essentiellement identiques, on obtient l'expression suivante pour la hauteur d'eau d'équilibre dans le bief, conformément aux équations de vanne et en fonction des ouvertures de vanne et des hauteurs d'eau des biefs situés en amont et en aval :

$$\begin{aligned}
 Q_{up} &= O_{up}\alpha\sqrt{2g}\sqrt{h_{up} - h_{equ}} \\
 Q_{down} &= O_{down}\alpha\sqrt{2g}\sqrt{h_{equ} - h_{down}} \\
 Q_{down} &= Q_{up} \\
 \implies h_{equ} &= \frac{O_{up}^2 h_{up} + O_{down}^2 h_{down}}{O_{up}^2 + O_{down}^2} \tag{3.12}
 \end{aligned}$$

On effectue alors une vérification de l'adéquation entre la simulation et la théorie à l'aide d'un essai utilisant un système à un seul bief, au cours duquel on va faire varier la valeur de l'ouverture de l'une des deux vannes, en laissant l'ouverture de l'autre fixe. On a choisi lors de ces tests de faire varier l'ouverture de la vanne amont. On peut alors estimer pour chaque ouverture de la vanne aval l'écart entre la théorie et la simulation. Les résultats de ces essais sont montrés dans la Fig. 3.5.

On observe alors que les données de simulation ne suivent pas la courbe théorique que l'on a calculée à l'aide de l'expression 3.12 . En revanche, il s'est avéré que si on substitue à la relation en racine carrée de l'équation 3.10 une relation linéaire (soit  $Q \equiv k(h_{up} - h_{down})$  au lieu  $Q \equiv k\sqrt{h_{up} - h_{down}}$ ), la nouvelle courbe théorique obtenue coïncidait avec les données de simulation (voir encore la Fig. 3.5).

Cette nouvelle relation théorique équivalente à 3.12 dans le cas de l'équation linéaire s'écrit :

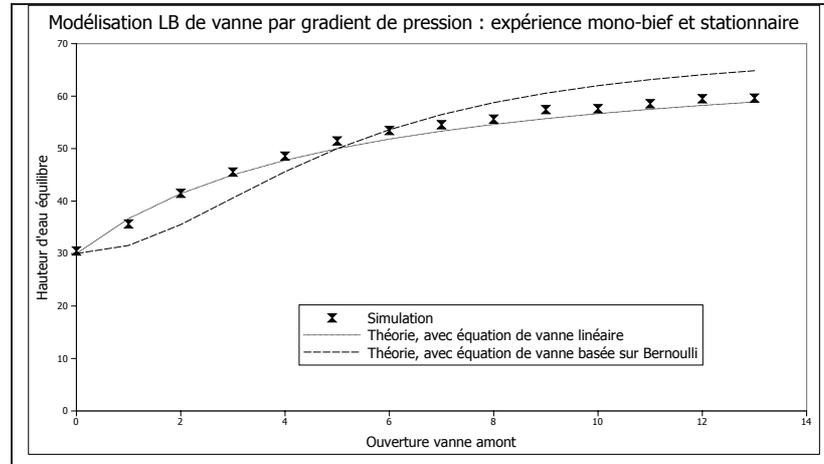


FIG. 3.5 – Comparaison théorie/simulation pour la hauteur d'eau d'équilibre dans le cas de la condition aux limites de vanne par gradient de pression.

$$h_{equ} = \frac{O_{up}h_{up} + O_{down}h_{down}}{O_{up} + O_{down}} \quad (3.13)$$

On peut donc en déduire que la condition aux limites par gradient de pression ne permet pas de reproduire la dynamique de vanne classique déduite de l'équation de Bernoulli, car la dynamique qu'elle induit est caractérisée par une relation linéaire entre le débit et la différence de hauteurs d'eau avant et après la vanne.

### Deuxième condition aux limites fondée sur l'équation de vanne classique

On a donc en fait repris la philosophie initiale visant à reproduire explicitement la dynamique de vanne, mais en procédant de façon légèrement différente. Cette nouvelle condition aux limites consiste à calculer le débit qui est supposé exister à la vanne en considérant que celle-ci se comporte de façon conforme à l'équation de vanne classique, puis à distribuer la masse de fluide correspondante entre les fonctions de distribution entrant dans le système. Ce calcul prend en compte le coefficient de vanne, la gravité ainsi que l'ouverture de vanne et la hauteur d'eau supposée du bief non simulé avec lequel le système "communique" via

la vanne modélisée par la condition aux limites.

$$Q_{in} = \alpha_{in} \cdot O_{in} \sqrt{2g(h_{up} - h_{reach,up})} \quad (3.14)$$

$$Q_{out} = \alpha_{out} \cdot O_{out} \sqrt{2g(h_{reach,down} - h_{down})} \quad (3.15)$$

$\alpha_{in}$  et  $\alpha_{out}$  sont ici encore des coefficients empiriques, fixés en fonction des valeurs désirées pour les paramètres de vanne.  $h_{reach,up}$  et  $h_{reach,down}$  sont les hauteurs d'eau mesurées dans le système respectivement au niveau de la limite amont et de la limite aval. Le débit obtenu est alors distribué parmi les fonctions de distribution entrant dans le système au travers des sites définis comme sites de vanne, auxquels on applique par conséquent la condition aux limites de type vanne.

Une fois la quantité de matière entrante calculée conformément à l'expression du débit, l'application de la condition pour chaque site de type vanne s'effectue essentiellement en deux étapes :

- Application d'une condition aux limites de type Zou et He,
- Ajout à chaque population sortante ainsi calculée d'un terme provenant du calcul de la quantité de matière entrante.

Pour chaque population entrante de chaque site de vanne, ce terme est calculé de la façon suivante :

$$\Delta_f^{\vec{r},i} = Q_{in} \cdot \frac{\rho(\vec{r})}{3S_\rho} \quad (3.16)$$

où  $\vec{r}$  est le site et  $i$  l'indice de la direction de propagation associée à la population considérée ( $m_i$  est, on le rappelle, le poids associé à la fonction de distribution associée à la direction  $i$  dans le calcul de la densité locale au sens LB). Ce calcul est réalisé pour chaque population correspondant à une direction de propagation dirigée vers l'intérieur du réseau de chaque site de vanne.  $S_\rho$  correspond à la somme des densités des sites appartenant à la vanne. Le facteur 1/3 provient du fait que l'on considère que trois fonctions de distribution sur

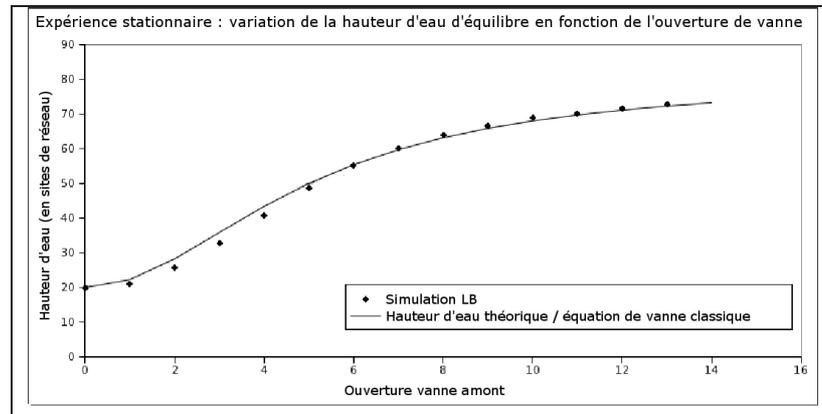


FIG. 3.6 – Vérification de la formule théorique déterminant la hauteur d'eau d'équilibre en régime stationnaire à deux vannes ouvertes, lorsque les vannes sont modélisées par des conditions aux limites.

chaque site se dirigent de la vanne vers l'intérieur du système.

La Fig. 3.6 montre les résultats obtenus lorsque les vannes sont modélisées en tant que conditions aux limites, donc dans le cadre d'un système où un seul bief a été modélisé, comme pour les deux précédentes conditions aux limites testées. Nous observons que la courbe théorique qui approche le mieux les données est celle qui correspond à l'équation de vanne classique basée sur l'équation de Bernoulli, contrairement au cas de la condition par gradient de pression.

### 3.2.3 Initialisation

Lors du lancement d'une simulation, il est nécessaire de préciser l'état initial de chaque site du réseau, ce qui revient à fixer la valeur de chacune des fonctions de distributions qui définissent son état. Deux méthodes ont été testées et utilisées dans ce but.

La première méthode possible d'initialisation du réseau est d'utiliser la propriété de séparation spontanée des phases du modèle de Shan et Chen. On initialise alors le réseau en fixant une densité homogène pour chaque fluide en chaque site, et en attendant que les deux fluides se séparent spontanément et forment deux phases séparées.

La seconde méthode consiste à imposer à chaque "colonne" du réseau un profil de densité pour chacun des fluides qui corresponde à la hauteur d'eau initiale qu'on souhaite imposer.

### **Initialisation avec densités homogènes et séparation des phases**

Pour obtenir les fonctions de distribution nécessaires à l'initialisation proprement dite, on utilise l'algorithme de collision qui va produire pour chaque fluide les valeurs d'équilibre pour les fonctions de distribution, en fonction de la densité et de la vitesse désirées ; cette dernière est généralement choisie nulle lors de l'initialisation, afin de laisser s'établir spontanément la vitesse correspondant aux conditions de l'écoulement). On peut alors utiliser directement ces valeurs d'équilibre comme valeurs initiales, ou des valeurs modifiées par une perturbation.

La Fig. 3.7 montre un exemple du fonctionnement de ce type d'initialisation, avec des densités initiales de 2.0 pour chacun des deux fluides. Dans cette figure, on a attribué pour chaque site une couleur différente en fonction de la différence entre les densité d'eau et d'air : en bleu, la densité d'eau est supérieure, en blanc la densité d'air est supérieure. Les limites du système sont figurées en rouge lorsque ce sont des limites fermées, et en blanc s'il s'agit d'une condition d'atmosphère. On constate qu'il y a bien séparation progressive des deux fluides.

On observe toutefois que même au bout de 20000 itérations, la séparation des phases est incomplète : il existe encore des poches d'eau au sein de la phase dite d'air, et des poches d'air au sein de la phase dite d'eau. Ce processus de séparation de phases est par ailleurs assez long et ne permet pas d'obtenir avec précision une hauteur d'eau requise : il faut en effet jouer sur les densités initiales respectives d'air et d'eau pour obtenir une certaine hauteur d'eau (cf Fig. 3.8). Il est également impossible d'obtenir par cette méthode des hauteurs d'eau soit trop faibles, soit trop fortes, car, en-dessous d'un certain rapport entre les densités moyennes des deux fluides sur le réseau la séparation des phases ne s'effectue pas.

### **Initialisation par profils de densités**

On a vu précédemment que la hauteur d'eau à une position donnée du système était définie comme la hauteur à laquelle les profils de densité des deux fluides s'entrecroisent. De ce fait, il est possible de fixer une hauteur d'eau donnée dans un bief en imposant à chaque

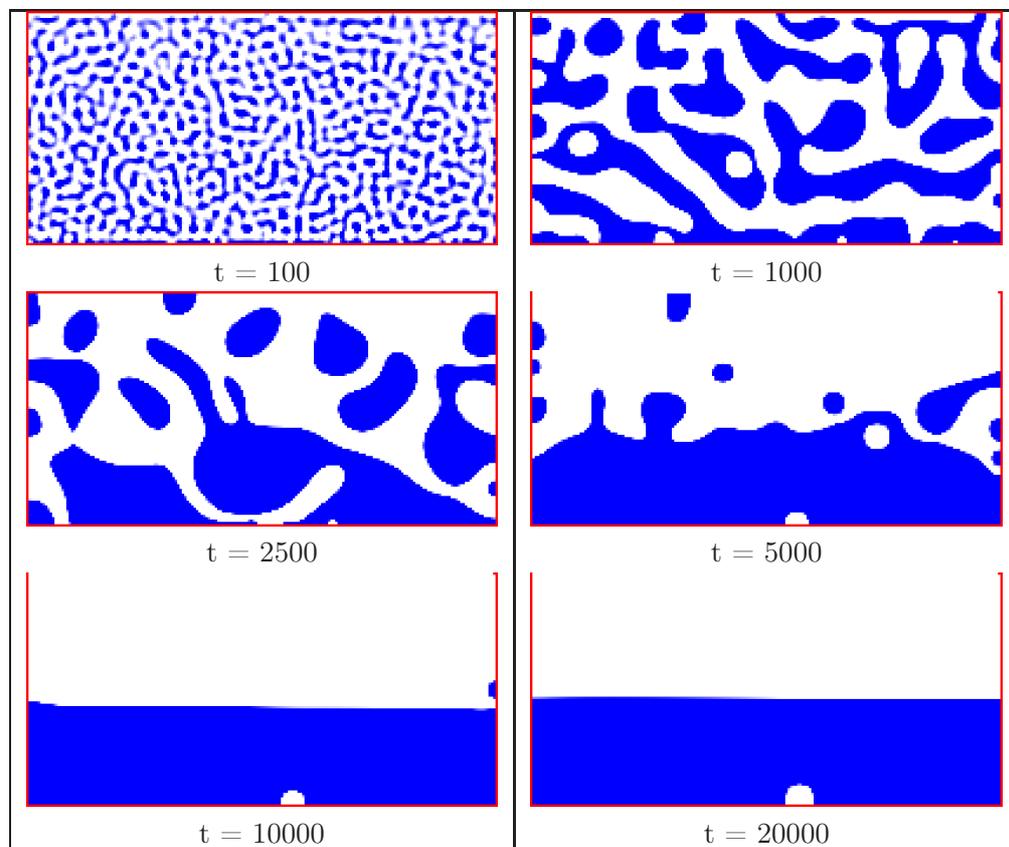


FIG. 3.7 – Séparation progressive des phases.

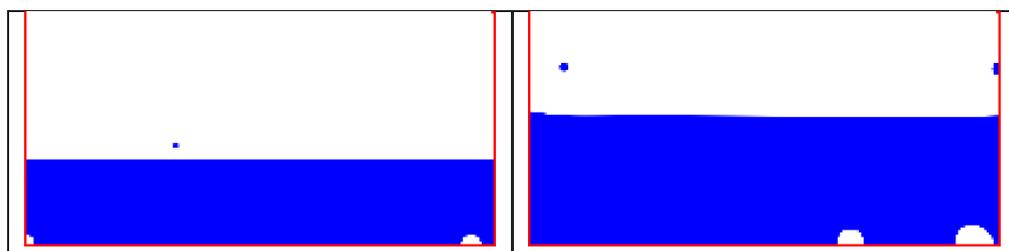


FIG. 3.8 – Hauteur d'eau obtenue en fonction des densités initiales respectives de l'eau et de l'air. À gauche : figure obtenue avec des densités de 1.5 pour l'eau et 2.5 pour l'air ; à droite : figure obtenue avec des densités de 2.5 pour l'eau et 1.5 pour l'air.

position un profil de densité correspondant à la hauteur d'eau désirée.

L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet d'initialiser le réseau sans passer par l'étape préalable de séparation des phases, et d'obtenir la hauteur d'eau désirée de façon presque immédiate.

La principale limite est qu'il est évidemment impossible de disposer d'un profil de densité pour chaque hauteur d'eau possible. En pratique, on procède en utilisant un nombre fini de profils et en calculant pour chaque position sur l'axe vertical une moyenne pondérée des densités des deux profils, parmi tous ceux disponibles, qui correspondent aux hauteurs d'eau immédiatement inférieure et supérieure à la hauteur d'eau requise.

Le tableau 3.1 et la Fig. 3.9 donnent une idée de la précision du résultat obtenu. Pour déterminer les données qui y sont présentées, on a réalisé une série d'essais sur des réseaux constitués d'un seul bief, en cherchant à obtenir une hauteur d'eau nominale de 45.81 sites, au départ avec un profil correspondant exactement à la hauteur d'eau voulue, puis avec des paires de profils inférieur et supérieur de plus en plus éloignés. L'éloignement du profil supérieur est appelé  $\Delta h_+$  et l'éloignement du profil inférieur est appelé  $\Delta h_-$ .

On constate dans le tableau 3.1 que l'on peut trouver des hauteurs d'eau à l'équilibre très proches de la hauteur désirée (moins de 0.1 sites de différence) jusqu'à un éloignement assez important entre les profils d'initialisation ( $\Delta h_+ = 10.89$  et  $\Delta h_- = 11.09$ ). On observe également que l'écart avec le profil désiré est assez peu progressif puisqu'on passe très rapidement d'un écart petit (moins de 0.1 site) à un écart assez grand (environ 1 site) en passant d'un éloignement de 22 sites environ à 24 sites entre les profils d'initialisation.

La Fig. 3.9 montre l'évolution au cours du temps de la hauteur d'eau pour plusieurs essais, chacun correspondant à un éloignement différent des profils d'initialisation.

La Fig. 3.10 montre l'évolution au cours du temps du profil de densité pris au centre du bief lorsqu'on choisit un éloignement entre les profils d'initialisation relativement grand.

L'implémentation de ces deux méthodes est exposée plus exactement dans l'annexe consacrée à l'implémentation.

Intervalles	Hauteur d'eau d'équilibre
$\Delta h_+ = 0, \Delta h_- = 0$	45.81
$\Delta h_+ = 2.92, \Delta h_- = 3.00$	45.79
$\Delta h_+ = 5.99, \Delta h_- = 6.10$	45.79
$\Delta h_+ = 9, 92, \Delta h_- = 10, 07$	45.85
$\Delta h_+ = 10.89, \Delta h_- = 11.09$	45.87
$\Delta h_+ = 11.85, \Delta h_- = 11.99$	46.67
$\Delta h_+ = 15.08, \Delta h_- = 16.01$	46.75

TAB. 3.1 – : Précision de la hauteur d'eau moyenne dans un bief en fonction de la précision des profils de densité utilisés pour l'initialisation. On a réalisé des essais mono-bief à vannes fermées, où l'on se contente d'initialiser le réseau à une hauteur donnée (en l'occurrence la valeur désirée de 45.81 sites), en utilisant une moyenne pondérée de deux profils correspondant à deux hauteurs d'eau, l'une inférieure et l'autre supérieure à la hauteur d'eau désirée.

### 3.2.4 Variables importantes pour l'implémentation

En plus des variables locales usuelles des modèles LB (densité et vitesse notamment), il existe des grandeurs notables qui sont caractéristiques du modèle ou proviennent du domaine de l'hydraulique. On s'intéresse notamment aux hauteurs d'eau au sein des différents bassins, et aux débits traversant les vannes.

#### Hauteurs d'eau et débits

L'évolution des grandeurs suivantes est sauvegardée périodiquement au cours du temps :

- Hauteurs d'eau amont et aval (paramètres de la condition aux limites de vanne, exprimées en nombre de sites).
- Ouvertures de toutes les vannes, externes et internes (exprimée en nombre de sites).
- Hauteurs d'eau moyenne dans chacun des trois biefs. La position des premiers et derniers sites pris en compte pour le calcul de la moyenne est paramétrable.
- Mesures de hauteurs d'eau pour trois positions différentes dans le réseau (ces positions sont paramétrables et correspondent généralement au centre d'un bief). On notera que dans les simulations réalisées jusqu'à présent, on n'utilisait jamais plus de trois biefs dans le système.
- Mesure du débit au niveau des deux vannes internes (et externes éventuellement).

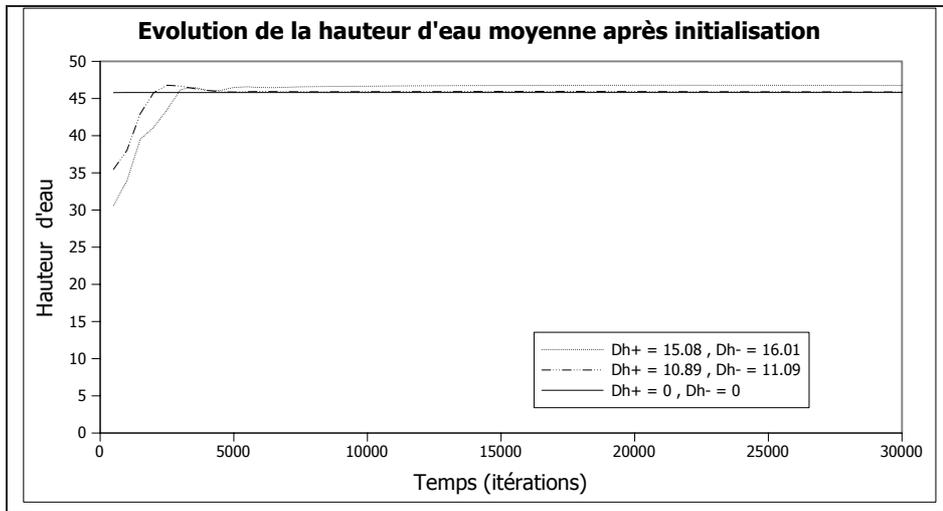


FIG. 3.9 – Evolution de la hauteur d’eau, pour plusieurs écarts distincts entre deux profils d’initialisation successifs. Plus l’écart entre les deux profils d’initialisation est important, plus la hauteur d’eau initiale effective est éloignée de la hauteur d’eau souhaitée, et le système met un certain temps à atteindre l’équilibre. Si l’écart est trop grand, la hauteur d’eau d’équilibre ne correspond pas à la hauteur d’eau que l’on souhaite.

- Hauteurs d’eau théoriques, dans le cas des expériences en régime stationnaire.
- Diverses grandeurs liées à l’algorithme de sédimentation lorsque celui-ci est utilisé (voir chapitre 4) : nombre de particules libres et gelées, nombre de sites solides et distance vanne/sédiments. Les détails concernant ces grandeurs seront donnés dans le chapitre consacré à la sédimentation.

Les hauteurs d’eau sont définies comme le point où les densités d’eau et d’air sont égales. Le débit est calculé d’une façon particulière. L’expression générale du calcul d’un débit en hydraulique (si l’on considère l’écoulement comme monodimensionnel) est :

$$Q = \int_S u(z) dz dy \quad (3.17)$$

Ce débit  $Q$  est la quantité de matière (exprimée en masse ou en volume) qui traverse la section  $S$  du canal par unité de temps, et  $u(z)$  est une vitesse ponctuelle. Or, dans le cas d’un réseau LB, la vitesse locale usuelle  $u = 1/\rho \sum_{i=1}^z v_i f_i$  ne constitue pas une estimation de la quantité de matière qui a traversé le site, mais la vitesse moyenne de déplacement

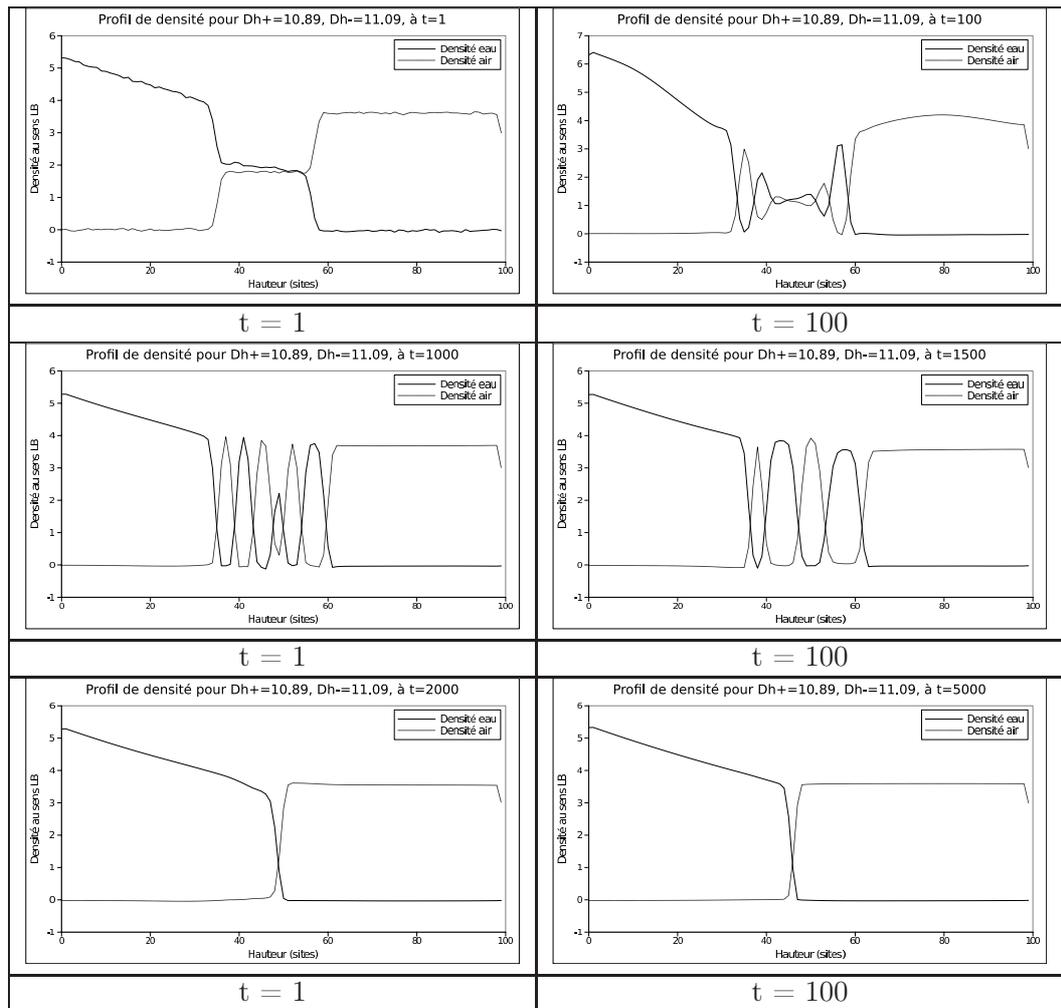


FIG. 3.10 – Evolution des profils de densité.

d'une particule sur le site.

Le débit doit donc être calculé selon une formule spécifique qui exprime la quantité de matière traversant une section donnée. Dans le cas LB, et si on se place au niveau d'une vanne, il faut alors faire un bilan de la masse échangée entre le bief et la vanne considérés. Cette quantité est donc en fait la différence entre la somme des fonctions de distribution  $f_i$  entrant sur un site de la vanne et provenant de sites du bief, avant l'étape de collision sur les sites de vanne, et la somme des fonctions de distribution destinées à être propagées vers le bief, après l'étape de collision sur les sites de vanne. Dans le cas où l'on considère un écoulement se dirigeant de la gauche vers la droite du réseau, ceci s'exprime :

$$Q = \sum_{y^{vanne}=y_1^{vanne}}^{y_{max}^{vanne}} [ (f_1^{out}(x^{vanne}, y^{vanne}) + f_2^{out}(x^{vanne}, y^{vanne}) + f_8^{out}(x^{vanne}, y^{vanne})) - (f_4^{in}(x^{vanne}, y^{vanne}) + f_5^{in}(x^{vanne}, y^{vanne}) + f_6^{in}(x^{vanne}, y^{vanne})) ] \quad (3.18)$$

La Fig. 3.11 montre quelles fonctions de distribution doivent être prises pour ce calcul.

### Profils de densité

Un profil de densité montre en une position  $x$  du système la valeur de la densité de chaque fluide en fonction de la hauteur  $y$ . Le mode d'initialisation du système finalement retenu et utilisé requérant l'existence de tels profils, il est donc nécessaire de pouvoir les sauvegarder.

Leur sauvegarde peut être effectuée sous deux formes possibles. La première regroupe en un seul fichier (pour une itération donnée) le profil de densité de chaque position de mesure de la hauteur d'eau. La deuxième produit des fichiers qui sont directement utilisables pour la méthode d'initialisation du réseau par profils de densité.

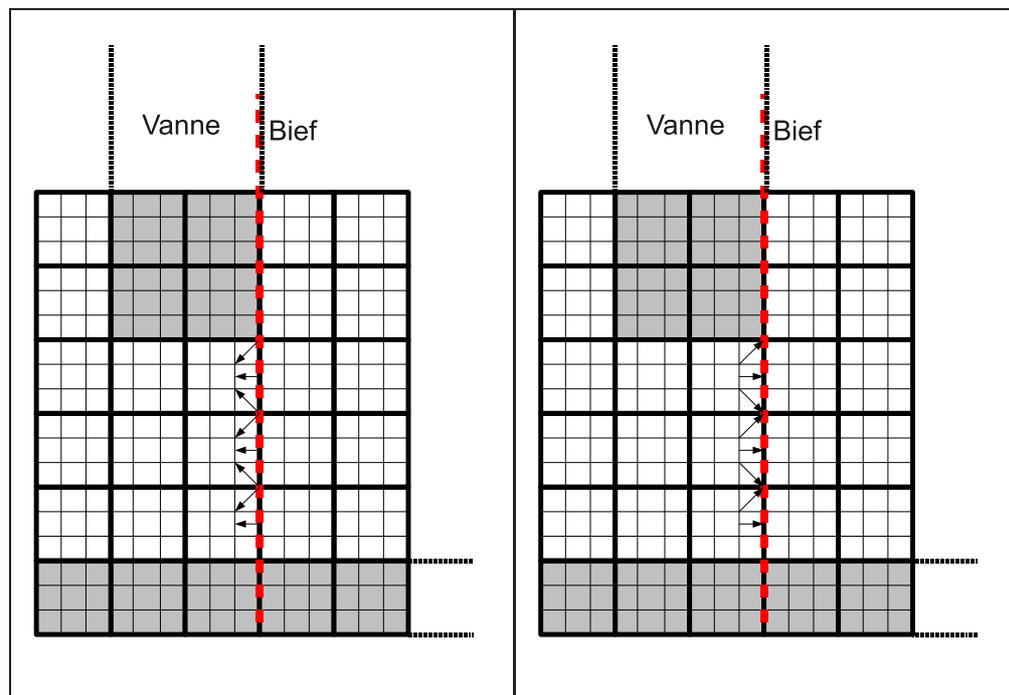


FIG. 3.11 – Directions associées aux fonctions de distribution prises en compte pour le calcul du débit au niveau d’une vanne (populations entrantes avant collision à gauche, populations sortantes après collision à droite).

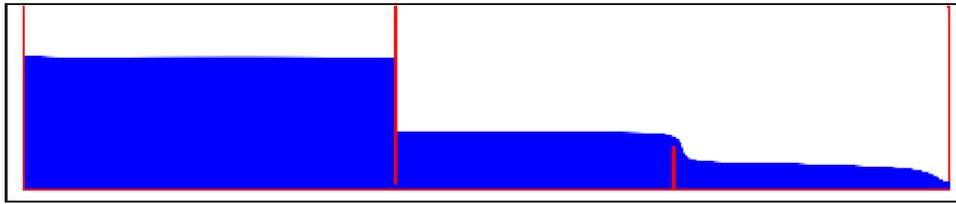


FIG. 3.12 – Représentation du champ de densité dans le réseau.

### Champs de densité et champs de vitesse

Le programme fournit également des fichiers permettant la visualisation des champs de vitesse et de densité (au sens LB) dans le réseau (les outils utilisés pour leur visualisation sont décrit dans l'annexe A). Le réseau  $y$  est représenté sous la forme d'un tableau dont chaque case correspond à un site du réseau et peut contenir une couleur représentant le statut ou la densité du site et une flèche dont l'orientation et la longueur sont fonction de l'orientation et de la norme du champ de vitesse au site concerné. Le code de couleurs utilisé pour la visualisation des champs de densité est le suivant :

- La couleur rouge dénote l'existence en ce site d'un obstacle tels que les murs, le fond du canal, les parois des vannes ou du déversoir.
- La couleur bleue dénote la présence de la phase liquide.
- La couleur blanche dénote la présence de la phase gazeuse (la densité de fluide "air" est supérieure à la densité de fluide "eau").

Deux exemples sont donnés dans les Fig. 3.12 et 3.13.

### 3.3 Conclusion

On a exposé ici les caractéristiques de notre adaptation d'une méthode de Boltzmann sur réseau à la modélisation de canaux d'irrigation. Les détails plus techniques de son implémentation sont donnés en annexe.

Dans le chapitre suivant, nous nous intéresserons aux résultats obtenus grâce au modèle. Notamment, nous aborderons en détail la vérification de la validité de l'équation de vanne : il s'avère que notre modèle est capable de prévoir des régimes de fonctionnement qui ne

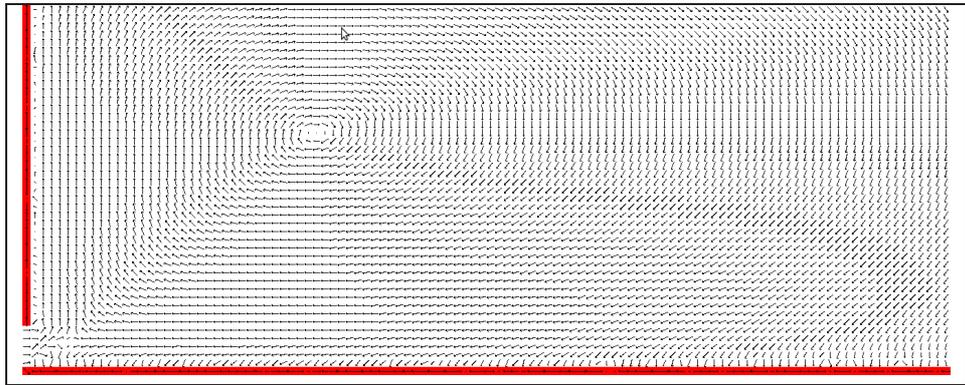


FIG. 3.13 – Représentation du champ de vitesse.

sont pas toujours pris en compte par les dynamiques de vanne considérées usuellement dans le cadre de la modélisation de canaux d'irrigation.



## Chapitre 4

# Résultats et validation du modèle

## 4.1 Introduction

Nous allons aborder dans la partie qui suit la question de la validation du modèle. Celle-ci est constituée de comparaisons entre les résultats obtenus lors de simulations réalisées avec le modèle et des résultats issus de l'expérimentation sur le micro-canal de l'ESISAR à Valence.

Dans un premier temps, une description du micro-canal sera donc donnée. Dans un second temps, nous décrirons les expériences qui ont servi à étudier la validité du modèle et présenterons les essais et simulations réalisés dans ce cadre. Juste avant cela, nous discuterons des choix effectués concernant la paramétrisation du modèle bi-fluide. Le principal axe de validation est l'étude du comportement d'une vanne immergée fonctionnant en régime noyé. Deux régimes de fonctionnement distincts pour une telle vanne ont en effet été mis en évidence en fonction de l'expérience considérée. Le premier d'entre eux est caractérisé par l'équation de vanne classique que l'on utilise habituellement dans le cadre de la modélisation des canaux à surface libre. Le second est rencontré dans le cas d'une expérience de vidage que l'on présentera, et se caractérise par une équation de vanne linéaire. Dans les deux cas, un accord est observé entre les données de simulation et les données expérimentales.

## 4.2 Dispositif expérimental : le micro-canal de Valence

Les résultats expérimentaux présentés dans la suite de cette thèse et comparés aux simulations LB ont été obtenus avec le micro-canal expérimental situé à l'École Nationale Supérieure des Systèmes Avancés et réseaux (ESISAR) à Valence, France.

Le micro-canal est une plate-forme instrumentée qui reproduit les écoulements au sein des canaux d'irrigation à échelle réduite. Un schéma illustratif en est montré dans la Fig. 4.1. La longueur du canal est de sept mètres et il est supporté par une poutre en métal. Sont ajoutés au canal un réservoir amont qui agit comme source de l'écoulement et dont le ni-

veau est maintenu constant, un réservoir aval, et un réservoir intermédiaire utilisé comme réservoir de stockage. La pente du canal peut être modifiée grâce à un vérin mécanique comme montré dans la Fig.4.1. Le canal a trois vannes : une en amont, une en aval, et une troisième au centre qui rend possible les expériences utilisant des biefs interconnectés. Ces vannes sont actionnées par des moteurs.

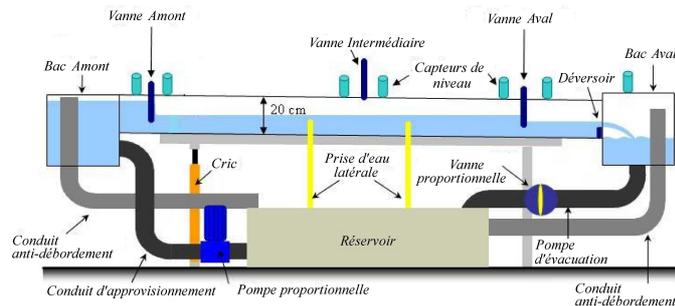


FIG. 4.1 – Micro-Canal Experimental

Les senseurs à ultrasons retournent une tension comprise entre 0 et 10 volts qui donnent une image de la hauteur d'eau à la position où ils sont placés.

Une valve proportionnelle et une pompe servent respectivement à assurer un niveau d'eau constant aux réservoirs aval et amont du canal. Elles sont contrôlées par des automates Crouzet de type Millenium II. Au moyen d'une carte électronique dSPACE, les données des senseurs sont enregistrées afin d'être analysées. En retour l'ordinateur peut contrôler les actionneurs du micro-canal en utilisant le même appareillage. Les paramètres du micro-canal sont donnés dans la Table 4.1. Une image en est visible dans la Fig. 4.2.

### 4.3 Choix des paramètres du modèle

Le choix de la formule exacte utilisée pour le calcul de l'interaction bi-fluide (fonction  $\psi^\sigma$  et coefficient  $\zeta_{RB}$ ) est important et a des conséquences sur le déroulement des simulations (voir la figure 3.2). En ce qui concerne la forme de la fonction  $\psi^\sigma$ , l'option la plus évidente est d'utiliser celle qui a été proposée en premier lieu par Shan et Chen dans leurs travaux [117,

TAB. 4.1 – Paramètres Micro-canal utilisés pour les expériences

longueur $L$	7 mètre
largeur $B$	0.1 mètre
pente $I$	$1.6 \times 10^{-3}$
coefficient de Manning-Strickler $K$	97
paramètre $\alpha_1$ vanne amont	0.66
paramètre $\alpha_2$ vanne aval	0.73
hauteur déversoir aval ( $H_{dev}$ )	0.05 mètre



FIG. 4.2 – Vue du Micro-Canal experimental.

118, 95] et qui consiste à considérer que  $\psi^\sigma = \rho_0 \cdot (1 - e^{-\frac{\rho_\sigma(\vec{r})}{\rho_0}})$ . Toutefois, une forme simplifiée  $\psi^\sigma = \rho_\sigma(\vec{r})$  a également été testée. En pratique, cette dernière possède comme on l'a vu la propriété de présenter à un degré moindre l'évolution "en escalier" de la hauteur d'eau que l'on observe en présence d'un coefficient  $\zeta_{RB}$  élevé, ce qui autorise donc un plus grand éventail de valeurs pour ce paramètre.

Les essais de validation qui seront présentés plus loin dans le document reposent essentiellement sur deux expériences :

- une expérience en régime stationnaire où l'on observe principalement la hauteur d'eau d'équilibre dans un bassin et ses variations en fonction d'un certain nombre de paramètres,

- une expérience de vidage en régime transitoire où l'on observe l'évolution au cours du temps de la hauteur d'eau au sein d'un bassin qui se vide.

La construction du réseau et particulièrement celle des conditions aux bords utilisées pour ces deux expériences dans le cas des simulations LB est montrée dans les figures 4.5 (pour le cas stationnaire) et 4.19 (pour le cas du vidage).

Nous allons ici nous intéresser de façon préliminaire à la deuxième expérience (le vidage) et à l'influence du choix de la paramétrisation du modèle bi-fluide sur son évolution. Dans cette expérience, on considère un bassin qui va se vider via une vanne interne dans un autre bassin dont la hauteur d'eau varie peu en cours d'expérience, en raison de la présence d'un déversoir. Les ouvrages présents sont donc une vanne interne, un déversoir, et une vanne externe située en aval qui sert à l'évacuation de l'eau. La vanne interne sépare le système en deux bassins distincts. Le déversoir sépare le bassin aval en deux parties : l'une dans laquelle le bassin amont va se vider en cours d'expérience, l'autre où l'eau est évacuée par la vanne externe aval. On appellera par la suite "bassin aval" la partie du réseau située entre la vanne interne et le déversoir, et "bassin d'évacuation" la partie du réseau située entre le déversoir et la vanne externe.

On considère un réseau semblable à celui montré dans la Fig. 4.19 de taille 200x100. La vanne interne est placée exactement au milieu du réseau, le déversoir exactement entre la vanne interne et la vanne externe aval. Le déversoir possède une hauteur de 23 sites de réseau.

Une série d'expérience a été réalisée en modifiant les valeurs de trois paramètres : l'ouverture de la vanne interne pendant l'expérience, la forme de la fonction  $\psi^\sigma$  et la valeur du paramètre  $\zeta_{RB}$ . Les résultats sont montrés dans les Fig. 4.3 et 4.4.

Dans ces figures, on fait apparaître l'évolution de la hauteur d'eau dans chacun des huit cas testés. On confirme en premier lieu que les essais où le coefficient  $\zeta_{RB}$  est "fort" (soit une valeur de 425 pour le modèle bi-fluide usuel, et de 80 pour le modèle bi-fluide simplifié) exhibent toujours une évolution "en escalier" de la hauteur d'eau. Le phénomène est encore une fois beaucoup plus marqué dans le cas du modèle bi-fluide usuel. Si on considère les deux courbes situées en haut de la figure correspondant au modèle bi-fluide usuel pour une

valeur faible du paramètre, on constate que par rapport aux six autres figures on a une baisse continue de la hauteur d'eau qui s'étend sur bien plus longtemps que pour les autres essais.

Cette baisse indique l'addition de deux phénomènes distincts. Le premier est le vidage du bassin amont dans le bassin aval. Le second est le vidage du bassin aval vers le bassin d'évacuation. En effet, le vidage de l'eau du bassin aval située au-dessus du niveau du déversoir vers le bassin d'évacuation obéit à des contraintes différentes : pour "couler" sous l'action de la gravité, l'eau doit vaincre la tension de surface existant au niveau de la surface libre.

De ce fait, lorsque la tension de surface est forte, la surface libre dans le bassin aval peut se stabiliser jusqu'à 5 ou 6 sites ou plus au-dessus du déversoir et on obtient très rapidement une hauteur d'eau d'équilibre. Ceci advient lorsque le coefficient  $\zeta_{RB}$  est "fort", d'une part, et de façon plus prononcée lorsqu'on utilise le modèle bi-fluide simplifié d'autre part : parmi les courbes présentées dans les Fig. 4.3 et 4.4, la courbe située à gauche dans la ligne du bas de la Fig. 4.4 est celle qui illustre le mieux ce cas de figure. La hauteur d'eau finale dans ce cas est voisine de 30 sites.

À l'inverse, si la tension de surface est faible - ce qui est le plus significatif dans les deux courbes de la ligne supérieure de la Fig. 4.3 - le niveau de l'eau descend vers une valeur proche de la hauteur du déversoir, mais le processus est très lent et peut s'étendre bien après la fin du processus de vidage lui-même.

En raison de ces constatations, le choix a été fait pour les simulations LB de validation d'utiliser le modèle bi-fluide simplifié, avec une valeur relativement forte (80) pour le paramètre  $\zeta_{RB}$ . En effet, il est souhaitable pour pouvoir exploiter correctement les expériences de vidage de pouvoir identifier avec précision la fin du processus observé, sans que la visibilité de celle-ci soit gênée par un processus parasite.

#### 4.4 Échelle et correspondance modèle/unités réelles

Dans le modèle LB que l'on utilise, il n'y a pas de correspondance directe et simple entre les grandeurs LB ( $\rho, u \dots$ ) et les grandeurs physiques réelles. L'établissement de la cor-

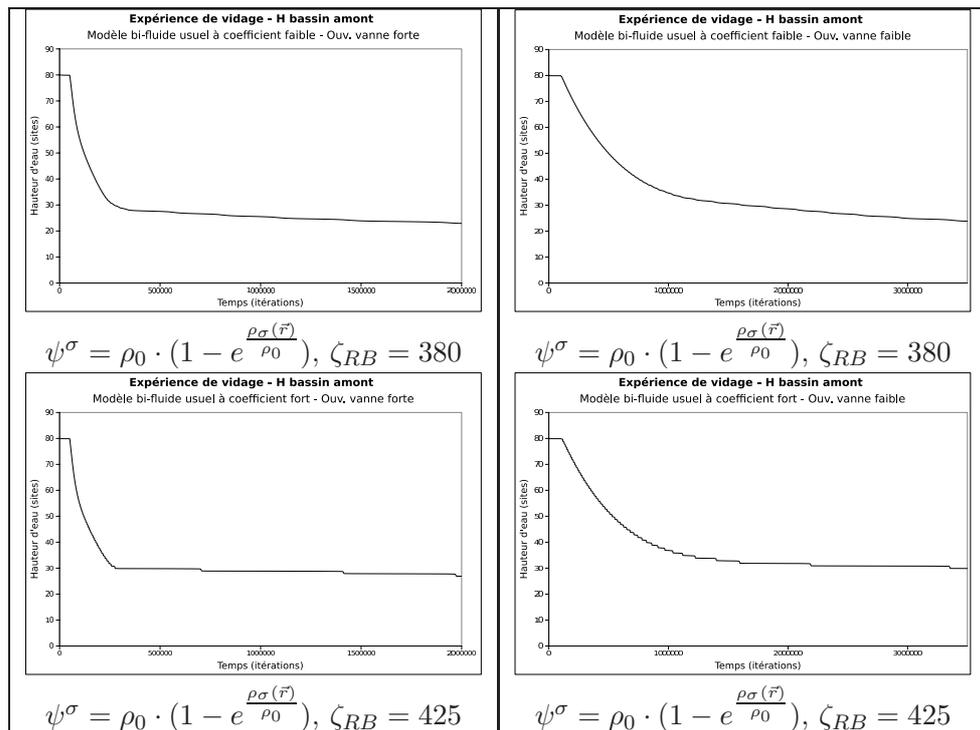


FIG. 4.3 – Simulations de vidage pour différentes variantes et choix de paramètres pour le modèle bi-fluide, pour le cas du modèle bi-fluide usuel. À droite, les simulations ont été réalisées avec une ouverture de vanne très faible (un site de réseau) et à gauche avec une ouverture supérieure (3 sites de réseau).

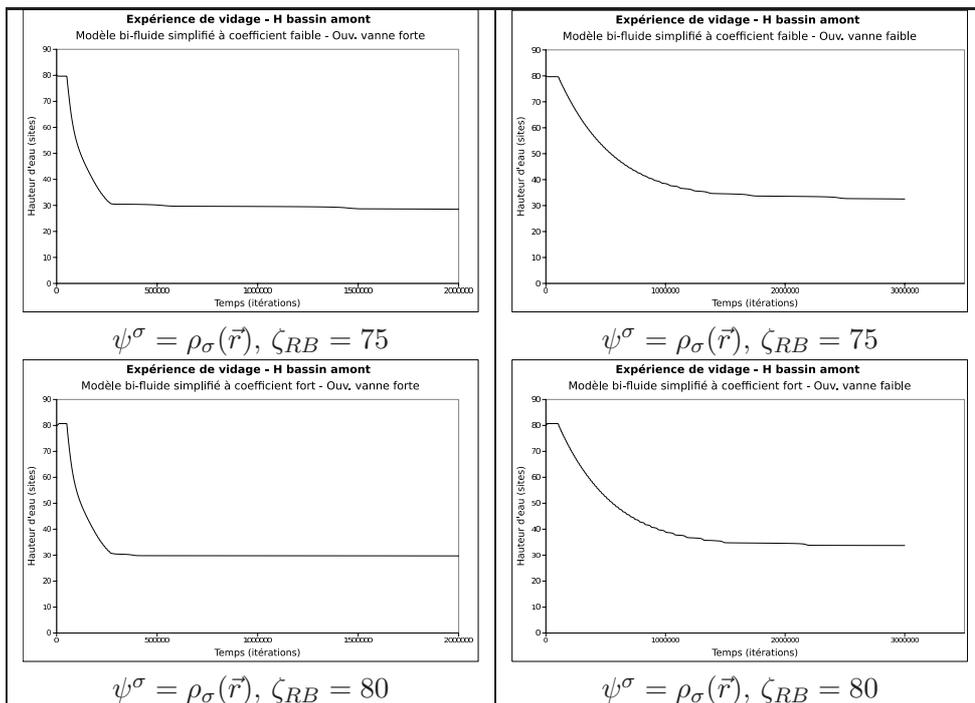


FIG. 4.4 – Simulations de vidage pour différentes variantes et choix de paramètres pour le modèle bi-fluide, pour le cas du modèle bi-fluide simplifié. À droite, les simulations ont été réalisées avec une ouverture de vanne très faible (un site de réseau) et à gauche avec une ouverture supérieure (3 sites de réseau).

respondance entre un système réel et le système simulé peut s'effectuer par exemple par étalonnage à partir d'expériences précises (mesure du temps et de la distance de parcours d'une onde, par exemple). Les paramètres du modèle, tels que la viscosité et les pas de temps et d'espace, ont été fixés principalement sur des considérations de stabilité numériques. En effet, le choix de valeurs réalistes à la fois pour la viscosité et les pas de temps et d'espace impliquent l'utilisation dans la collision BGK 1.17 d'un temps de relaxation trop proche de la valeur  $1/2$  pour garantir une stabilité numérique suffisante (la viscosité, le temps de relaxation  $\tau$  et les pas de temps et d'espace étant liés par la formule 1.31). Ces caractéristiques font que le modèle tel que nous l'avons utilisé présente notamment une viscosité trop grande pour obtenir une correspondance avec un canal réel.

Dans ce travail, on a essentiellement recherché des correspondances qualitatives entre expériences et simulations et des convergences entre les comportements observés lors de certains types d'expériences, sans chercher explicitement à ce que le système simulé soit physiquement le même que le système réel utilisé pour les expérimentations.

## 4.5 Expérience en régime stationnaire

Dans nos simulations Lattice Boltzmann, une vanne de fond peut être modélisée de deux façons suivant sa position dans le réseau. Les vannes situées aux extrémités sont modélisées via la condition de bord reproduisant la dynamique de vanne voulue. D'après le chapitre précédent, on utilise la deuxième condition aux limites fondée sur l'équation de vanne classique, qui impose à la vanne un débit calculé de façon à reproduire la dynamique de vanne attendue. Au contraire, les vannes situées à l'intérieur du système sont constituées d'un simple orifice dans le mur séparant deux sections du réseau, les sites de vanne étant alors des sites ordinaires dudit réseau.

### 4.5.1 Simulations avec le modèle LB

Nous allons vérifier que les vannes situées à l'intérieur du système obéissent à l'équation de vanne classique à l'instar des vannes externes. Dans ce but, nous allons simuler un système

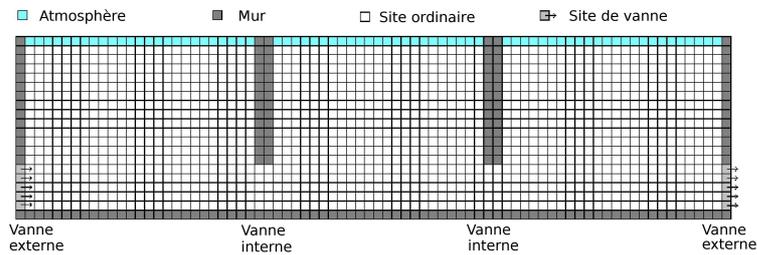


FIG. 4.5 – Schéma du réseau Lattice Boltzmann pour la simulation d'un canal d'irrigation à surface libre à trois biefs, dans le cas de l'expérience en régime stationnaire.

à trois biefs, ce qui signifie qu'il y a quatre vannes dans ce système : deux "vannes de limites", ou vannes externes, qui assurent l'entrée et la sortie des fluides dans le système, et deux "vannes internes" situées à l'intérieur du système (voir Fig. 4.5).

Les vannes externes sont modélisées avec les conditions aux limites de type vanne que l'on a décrites : elles permettent de simuler la présence d'une hauteur d'eau constante dans les biefs fictifs non simulés situés au-delà des vannes externes.

Le bief situé entre les deux vannes internes sera le bief étudié, celui dont nous allons mesurer la hauteur d'eau d'équilibre et ses variations en fonction de l'ouverture de la vanne interne amont, de façon semblable à l'expérience décrite dans la partie consacrée à la modélisation des vannes, excepté qu'on ne se trouve plus dans un cas mono-bief. Toutes les vannes auront donc une ouverture fixe au cours des différents essais, à l'exception de la vanne interne amont qui sépare le premier bief simulé du bief étudié, et dont l'ouverture varie à chaque essai.

Les biefs sont également choisis de longueur suffisamment courte pour que l'hypothèse d'uniformité de la hauteur d'eau soit vérifiée.

Les résultats d'une série d'essais en régime stationnaire sont donnés dans la Fig 4.6, où l'on montre à la fois les données de simulation et deux courbes théoriques correspondant à deux types d'équation de vanne : l'équation de vanne classique et l'équation de vanne linéaire, que l'on a rencontré en étudiant la condition de vanne par gradient de pression.

Nous pouvons voir que, dans ce cas, les données de simulation semblent bien plus proches de la courbe théorique basée sur l'équation de vanne classique que de celle correspondant à

l'équation de vanne linéaire. Ceci correspond aux résultats obtenus dans le cas mono-bief que l'on a montrés dans la Fig. 3.6.

On peut toutefois se poser la question de savoir si ce comportement est intrinsèque au modèle ou induit plus ou moins directement par le type de conditions aux limites appliqué aux vannes externes, qui est construit de façon à se conformer à l'équation de vanne classique. La même simulation peut alors être réalisée en utilisant comme condition aux limites pour les vannes externes la condition par gradient de pression, ce qui donne alors la Fig. 4.7. Ici aussi, la "meilleure" courbe théorique est celle qui correspond à l'équation de vanne classique, ce qui permet de se convaincre que le premier résultat est pertinent. La dynamique des vannes internes induite spontanément par le modèle est donc conforme à l'équation de vanne classique, et ce même si la dynamique imposée pour les vannes externes est celle d'une équation de vanne linéaire.

#### 4.5.2 Expérimentations sur le micro-canal

Nous allons à présent étudier la validation de ces résultats à l'aide d'expériences effectuées sur le micro-canal de Valence, et considérer un système à trois biefs :

- Un bief amont, où la hauteur d'eau est régulée par contrôle automatique, communiquant avec le bief central par la vanne amont,
- Un bief central communiquant avec les deux autres biefs à travers les deux vannes de fond amont et aval,
- Un bief aval, où la hauteur d'eau est régulée par un déversoir, qui communique avec le bief principal à travers la vanne aval.

Plusieurs tests sont réalisés sur le micro-canal expérimental en suivant le même dispositif expérimental que celui utilisé dans le cas de la simulation LB : on varie l'ouverture de la vanne amont (tandis que l'ouverture de la vanne aval reste fixe) en observant les changements qui en résultent dans la hauteur d'eau d'équilibre, dans le but de vérifier laquelle des formules théoriques (celle issue de l'équation de vanne classique, et celle issue de l'équation de vanne linéaire) correspond le mieux aux résultats expérimentaux.

Deux séries d'expériences ont été réalisées sur le micro-canal :

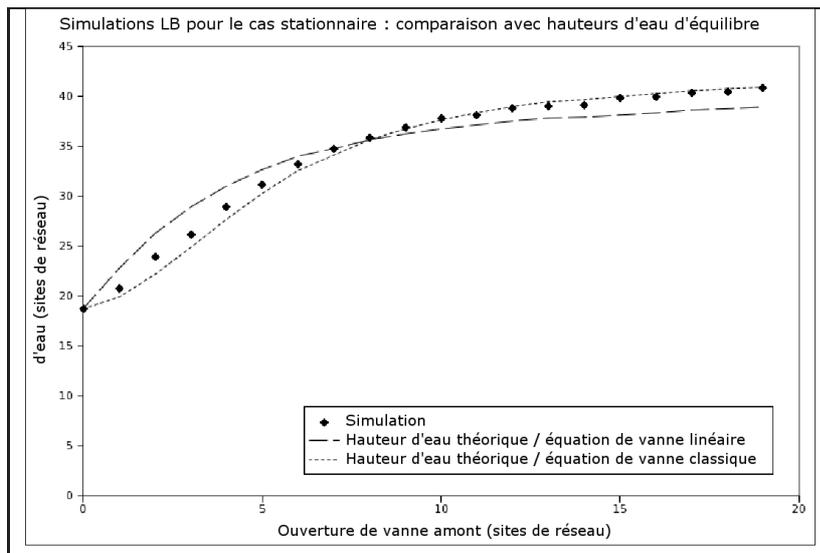


FIG. 4.6 – Vérification, avec les simulations LB, des formules théoriques déterminant la hauteur d'eau d'équilibre dans le cas d'un écoulement en régime stationnaire avec deux vannes ouvertes, dans des conditions similaires à celles que l'on utilise pour la collecte des données expérimentales. La figure montre donc la hauteur d'eau d'équilibre dans le bief étudié pour plusieurs ouvertures de la vanne interne amont. Deux courbes théoriques sont montrées en plus des données expérimentales, et correspondent respectivement à l'équation de vanne classique et à l'équation de vanne linéaire. Celle qui approche le mieux les données expérimentales est celle correspondant à l'équation de vanne classique. Les hauteurs d'eau des biefs amont et aval non simulés sont respectivement de 50 et 20 sites. La taille du réseau est de 450x100 sites.

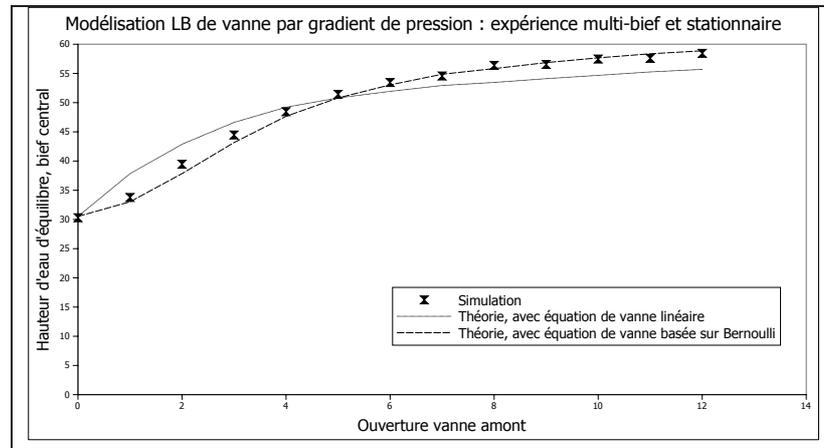


FIG. 4.7 – Vérification de la formule théorique déterminant la hauteur d’eau d’équilibre en régime stationnaire à deux vannes ouvertes, lorsque les vannes sont situées à l’intérieur du système (système à trois biefs), avec la condition aux limites par gradient de pression appliquée aux vannes externes.

- Une première série a été réalisée sur l’ensemble du micro-canal, à l’aide de senseurs enregistrant la hauteur d’eau en trois points du bief principal. Le schéma expérimental de cette série est visible dans la Fig. 4.8, et les résultats obtenus (courbes de hauteurs d’eau expérimentales et théoriques) dans la Fig. 4.9.
- Une deuxième série a été réalisée sur un bief de plus petite taille, avec un capteur unique dans le bief principal, situé en son centre. Le schéma expérimental de cette série est visible dans la Fig. 4.10, et les résultats obtenus dans la Fig. 4.11.

Dans les figures présentant les résultats de ces tests, nous montrons les données expérimentales d’un ou plusieurs capteurs donnant la hauteur d’eau au milieu du bief en fonction de l’ouverture de la vanne amont, plus la valeur théorique de cette hauteur d’eau dans chacun des deux cas envisagés : variation du débit soit proportionnelle à la différence des hauteurs d’eau, soit à sa racine carrée.

Toutefois, on observe que l’hypothèse d’uniformité de la hauteur d’eau qui doit impérativement être vérifiée pour que les formules théoriques soient pertinentes n’est pas vraie pour le dispositif expérimental utilisant l’ensemble du micro-canal. Ceci est visible dans la Fig. 4.9, où l’on peut observer les données des trois capteurs utilisés dans le bassin principal,

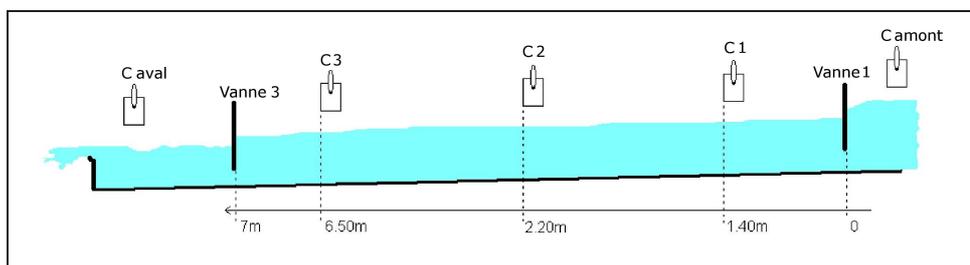


FIG. 4.8 – Expérience en régime stationnaire : schéma des expérimentations sur micro-canal dans le cas où le bief étudié est de grande taille (le micro-canal entier est utilisé), avec position des capteurs (C1,C2,C3)

comme indiqué dans la Fig. 4.8. En effet, les courbes correspondants à chacun des trois capteurs sont clairement séparées les unes des autres, et aucune n'est extrêmement proche des courbes théoriques.

Il a donc été nécessaire de procéder à d'autres tests sur un bief de plus petite taille de telle sorte que la hauteur d'eau puisse être considérée comme approximativement uniforme sur toute sa longueur, conformément à la Fig. 4.10. Dans ces essais, on a donc réduit la longueur du bassin principal et un capteur unique a été mis en place au milieu du bassin. La Fig. 4.11 montre les résultats obtenus pendant l'une de ces expériences stationnaires sur bassin de petite taille. Nous y observons que la formule qui approche le mieux les données est celle qui est basée sur l'équation classique, ce qui était le résultat attendu. Dans ce type d'expérience, on vérifie donc la validité de l'équation de vanne classique dans le cas expérimental.

## 4.6 Expérience de vidage

L'équation de vanne classique en mode noyé pour les vannes de fond immergées a été donnée (équation 3.10). Cette équation a été utilisée et vérifiée depuis des années dans le cadre de la modélisation des canaux d'irrigation à surface libre. Nous allons tenter de vérifier sa pertinence dans le cas d'une expérience sortant des conditions dans lesquelles elle est habituellement utilisée, à savoir une expérience de vidage.

– Nous utilisons deux bassins connectés par une vanne de fond immergée. Durant l'expé-

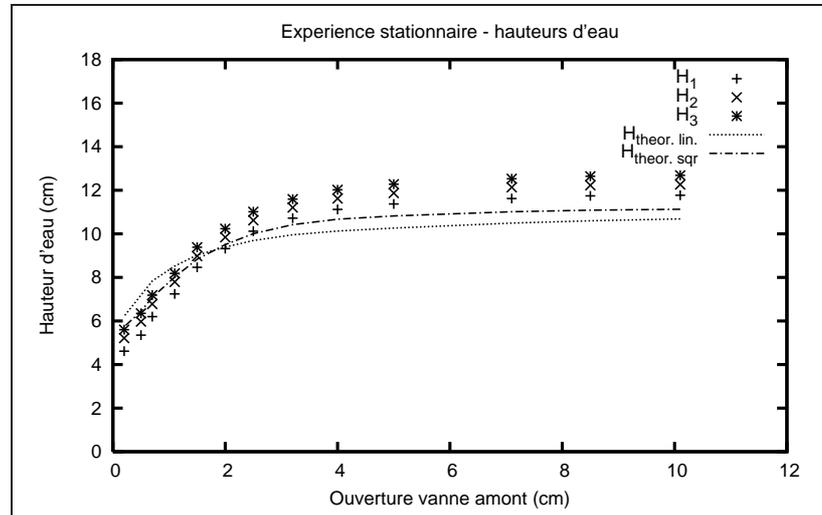


FIG. 4.9 – Expérience en régime stationnaire, cas expérimental avec grand bief (micro-canal entier) : vérification de la formule théorique déterminant la hauteur d'eau d'équilibre en régime stationnaire à deux vannes ouvertes. On montre les données expérimentales de la hauteur d'eau correspondant à trois capteurs situés à différentes positions et les deux courbes de hauteurs d'eau théoriques envisagées, basées respectivement sur l'équation de vanne classique et l'équation de vanne linéaire. Dans le cas où l'on utilise toute la longueur du canal, les données issues des capteurs et les courbes théoriques ne parviennent pas à coïncider.

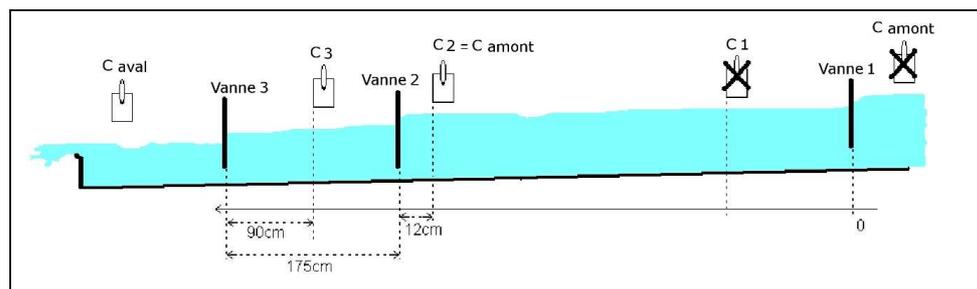


FIG. 4.10 – Expérience en régime stationnaire : schéma des expérimentations sur micro-canal dans le cas où le bief étudié est de petite taille (tout la longueur du micro-canal n'est pas utilisée).

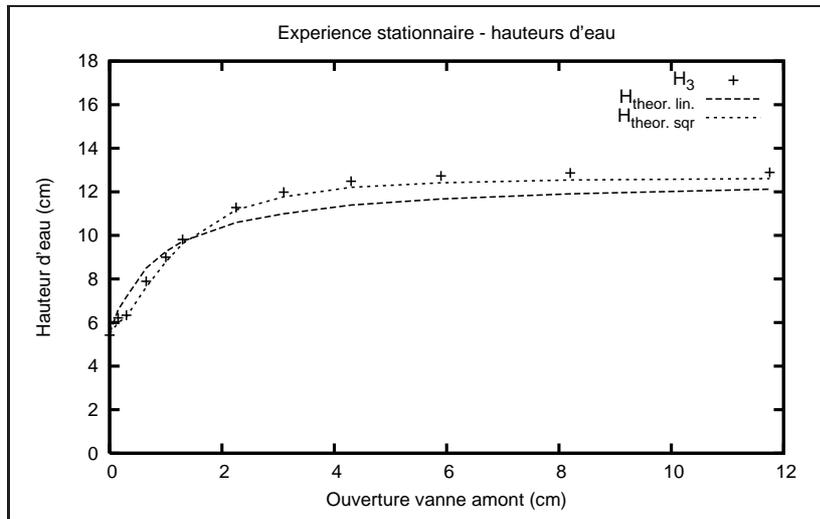


FIG. 4.11 – Expérience en régime stationnaire, cas expérimental avec petit bief : vérification de la formule théorique déterminant la hauteur d’eau d’équilibre en régime stationnaire à deux vannes ouvertes. On montre les données expérimentales de la hauteur d’eau correspondant à un unique capteur situé au milieu du bief étudié, ainsi que les deux courbes de hauteurs d’eau théoriques. La courbe théorique approchant le mieux les données expérimentales est la courbe basée sur l’équation de vanne classique.

rience, le niveau d’eau du bassin amont sera observé. La bassin aval verra sa hauteur d’eau contrôlée de façon telle que ses variations durant l’expérience puissent être considérées comme négligeables au regard des variations dans le bassin amont.

- Le bassin amont possède une hauteur d’eau initiale supérieure à la hauteur d’eau du bassin aval.
- Quand l’expérience commence, la vanne (initialement fermée) est ouverte. Le bassin amont se vide donc dans le bassin aval.
- Durant l’expérience, le niveau d’eau dans le bassin amont est enregistré.

La raison pour laquelle on effectue cette expérience particulière est que dans ces conditions, il est possible de calculer analytiquement l’évolution théorique de la hauteur d’eau (bien que quelques hypothèses complémentaires soient requises). Un schéma de l’expérience est donné dans la Fig. 4.12.

Nous posons également l’hypothèses que la hauteur d’eau dans chaque bassin est uniforme. Ceci signifie que :  $h_{up}(x, t) = h_{up}(t) = h(t)$  et  $h_{down}(x, t) = h_{down}(t) = h_{down}$  (car les

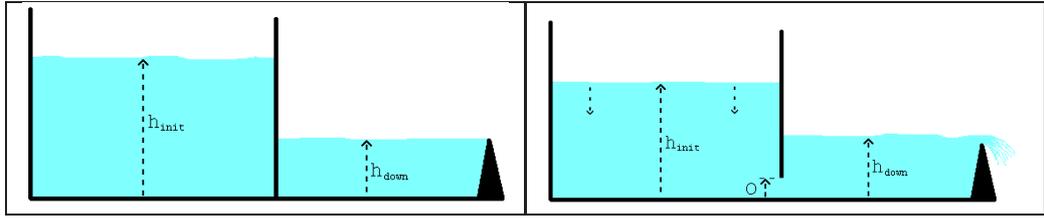


FIG. 4.12 – Expérience de vidage - Schéma général. Le système étudié est constitué de deux bassins. L'un d'eux, le bassin étudié (ou bassin amont), ne possède de communication qu'avec l'autre bassin (le bassin aval) par l'intermédiaire d'une vanne de fond. Le bassin aval communique également avec un autre bief d'évacuation par l'intermédiaire d'un déversoir, ce qui permet de limiter les variations de sa hauteur d'eau. La hauteur d'eau initiale du bassin amont est supérieure à celle du bassin aval. Au démarrage de l'expérience la vanne de séparation entre les deux bassins est ouverte, et on étudie par la suite l'évolution de la hauteur d'eau dans le bassin amont.

variations de la hauteur d'eau du bassin aval seront considérées comme négligeables). En utilisant ces hypothèses, on peut obtenir une expression analytique pour l'évolution de la hauteur d'eau :

$$Q = -B L \dot{h}(t) \quad (\text{conservation de la masse dans le bassin}) \quad (4.1)$$

$$Q = B \alpha O \sqrt{2g(h(t) - h_{down})} \quad (\text{équation de vanne classique}) \quad (4.2)$$

$$\dot{h}(t) = \alpha' \cdot \sqrt{h(t) - h_{down}} \quad , \quad \alpha' = \frac{-\alpha \cdot O \sqrt{2g}}{L} \quad (4.3)$$

$$\sqrt{h(t) - h_{down}} = -\frac{\alpha'}{2} \cdot t + \beta' \quad (4.4)$$

$$h(t) = h_{down} + \left( -\frac{\alpha'}{2} \cdot t + \beta' \right)^2 \quad (4.5)$$

avec  $Q$  le débit,  $B$  la largeur du canal,  $L$  la longueur du bassin amont,  $O$  l'ouverture de la vanne et  $g$  la gravité. La solution analytique pour la hauteur d'eau dans cette expérience est une parabole.

#### 4.6.1 Expérimentations sur micro-canal

Nous allons dans un premier temps nous intéresser aux résultats obtenus par expérimentation sur le micro-canal de l'ESISAR à Valence. Un schéma du dispositif expérimental

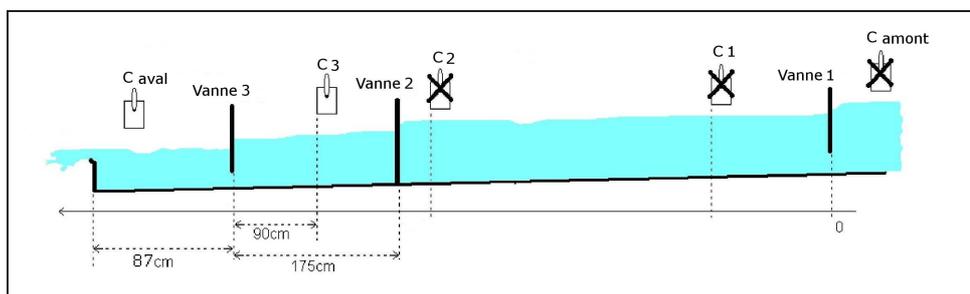


FIG. 4.13 – Expérience de vidage en régime transitoire : schéma des expérimentations sur micro-canal, avec position des capteurs (C1,C2,C3)

correspondant est donné dans la Fig. 4.13.

Comme on l'a vu, il est nécessaire dans le cadre de cette expérience de s'assurer que les variations de la hauteur d'eau dans le bassin aval sont négligeables. Deux méthodes ont été employées pour vérifier cette hypothèse lors des expérimentations sur micro-canal :

- La première méthode est de placer un déversoir dans le bassin aval. Si l'ouverture de la vanne est suffisamment faible lors de l'expérience, la variation de la hauteur d'eau dans le bassin aval restera limitée, dans la mesure où l'eau excédentaire s'écoulera par-dessus le déversoir.
- La deuxième méthode consiste à supprimer le déversoir et laisser le bassin aval en communication directe avec le bac d'évacuation, où une pompe et un automate assurent un contrôle automatique de la hauteur d'eau.

Dans les essais exposés plus loin, nous allons nous intéresser principalement à l'évolution de la hauteur d'eau dans le bassin amont, qui est donc théoriquement supposée être de forme parabolique conformément à l'équation 4.5. On montre dans la Fig. 4.14 un exemple de données de capteurs obtenues dans le cas d'un essai avec déversoir. Comme on peut le constater, ces courbes sont extrêmement bruitées. En pratique, on fait donc subir un lissage aux données avant de les exploiter. Parmi les trois courbes montrées dans cette figure, c'est principalement la courbe bleue qui va nous intéresser (évolution de la hauteur d'eau dans le bassin amont que l'on étudie).

Plusieurs types de résultats vont être présentés :

- Interpolation parabolique de la hauteur d'eau : on a vu que, théoriquement, si la vanne

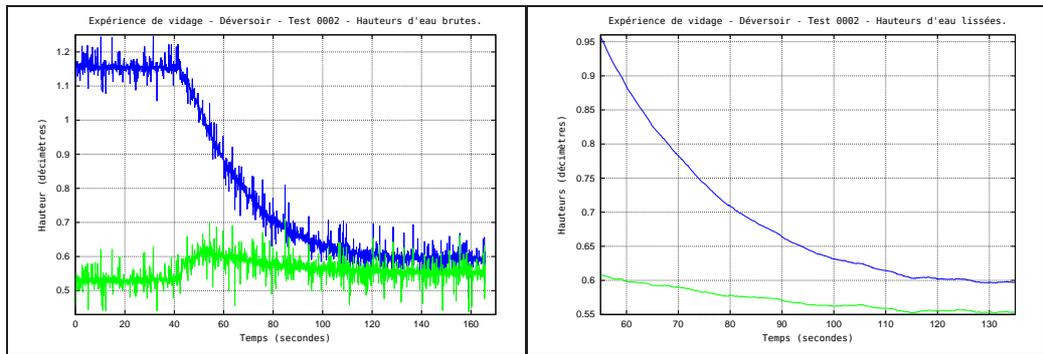


FIG. 4.14 – Expérience de vidage en régime transitoire - Cas où la hauteur d’eau dans le bassin aval est contrôlée par la présence d’un déversoir. On montre ici à gauche l’évolution de la hauteur d’eau dans le bief étudié (en bleu) et le bassin aval (en vert). À droite, on montre les courbes résultant du lissage effectué avant le traitement des données.

fonctionne de façon conforme à l’équation de vanne classique, l’évolution de la hauteur d’eau sous les hypothèses qui ont été faites est censée être une parabole.

- Interpolation exponentielle de la hauteur d’eau : en réalité, on a constaté dans un certain nombre d’essais qu’une interpolation exponentielle était en réalité plus proche des données que l’interpolation parabolique. Ce résultat sera mis en évidence.
- Relation entre débit et différence de hauteur d’eau : on a vu que selon l’équation de vanne classique 4.2 le débit présente une dépendance envers la racine carrée de la différence de hauteurs d’eau avant et après la vanne. On sait également (équation 4.1) que ce même débit est proportionnel à la dérivée de la hauteur d’eau. On peut donc tracer la courbe de  $\dot{h}(t)$  en fonction de  $\Delta h = h(t) - h_{down}$  afin de vérifier quel type de dépendance existe entre le débit et la différence de hauteurs d’eau au cours des simulations.

Les Fig. 4.15, 4.16 et 4.17 montrent respectivement les interpolations parabolique et exponentielle de la hauteur d’eau dans le bassin principal dans le cas :

- d’une expérience avec déversoir, où l’on constate que l’interpolation exponentielle approche mieux les données que la parabolique,
- d’une expérience avec contrôle automatique, où l’on fait le même constat que précédemment,
- d’une seconde expérience avec contrôle automatique, où, au contraire, l’interpolation

parabolique apparaît meilleure.

On a calculé l'erreur relative moyenne pour chaque interpolation (c'est-à-dire, la moyenne de la valeur absolue de l'écart entre chaque point de donnée et la valeur interpolée correspondante).

Le fait que la courbe exponentielle approche mieux les données que la courbe parabolique dans certains des essais suggère que l'équation de vanne classique ne s'applique pas sous certaines conditions.

On peut également faire la remarque que l'obtention d'une courbe d'allure exponentielle pour la hauteur d'eau correspond à l'existence d'une relation linéaire (et non plus en racine) entre le débit et la différence des hauteurs d'eau. En effet, si dans les équations 4.1 à 4.5 l'équation de vanne classique, qui présente donc une dépendance en racine carrée entre le débit et la différence de hauteur d'eau, est remplacée par une expression établissant une relation linéaire entre ces grandeurs, on obtient une expression exponentielle pour l'évolution de la hauteur d'eau :

$$Q = -B L \dot{h}(t) \quad (\text{conservation de la masse dans le bassin}) \quad (4.6)$$

$$Q = \alpha_{lin} O \cdot (h(t) - h_{down}) \quad (\text{dynamique de vanne linéaire}) \quad (4.7)$$

$$\dot{h}(t) = -\alpha' \cdot (h(t) - h_{down}) \quad , \quad \alpha' = O\alpha_{lin} \quad , \quad \alpha_{lin} > 0 \quad (4.8)$$

$$h(t) = h_{down} + (h(0) - h_{down}) \cdot e^{-\alpha' t} \quad (4.9)$$

Nous montrons aussi dans la Fig. 4.18 un autre résultat important : la relation entre  $\dot{h}(t)$  et la différence de hauteurs d'eau avant et après la vanne  $\Delta h$  (et donc indirectement entre  $Q$  et  $\Delta h$ , d'après la relation 4.6). Bien que la courbe soit extrêmement bruitée, nous pouvons voir que la dépendance est à peu près linéaire. La pente observée est négative de par le fait que  $h$  décroît au cours du temps (vidage).

Les tables 4.2 et 4.2 établissent la liste des essais réalisés (avec déversoir et avec contrôle automatique) et les erreurs observées pour les interpolations parabolique et exponentielle dans chaque cas. On y constate que dans tous les essais réalisés avec déversoir, l'interpolation exponentielle est la meilleure. En revanche, dans le cas des essais réalisés avec contrôle

automatique, l'interpolation parabolique est meilleure pour la moitié des essais. Or, dans le cas où l'on utilise le contrôle automatique, la dynamique de la pompe peut potentiellement influencer d'une manière imprévisible sur l'expérience, ce qui peut expliquer la différence de comportement observée selon les essais.

Une autre information importante peut être retirée du coefficient  $\alpha$  de la vanne. Celui-ci peut être calculé à l'aide de données expérimentales, à la fois à partir d'expériences en régime stationnaire où l'on sait que l'équation classique est vérifiée, et ensuite à partir d'expériences de vidage, qui permettent de l'obtenir à partir du coefficient  $\alpha'$  de l'interpolation parabolique (on utilise pour cela la relation  $\alpha' = \frac{-\alpha \cdot Q \sqrt{2g}}{L}$ ) dans 4.3).

Nous avons calculé  $\alpha$  pour plusieurs expériences incluant celles où l'interpolation parabolique paraît meilleure et nous avons trouvé des valeurs comprises entre 0.1 et 0.4 pour les expériences de vidage, alors que les valeurs connues précédemment pour les vannes du micro-canal sont plutôt comprises entre 0.6 et 0.7 (voir [14]). Même lorsque la parabole paraît approcher correctement les données expérimentales, il ne semble donc pas que ce soit la parabole attendue.

En conséquence, il semble que durant les expériences de vidage la vanne obéisse à une équation de vanne linéaire. Il existe donc des situations (habituellement non rencontrées dans des canaux réels, et dont l'expérience de vidage décrite ici constitue un exemple) où les vannes exhibent une dynamique non conforme à celle déduite des équations de Bernoulli : notamment, le débit n'est plus proportionnel à la racine carrée de la différence de hauteurs d'eau, mais il est directement proportionnel à cette différence.

TAB. 4.2 – *Expérience de vidage - Erreurs pour les interpolations parabolique et exponentielles de la hauteur d'eau dans le bassin étudié, cas du contrôle par déversoir.*

Essai	Erreur interpolation parabolique	Erreur interpolation exponentielle
0003	0.013248	0.0026182
0002	0.010926	0.0027491
e003	0.019954	0.010333

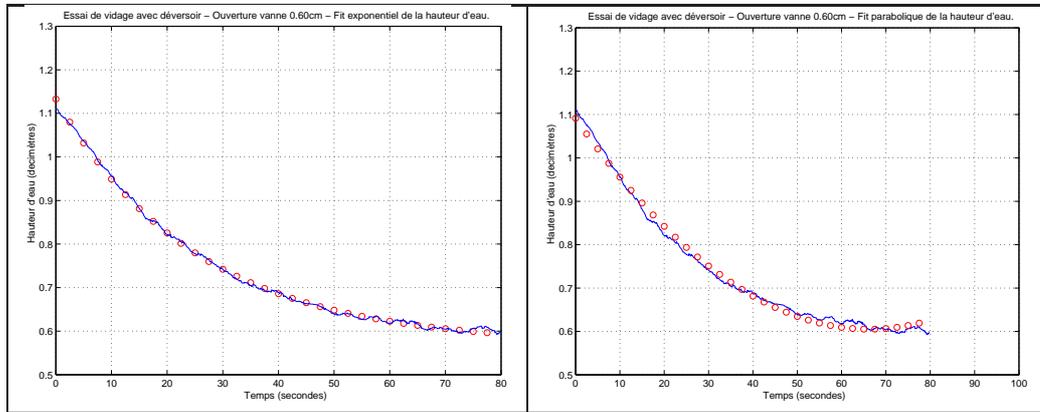


FIG. 4.15 – Expérience de vidage - Niveau d'eau aval contrôlé par déversoir. Interpolations exponentielles et paraboliques. Erreur relative dans le cas parabolique : 0.010926 ; dans le cas exponentiel : 0.002749.  $\alpha_{num}$  : 0.37078

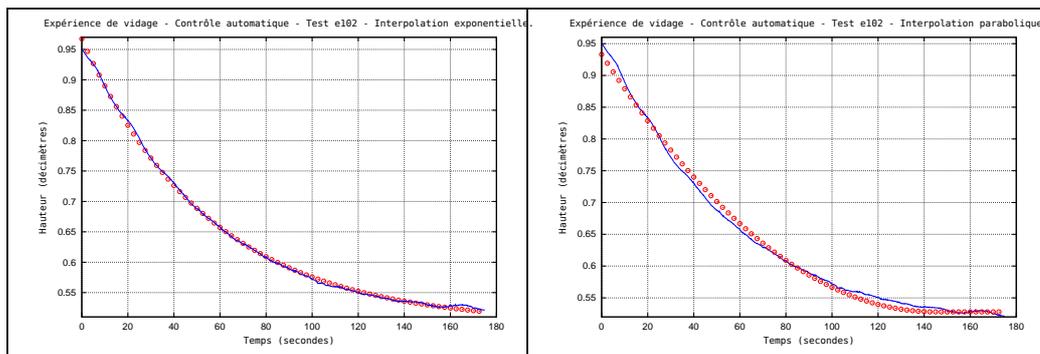


FIG. 4.16 – Expérience de vidage - Niveau d'eau aval contrôlé par automate et pompe. Interpolations exponentielles (gauche) et paraboliques (droite). Erreur relative dans le cas parabolique : 0.012700 ; dans le cas exponentiel : 0.0038045.

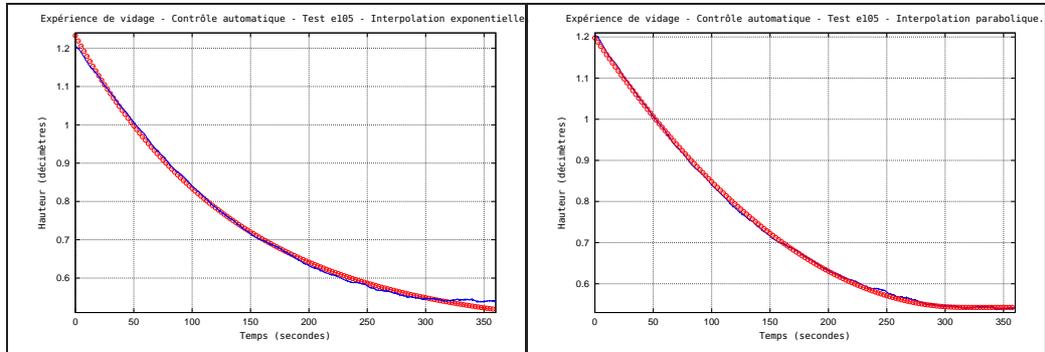


FIG. 4.17 – Expérience de vidage - Niveau d'eau aval contrôlé par automate et pompe. Interpolations exponentielles (gauche) et paraboliques (droite). Erreur relative moyenne dans le cas parabolique : 0.0075662; dans le cas exponentiel : 0.010656. La valeur du coefficient de vanne  $\alpha_{num}$  vaut 0.16032.

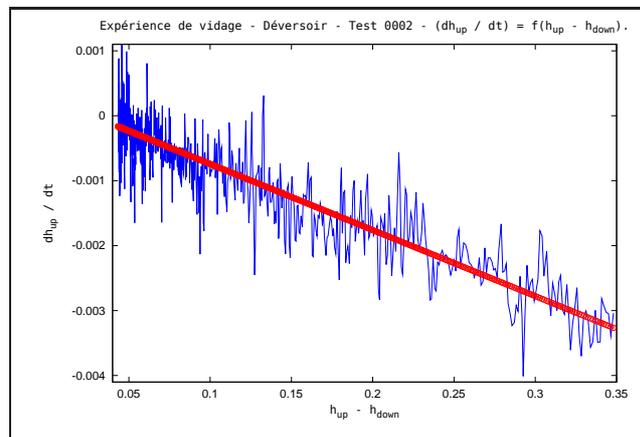


FIG. 4.18 – Expérience de vidage - Niveau d'eau aval contrôlé par déversoir. On montre la dépendance entre  $\dot{h}(t)$  et  $\Delta h$ . La courbe bleue très bruitée est constituée des données expérimentales, la droite en rouge est une interpolation linéaire des données expérimentales.

TAB. 4.3 – *Expérience de vidage - Erreurs pour les interpolations parabolique et exponentielles de la hauteur d'eau dans le bassin étudié, cas du contrôle automatique.*

Essai	Erreur interpolation parabolique	Erreur interpolation exponentielle
e101	0.0076301	0.011852
e102	0.012700	0.0038045
e104	0.018563	0.0113034
e105	0.0075662	0.010656

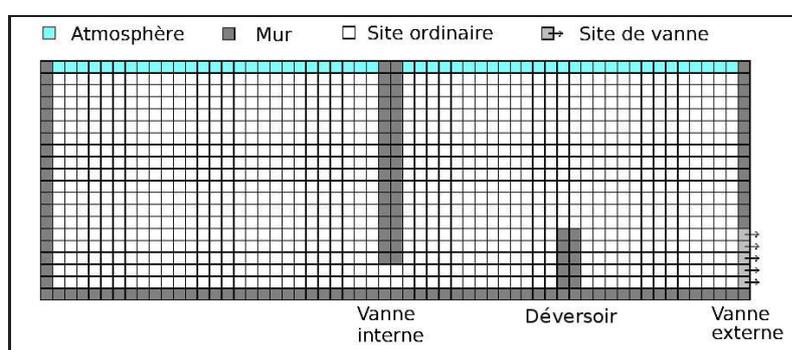


FIG. 4.19 – *Expérience de vidage en régime transitoire - Schéma du réseau utilisé pour les simulations LB.*

#### 4.6.2 Simulations avec le modèle LB

Des essais similaires ont été réalisés en utilisant le modèle LB du canal. On a utilisé pour cela un réseau assez semblable à celui montré dans la Fig. 4.19, qui reproduit les expériences sur micro-canal où le niveau d'eau du bassin aval est contrôlé via la présence d'un déversoir. Trois bassins sont présents dans le réseau, le premier étant séparé du second par une vanne de fond interne, et le second du troisième par un obstacle vertical qui fait office de déversoir. Une seule vanne externe est présente dans le bief aval, afin d'évacuer le fluide s'écoulant par le déversoir en cours d'expérience.

Les résultats sont donnés dans les Fig. 4.20 (pour la relation entre  $Q$  et  $\Delta h$  ainsi l'évolution de la hauteur d'eau) et 4.21 (interpolation exponentielle et parabolique) pour une simulation réalisée avec un réseau de taille  $1000 \times 100$ . On observe dans la figure 4.21 que l'interpolation exponentielle est clairement meilleure que la parabolique.

Dans la figure 4.20, on constate qu'il existe de petites variations de la hauteur d'eau aval, bien que de faible amplitude. Le débit est approximativement linéaire en fonction de la différence de hauteur d'eau, mais, à la différence du cas expérimental, la pente est ici positive puisque, dans le cas LB, on peut calculer directement le débit à la vanne (positif) à partir des fonctions de distribution  $f_i$  (sans employer  $\dot{h}(t) - h$  décroissante).

Comme dans le cas expérimental, il existe des simulations où l'interpolation parabolique est meilleure. Toutefois, cela n'est vérifié que dans les simulations effectuées sur des réseaux de petite taille ( $200 \times 100$ ). Des résultats correspondants à ce cas sont montrés dans les Fig. 4.22 et 4.23. La courbe du débit en fonction de la différence de la hauteur d'eau reste néanmoins clairement d'allure linéaire.

Les coefficients de vanne  $\alpha$  ont aussi été calculés pour les simulations LB. Ces coefficients ont été obtenus à partir des coefficients  $\alpha'$  des interpolations paraboliques.

Dans les simulations réalisées sur des réseau de petite taille ( $200 \times 60$  par exemple) les coefficients de vanne obtenus (toujours à partir des données numériques issues des interpolations paraboliques) sont supérieurs à 0.3. Sur des réseaux un peu plus grands ( $200 \times 100$ ) ils sont d'environ 0.2. Sur les réseau relativement grands ( $1000 \times 100$ ), les valeurs sont assez faibles, de l'ordre de 0.1.

On constate donc que les résultats de simulations LB semblent également suggérer que durant les expériences de vidage l'équation de vanne classique n'est pas vérifiée, conformément à ce qu'on avait vu empiriquement.

## 4.7 Expérience de vidage/remplissage à deux bassins

Cette expérience constitue une variante de l'expérience de vidage vue précédemment. Ici, on considère deux bassins communiquant uniquement l'un avec l'autre. L'expérience consiste à initialiser les deux bassins, vannes fermées, avec une hauteur d'eau distincte pour chacun d'eux, puis à ouvrir la vanne et observer l'évolution de la hauteur d'eau dans chacun des deux bassins. L'objectif est uniquement d'observer la relation entre le débit à la vanne et la différence de hauteurs d'eau. Nous allons donc nous intéresser aux quantités  $\dot{h}(t)$  et  $\Delta h$ . La différence par rapport à l'expérience précédente est que seule la dynamique de la vanne

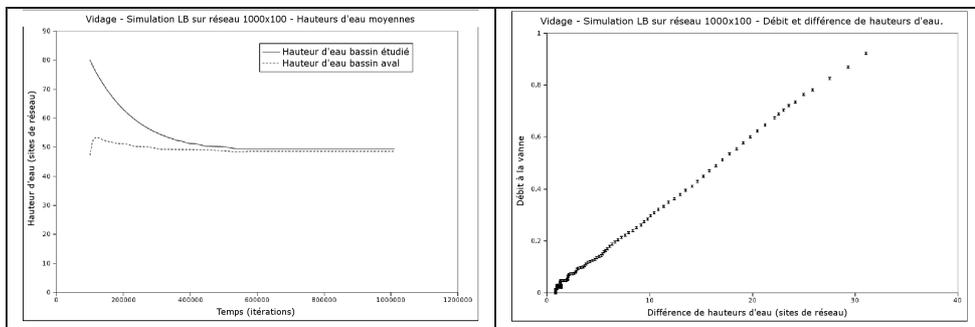


FIG. 4.20 – Expérience de vidage en régime transitoire - La simulation LB a été effectuée sur un réseau  $1000 \times 100$ . L'évolution des hauteurs d'eau dans le système est montrée dans la partie gauche de la figure. Dans la partie droite apparaît la dépendance entre débit et  $\Delta h$ .

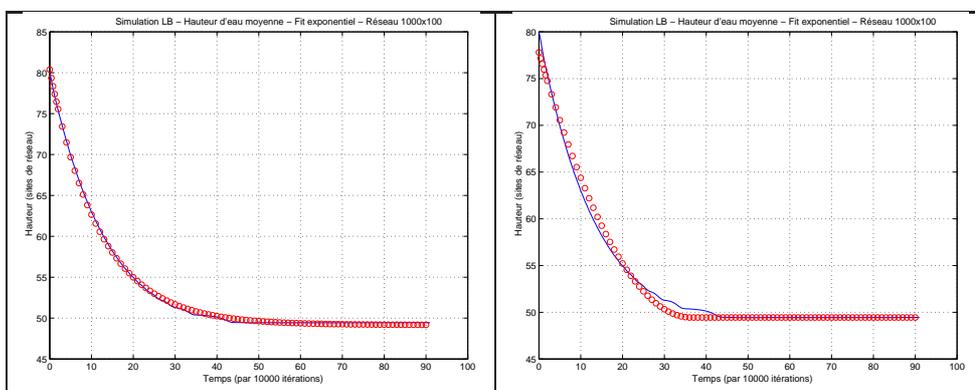


FIG. 4.21 – Expérience de vidage en régime transitoire - La simulation LB a été effectuée sur un réseau de taille  $1000 \times 100$ . On montre à gauche l'interpolation exponentielle et à droite l'interpolation parabolique pour la hauteur d'eau du bassin étudié. Erreur relative moyenne dans le cas parabolique : 0.0071 ; Erreur dans le cas exponentiel : 0.0041.

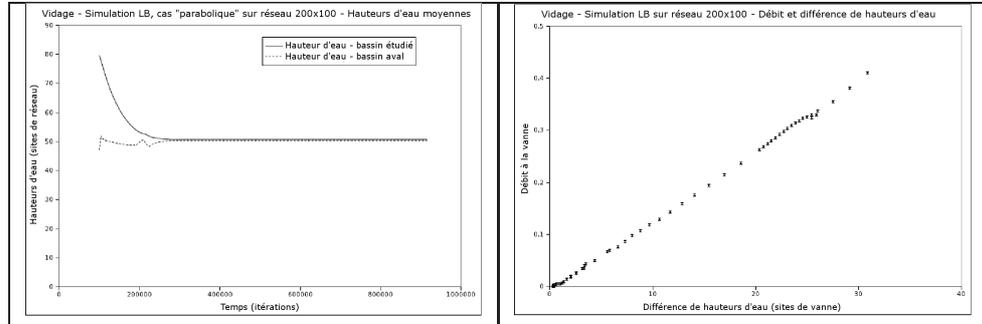


FIG. 4.22 – Expérience de vidage en régime transitoire - La simulation LB a été effectuée sur un réseau de taille  $200 \times 100$ , dans le cas "parabolique". Les courbes de gauche montrent l'évolution des hauteurs d'eau dans les différents bassins composant le système. La dépendance entre débit et  $\Delta h$  est présentée dans la figure de droite.

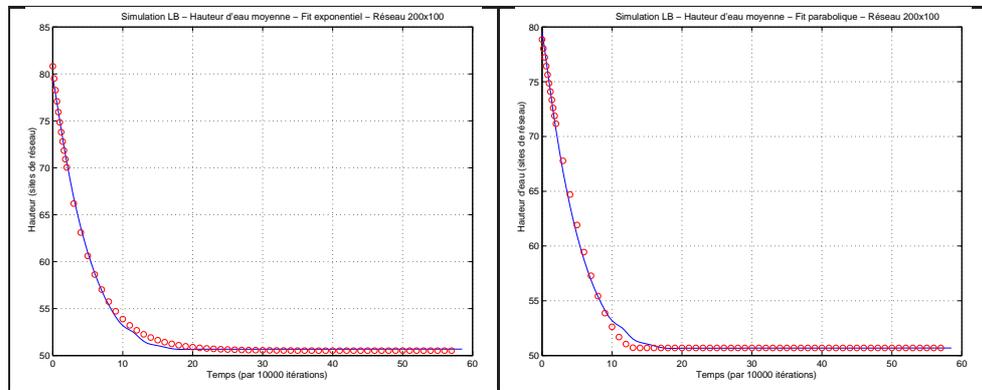


FIG. 4.23 – Expérience de vidage en régime transitoire - La simulation LB a été effectuée sur un réseau de taille  $200 \times 100$ , dans le cas "parabolique". On montre à gauche l'interpolation exponentielle et à droite l'interpolation parabolique pour la hauteur d'eau du bassin étudié. Erreur relative moyenne dans le cas parabolique : 0.0034 ; Erreur dans le cas exponentiel : 0.0048.

étudiée va influencer sur l'évolution des hauteurs d'eau, du fait qu'on a supprimé le déversoir.

#### 4.7.1 Expérimentations sur micro-canal

On considère en premier lieu les expériences sur micro-canal. On a utilisé lors de celles-ci quatre biefs, conformément à la Fig. 4.24 :

- Le bac amont, dont la hauteur d'eau est contrôlée automatiquement. Ce bac communique avec le bief 1 à travers la vanne 1.
- Le bief 1, qui est initialisé avec la hauteur d'eau la plus élevée. Il communique avec le bief 2 à travers la vanne 2 et avec le bac amont à travers la vanne 1.
- Le bief 2, qui est initialisé avec la hauteur d'eau la plus faible. Il communique avec le bief 1 à travers la vanne 2 et avec le bac aval à travers la vanne 3.
- Le bief 3, dont la hauteur d'eau est plus ou moins constante en raison de la présence du déversoir situé à son extrémité. Il communique avec le bac aval par le déversoir et avec le bief 2 par la vanne 3.

Les deux biefs étudiés sont les biefs 1 et 2. L'initialisation de l'expérience consiste à maintenir fermée la vanne de communication entre ces deux sections, tandis qu'on fixe leurs hauteurs d'eau initiales en ouvrant les vannes 1 et 3. Lorsque les hauteurs d'eau initiales voulues sont atteintes, on ferme les vannes 1 et 3. L'expérience peut alors démarrer.

Celle-ci consiste à simplement ouvrir la vanne 2, permettant ainsi au bief 1 de se vider et au bief 2 de se remplir.

Toutefois, lors des premières tentatives de lancement de l'expérience, de très fortes fuites ont été détectées dans la vanne 2. Ceci peut être vérifié si l'on observe l'évolution des hauteurs d'eau dans les biefs 1 et 2 après leur initialisation mais en l'absence d'ouverture de la vanne 2. Les résultats sont montrés dans la Fig. 4.25. On constate que les hauteurs d'eau des deux biefs convergent l'une vers l'autre en dépit du fait que la vanne est fermée. En raison de ces fuites, le protocole expérimental doit être corrigé de façon à ouvrir la vanne 2 au même instant où l'on ferme les vannes 1 et 3. On suit donc la procédure suivante :

- État initial : vanne centrale fermée, vannes 1 et 2 légèrement ouvertes pour maintenir les

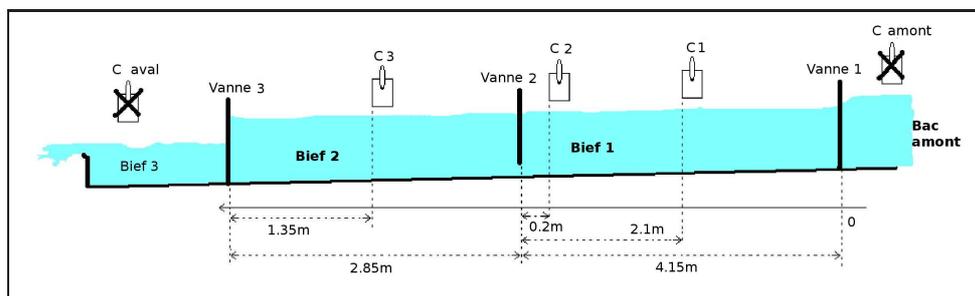


FIG. 4.24 – Expérience de vidage/remplissage à deux bassins - Schéma des expérimentations sur le micro-canal expérimental, avec position des capteurs (C1,C2,C3).

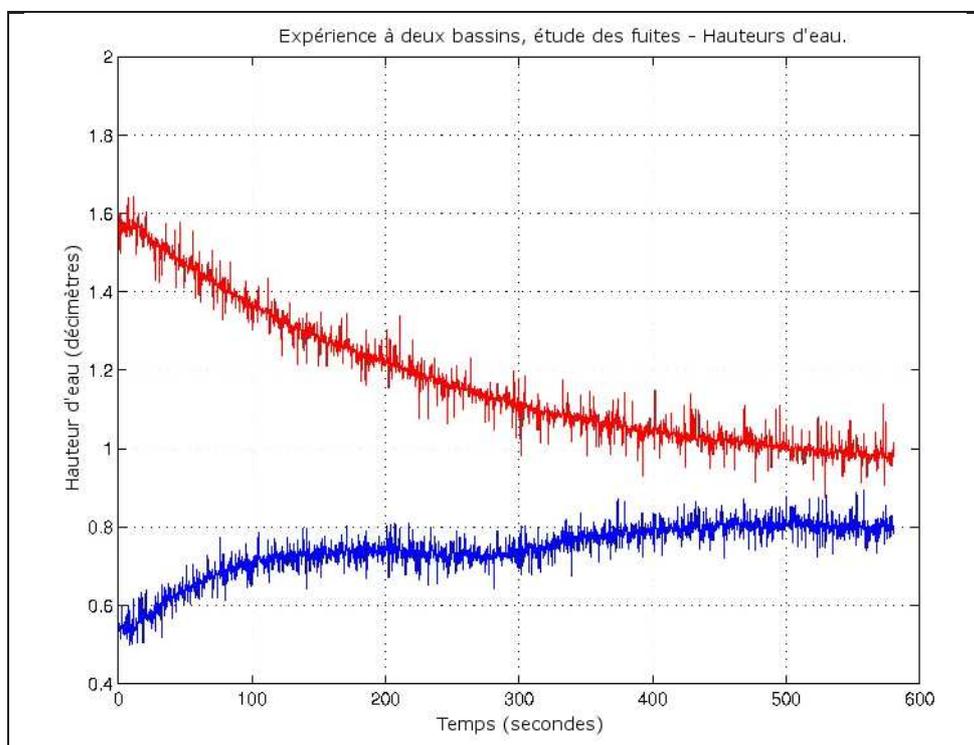


FIG. 4.25 – Expérience à deux bassins - Mise en évidence des fuites de la vanne centrale (vanne 2) : les hauteurs d'eau du bief 1 (courbe du haut, décroissante) et du bief 2 (courbe du bas croissante) convergent en l'absence de communications. Si l'on suppose que la dynamique des fuites est comparable à celle correspondant à l'équation classique d'une vanne de fond en régime noyé, on peut calculer une ouverture de vanne équivalente. En admettant un coefficient de vanne équivalent de 0.6, on obtient alors une ouverture de vanne équivalente de 1.3mm. Le véritable coefficient de vanne dans ce cas étant évidemment inconnu, une ouverture équivalente comprise entre 1 et 2 millimètres paraît une hypothèse raisonnable.

hauteurs d'eau des biefs 1 et 2 à la valeurs voulue (sans quoi ils convergent en l'absence d'ouverture de la vanne 2).

- Au démarrage de l'expérience, les trois actions suivantes sont donc accomplies au même instant :
  - fermeture de la vanne amont (vanne 1),
  - fermeture de la vanne aval (vanne 3),
  - ouverture de la vanne centrale (vanne 2).

La Fig. 4.26 montre les résultats de l'une de ces expériences. La partie gauche de la figure montre l'évolution de la hauteur d'eau dans les deux biefs étudiés. On constate que les deux niveaux d'eau convergent vers la même valeur. Toutefois, celle-ci continue de baisser après la jonction des deux courbes. Ceci indique la présence de fuites au niveau de la vanne 3 également.

La partie droite montre, pour le bief 1, la relation entre la dérivée de la hauteur d'eau (et donc, comme on l'a vu, le débit à la vanne 2) et la différence de hauteur d'eau entre les deux bassins. on peut constater une forte tendance linéaire dans la relation entre  $\dot{h}(t)$  et  $\Delta h$ , comme dans le cas de l'expérience précédente de vidage. On notera toutefois que les données de débit, qui apparaissent extrêmement bruitées, ont néanmoins été obtenues en effectuant auparavant un lissage très fort de la hauteur d'eau (en fait, un lissage sur 200 points que l'on a effectué sur un ensemble de 1200 points de données).

#### 4.7.2 Simulations avec le modèle LB

Des résultats similaires sont obtenus avec les simulations LB pour la même expérience. Un schéma du type de réseau utilisé pour cette expérience est montré dans la Fig. 4.27. La Fig. 4.28 montre que dans le cas LB on a également une tendance linéaire entre le débit et la différence de hauteurs d'eau avant et après la vanne.

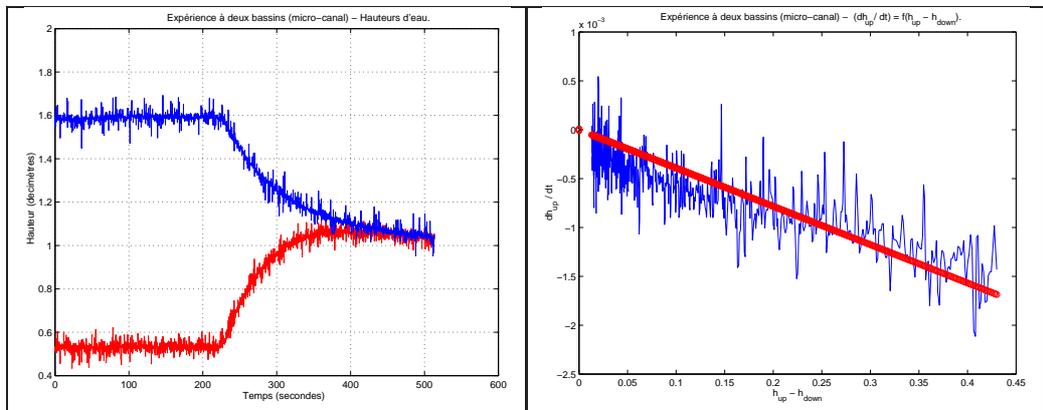


FIG. 4.26 – Expérience à deux bassins - Résultats des expérimentations sur le micro-canal. À gauche, évolution des hauteurs d'eau. À droite, mise en évidence du caractère linéaire de la relation entre débit et différence de hauteurs d'eau.

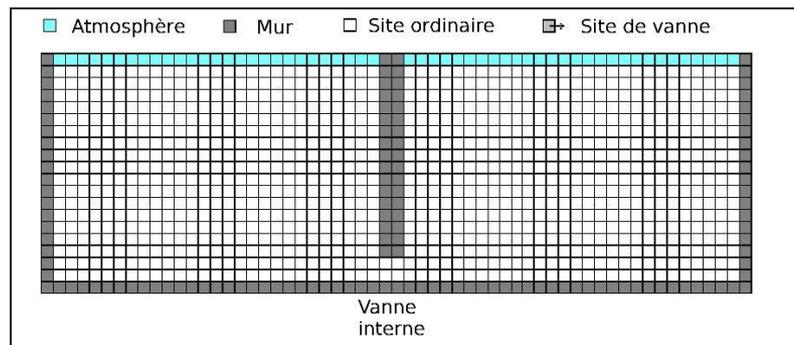


FIG. 4.27 – Expérience à deux bassins - Schéma du réseau utilisé pour les simulations LB.

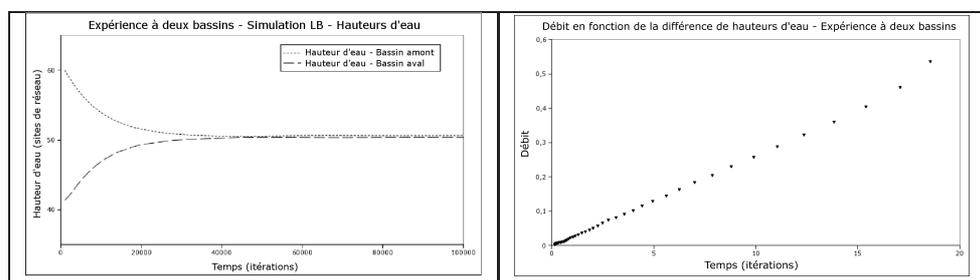


FIG. 4.28 – Expérience à deux bassins - Résultats des simulations LB. À gauche, évolution des hauteurs d'eau. À droite, mise en évidence du caractère linéaire de la relation entre débit et différence de hauteurs d'eau.

## 4.8 Conclusion

Dans les méthodes classiques de modélisation, les vannes ne peuvent être simulées directement mais constituent des conditions aux limites qui réclament une modélisation spécifique assurée par les équations caractéristiques des ouvrages. La forme de ces équations dépend du régime de fonctionnement de la vanne, et le choix de la formule (et donc des conditions aux limites à adopter pour assurer la communication entre les biefs) doit évoluer en cours de simulation en fonction des propriétés de l'écoulement.

Dans ce chapitre, on a montré que dans le cas de notre modèle LB, ces limitations n'existent pas : d'une part, l'intégration de vannes de fond au sein du système n'exige pas de modélisation particulière (bien que ce ne soit pas le cas des vannes situées aux limites du système), et, d'autre part, le modèle semble capable de décrire aussi bien les régimes de fonctionnement de vanne habituels pour les canaux d'irrigation que des dynamiques de vanne que l'on ne rencontre pas usuellement, et ce sans effort de modélisation particulier. Sur ce point, la correspondance entre les simulations et les expérimentations sur le micro-canal permet à la fois de montrer l'intérêt particulier de la méthode et de valider celle-ci. Le modèle décrit le comportement de l'écoulement autour de la vanne de façon réaliste, contrairement aux méthodes classiques.

## Chapitre 5

# Influence des processus de sédimentation sur l'écoulement

## 5.1 Introduction

Dans la plupart des réseaux hydrauliques, on peut être confronté à toutes sortes de perturbations ; fuites, évaporation, fortes pluies, prélèvements sauvages, présence d'obstacles divers ou de dépôts de sédiments. Nous allons nous focaliser ici sur l'adjonction au modèle de phénomènes de sédimentation. Ceux-ci peuvent avoir des origines diverses, tel le charriage de matériaux provenant de l'amont du système (par érosion des sols notamment), ou une production locale (croissance de plantes aquatiques, décomposition de la faune et de la flore). De nombreuses conséquences négatives en résultent : diminution de la capacité (débit, volume), réduction de la sécurité de l'ouvrage, obturation de vannes... Dans certains cas, la qualité de l'eau peut également s'en ressentir.

La prise en compte des phénomènes de sédimentation dans la modélisation des écoulements au sein des canaux à surface libre est donc importante. Les modèles classiques intègrent la sédimentation en considérant un problème couplé avec, d'une part, l'écoulement de l'eau, et, de l'autre, le déplacement et le dépôt des sédiments, qui modifient de fait la géométrie du fond et des berges du canal. On a donc un écoulement sur lit mobile, ce qui se traduit par une ré-écriture des équations de Saint-Venant prenant en compte les variations de la profondeur du fond. Ces variations sont modélisées par la prise en compte et l'étude des différents processus qui interviennent dans la dynamique des sédiments, à savoir le transport, la déposition et l'érosion. Ces phénomènes sont en fait extrêmement complexes et les résultats théoriques sont rares, difficiles à établir et ne concernent généralement que des situations expérimentales limitées. Dans les faits, on emploie donc une multitude de lois empiriques diverses en fonction de la situation et des conditions hydrauliques rencontrées. On trouvera une description assez complète de l'intégration des phénomènes de sédimentation et de transport dans les modèles de type Saint-Venant dans [43].

L'introduction de la sédimentation au sein d'un modèle de Boltzmann sur réseau a déjà fait l'objet de diverses publications. Nous nous basons dans ce chapitre sur les travaux de A. Masselot, B. Chopard et A. Dupuis [30, 31, 96, 19, 29]. Par rapport aux méthodes usuelles liées aux modèles traditionnelles basés sur les équations de Saint-Venant, les méthodes de modélisation de la sédimentation dans le cadre des modèles LB sont plus simples et

intuitives, basées sur des règles locales. On considère dans ce cas l'existence de particules solides discrètes sur le réseau LB, en plus des fonctions de distribution classiques, dont le transport et la déposition/érosion sont corrélés à la dynamique du fluide. Le transport, l'érosion et la déposition des particules solides font l'objet de règles locales simples, qui ne requièrent notamment pas de différencier les différents modes de transport connus des particules (charriage, suspension, suspension intrinsèque...) ni d'utiliser des règles différentes pour des situations différentes (il suffit de jouer sur les paramètres du modèle). Dans la suite de ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter le modèle, puis tester sa validité.

## 5.2 Algorithme de sédimentation

Différents mécanismes, constituant un algorithme de sédimentation, sont ajoutés au modèle LB de simulation du canal. L'algorithme de sédimentation utilisé ici provient initialement des travaux de A. Masselot, B. Chopard et A. Dupuis [30, 31, 96, 19, 29], et un certain nombre de changements y ont été introduits pour l'adapter au cas des canaux à surface libre.

Des particules dites "solides" sont ajoutées dans le réseau en plus des fonctions de distribution classiques de la méthode de Boltzmann sur réseau. Ces particules granulaires peuvent exister sous deux états : libre ou gelé. À l'état libre, elles ont la capacité de se déplacer sur le réseau, ou de se déposer, auquel cas elles passent à l'état gelé : elles demeurent immobiles et peuvent éventuellement affecter l'écoulement lorsqu'elles se trouvent en nombre suffisant sur un site donné. À l'état gelé, elles peuvent être érodées pour retourner à l'état libre. Leur mouvement, leur déposition et érosion sont fonction des propriétés locales de l'écoulement et de la gravité. Chaque site du réseau peut également se trouver en deux états possibles : fluide ou solide. L'état fluide est l'état "normal" d'un site : un site se trouve dans cet état par défaut. Sur un site fluide, l'écoulement est régi uniquement par la règle de transition usuelle de la méthode de Boltzmann sur réseau. On considère ensuite que si le nombre de particules granulaires se trouvant à l'état gelé sur un site dépasse un certain seuil, un site passe de l'état fluide à l'état solide, auquel cas l'écoulement y est perturbé. Inversement, si

à un instant donné le nombre de particules gelées sur un site repasse en-dessous du seuil, le site redevient fluide. Les particules solides peuvent être créées en début de simulation et/ou être générées à chaque itération au niveau de la vanne amont.

L'algorithme est divisé en plusieurs processus :

- Le processus de déposition définit les règles régissant la sédimentation en elle-même.
- Le processus d'érosion définit les conditions dans lesquelles une particule peut être arrachée à l'état gelé et repasser à l'état libre.
- Le processus de transport décrit le mouvement des particules libres en suspension dans le fluide.
- Les règles d'effondrement limitent la cohésion des particules et permettent de contrôler l'angle au repos des dépôts solides de sédiments.

### 5.2.1 Règles de transport

Le premier aspect de l'algorithme de sédimentation est la règle de transport. À chaque pas de temps, chaque particule est déplacée aléatoirement vers l'une des directions possibles du réseau (soit neuf dans le cas D2Q9). Pour chacune des directions, le produit scalaire du vecteur élémentaire correspondant et de la vitesse de l'écoulement est calculé afin de définir la probabilité de se déplacer dans cette direction. Une vitesse  $u_{fall}$ , dont seule la composante verticale est non nulle, est ajoutée à la vitesse de l'écoulement afin de simuler l'effet de la gravité sur les particules solides, qui auront ainsi une tendance naturelle à chuter vers le fond du canal. La probabilité  $p_i$  pour chaque particule de se déplacer dans la direction  $i$  s'écrit :

$$p_i = \tau_s v_i \cdot (u + u_{fall}) \quad (5.1)$$

où coefficient  $\tau_s$  est un coefficient appliqué à chaque probabilité de déplacement. Il fixe l'échelle temporelle caractéristique du déplacement des particules granulaires. En pratique, lorsque le nombre de particules libres susceptible d'être présentes simultanément sur un site de réseau est important, la probabilité  $p_i$  n'est pas traitée, en termes d'implémentation de l'algorithme, comme une probabilité individuelle de déplacement pour chaque particule,

mais comme la proportion de particules libres qui vont être déplacées dans la direction correspondant à l'indice  $i$  (ceci afin d'économiser le temps de calcul). Il est à noter que les techniques classiques de prise en compte des phénomènes de sédimentation dans le cadre des canaux d'irrigation définissent et modélisent plusieurs modes de transport pour les particules (voir par exemple [43]) :

- charriage (les particules restent en contact permanent avec le fond et roulent sur celui-ci),
- suspension (les particules se déplacent par bonds),
- suspension intrinsèque (les particules restent en suspension dans l'écoulement sans jamais toucher le fond).

Dans le cas présent, la distinction entre eux n'a pas à être retranscrite dans l'algorithme de sédimentation : l'ensemble de ces modes de transport peut en effet être simulé par l'interaction entre la règle de transport simple définie dans l'équation 5.1 et les autres processus de sédimentation qui vont être décrits par la suite (en fonction des valeurs données à leurs paramètres).

### 5.2.2 Règles de déposition

La déposition est la partie de l'algorithme qui gère le changement d'état des particules granulaires de l'état libre vers l'état gelé, et le changement d'état des sites de réseau de l'état fluide vers l'état solide. La règle de déposition précise donc les conditions dans lesquelles une particule libre passe à l'état gelé, ainsi que celles dans lesquelles un site à l'état fluide passe à l'état solide. Typiquement, une particule peut devenir gelée lorsque son mouvement normal la conduit vers un obstacle, ce qui la force à devenir inerte. En pratique, elle passe aléatoirement à l'état gelé avec une probabilité  $P_{sol}$  dès lors que son déplacement devrait la mener normalement vers un site se trouvant déjà à l'état solide, ou un site situé en dehors des limites du réseau. Si elle ne passe pas à l'état gelé, elle reste temporairement immobile sur le site où elle se trouve, tout en demeurant à l'état libre. Pour qu'une particule gèle, il faut donc préalablement qu'elle ait tenté un déplacement vers un site solide voisin, de façon conforme à la règle de transport. Pour chaque site voisin solide associé à une direction de propagation  $i$ , il existe donc une proportion  $p_i$  de particules qui

vont passer à l'état gelé par tentative de déplacement vers ce site, que l'on exprime comme suit :

$$p_i^s = \tau_s P_{sol} v_i \cdot (u + u_{fall}) \quad (5.2)$$

Une particule gelée n'est plus soumise aux règles de transport décrites dans la partie précédente. Elle reste inerte et fixée au site où elle s'est gelée. Pour être transportée à nouveau par le fluide, il est nécessaire qu'elle soit préalablement érodée et redevienne une particule libre.

Un site à l'état fluide passe à l'état solide dès lors que s'y trouvent un nombre de particules gelées supérieur à un seuil  $N_s$ . Inversement, dès que, par érosion, le nombre de particules gelées sur un site redevient inférieur à  $N_s$ , le site redevient fluide. Un site à l'état solide ne peut plus recevoir de nouvelles particules gelées après sa solidification.

### 5.2.3 Règles d'érosion

Le mécanisme d'érosion détermine les conditions dans lesquelles une particule gelée peut redevenir une particule libre. Chaque particule gelée a, à chaque pas de temps, une probabilité  $p_e$  (non constante) de se changer en particule libre. Cette probabilité  $p_e$  est égale à 1 si le site concerné n'a pas de voisin à l'état solide (ce qui constitue de toutes façons un évènement extrêmement rare). Si tel n'est pas le cas,  $p_e$  est une fonction de la somme des normes des vitesses des sites voisins non solides. La probabilité d'érosion est donc calculée comme suit :

$$p_e = P_e \cdot \sum_{i=1}^z (u(\vec{r} + \Delta_x \vec{c}_i, t) - U_e) \quad (5.3)$$

où  $P_e$  est une constante définissant l'importance choisie du mécanisme d'érosion dans la simulation en cours, et  $U_e$  la vitesse critique d'érosion (la vitesse minimale requise pour qu'une particule libre soit arrachée). La probabilité d'érosion est donc proportionnelle à la force du courant autour du site considéré. Lorsqu'une particule est ainsi rendue à l'état libre, sa direction de déplacement est choisie aléatoirement. Il existe donc une possibilité

pour qu'elle soit piégée à nouveau immédiatement si le site voisin correspondant est lui-même solide (conformément à la règle de déposition). De ce fait, toute particule gelée située sur un site ne se trouvant pas à l'interface fluide/solide (c'est-à-dire tout site n'ayant que des voisins solides) ne sera jamais érodée.

Les paramètres  $P_{sol}$ ,  $P_e$ ,  $U_e$  définissent donc l'importance respective des mécanismes de déposition et érosion. Lorsqu'ils sont manipulés ensemble, ils permettent de fixer l'échelle de temps à laquelle opèrent ces mécanismes, comme montré dans la Fig. 5.1.

#### 5.2.4 Effondrement

L'objectif des règles d'effondrement est de redistribuer les particules d'un site vers les sites voisins de façon à limiter la cohésion du dépôt. La règle de base de ce procédé est de vérifier si un site possède un nombre de particules gelées supérieur de plus d'un certain seuil  $\delta N$  à celui des sites voisins gauche et à droite, auquel cas une partie de ses particules excédentaires est distribuée aux sites voisins. La deuxième règle consiste à assurer qu'aucun site ne possède davantage de particules gelées que le voisin situé immédiatement en-dessous. Si cela arrive, alors l'intégralité des particules excédentaires du site concerné est transférée au site inférieur.

La quantité  $\delta N$  influe sur la forme du dépôt, en permettant à celui-ci d'adopter un angle plus ou moins fort avec le fond du canal. La Fig 5.2 montre en exemple l'évolution du nombre de sites solides dans deux cas où la valeur de  $\delta N$  est différente : ce nombre est plus important dans le cas d'un  $\delta N$  plus grand. Dans la Fig 5.3, on montre la forme prise par le dépôt dans l'un et l'autre cas, et on constate une différence importante entre les deux.

#### 5.2.5 Création des particules

Il existe de nombreuses méthodes envisageables pour introduire les particules solides dans le système. Dans notre modèle, on en a utilisé principalement trois :

- La création initiale d'un dépôt solide. Dans le cas de cette méthode, on crée donc les particules au sein d'un ensemble de sites en contact avec le fond du canal. Les sites du

réseau concernés sont à l'état solide, chacun comprenant le nombre adéquat de particules à l'état gelé.

- La création régulière de particules libres au niveau de la vanne amont. Dans ce cas, des particules libres sont créées périodiquement sur les sites de la vanne amont, et transportées par l'écoulement au sein du reste du canal.
- La création initiale d'un certain nombre de particules libres au sein du réseau. Cette méthode est généralement utilisée en complément de la précédente.

Il existe une influence importante du nombre de particules libres que l'on a préalablement créé dans le réseau à l'initialisation du système. La différence existant dans l'évolution du nombre de sites solides en fonction du nombre de particules libres initial est montrée dans la Fig 5.4.

Il existe d'autres méthodes possibles. On peut notamment imaginer de modéliser le fond du canal non pas directement par une condition aux bords mais par une couche de sites solides érodables. On aurait alors un fond déformable et érodable et une source de particules libres supplémentaire en cours de simulation, constituée par le fond.

### 5.3 Validation du modèle

La validation du modèle de sédimentation présenté ici dans le cadre du modèle du canal repose, comme dans le chapitre précédent, sur la comparaison des résultats de simulation avec des expérimentations sur le micro-canal de Valence.

Les expérimentations sur le micro-canal de Valence ont été réalisées à l'aide d'un matériau granulaire de type sable ou gravier pour aquarium. Ce matériau s'est révélé être d'une densité assez élevée pour que, notamment, seul un petit nombre de grains soit emporté par le courant si, par exemple, une poignée en était lâchée dans le canal en régime stationnaire, le restant tombant rapidement sur le fond du canal. De même, un tas de grains assez conséquent placé sur le fond du canal manifeste une cohésion importante, et un tel tas a tendance à rester solidaire sans qu'un nombre important de grains n'en soient arrachés, même si en fonction des variations de la vitesse locale du fluide le tas se déforme et se

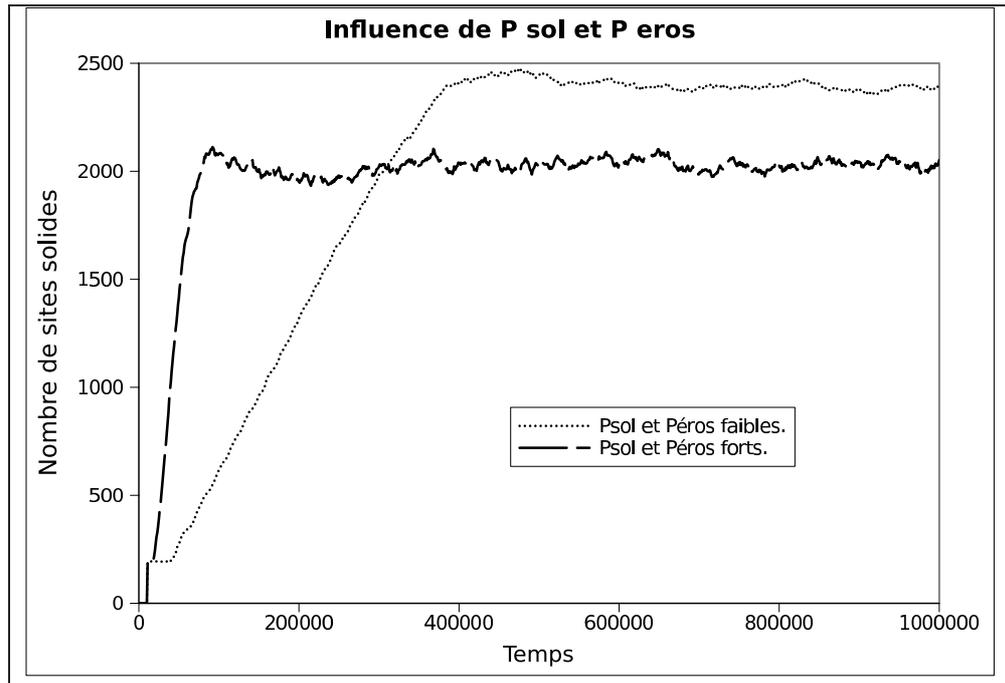


FIG. 5.1 – Comparaison de l'évolution du nombre de sites solides dans le cas de deux simulations utilisant des valeurs différentes pour  $P_{sol}$  et  $P_e$ . La simulation à valeurs faibles utilise des valeurs de respectivement 0.0002 pour  $P_{sol}$  et 0.0033 pour  $P_e$ . La simulation à valeurs fortes utilise des valeurs de respectivement 0.002 pour  $P_{sol}$  et 0.033 pour  $P_e$ . On constate que la principale différence entre les deux simulations est la vitesse d'obtention de l'équilibre, celle-ci étant beaucoup plus rapide dans le cas de valeurs plus fortes. On observe également que l'équilibre final n'est pas le même : en effet, l'érosion est également paramétrée par la vitesse critique d'érosion  $U_e$ , qui, elle, est identique pour les deux simulations.

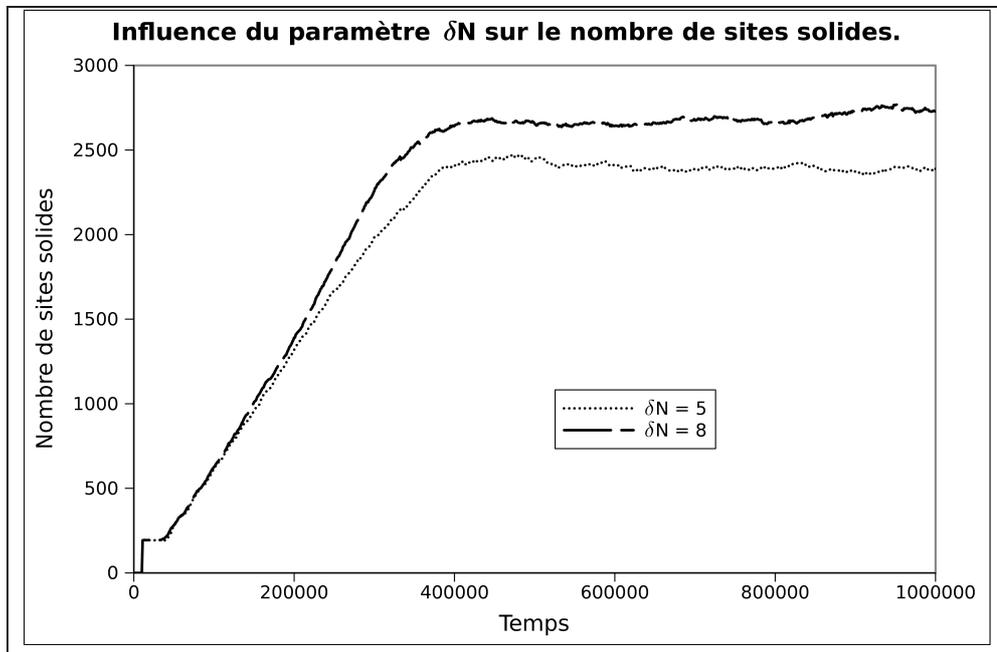


FIG. 5.2 – Comparaison de l'évolution du nombre de sites solides dans le cas de deux simulations utilisant des valeurs différentes pour le coefficient  $\delta N$  définissant l'angle de dépôt. Dans le cas où  $\delta N$  est plus élevé, le nombre de sites solides est plus important.

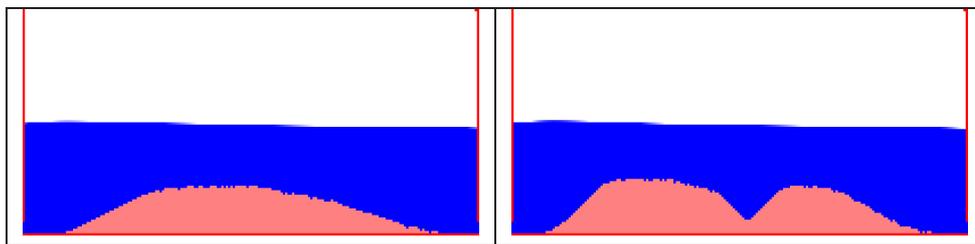


FIG. 5.3 – Etat final du dépôt dans deux simulations où le paramètre  $\delta n$  est différent. A gauche : simulation avec  $\delta N = 5$ . A droite : simulation avec  $\delta N = 8$ .

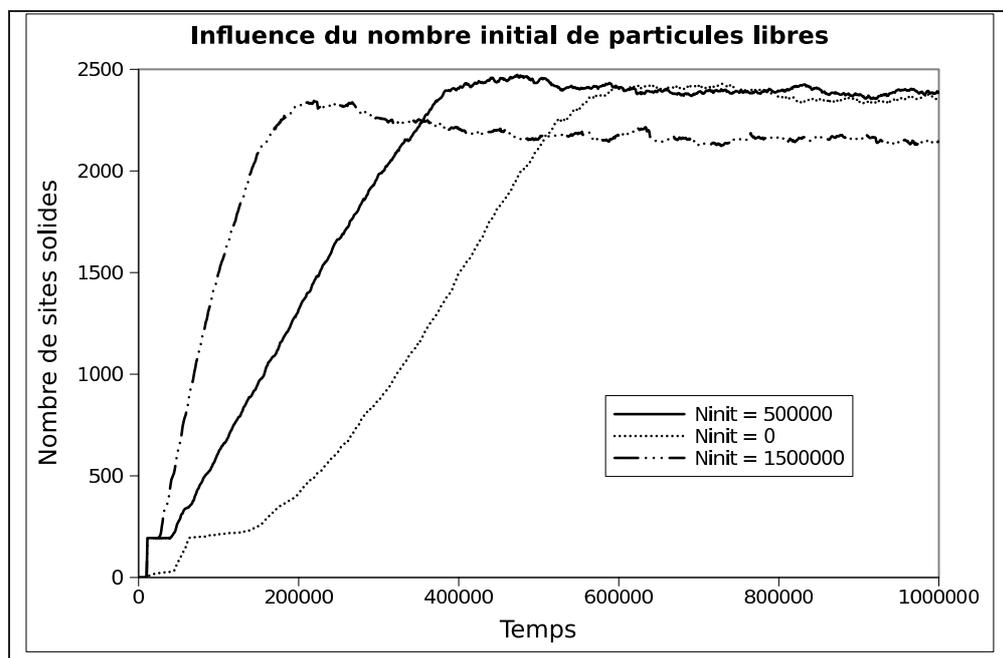


FIG. 5.4 – On compare ici l'évolution de trois simulations distinctes où la seule variable ayant changé est le nombre de particules libres placées initialement dans le réseau. On constate une sédimentation bien plus rapide lorsque le nombre de particules initial est plus élevé.

déplace sur le fond.

C'est donc en connaissance de ces caractéristiques que le protocole des expérimentations a été déterminé. Les grandes lignes consistent essentiellement à disposer un dépôt de sédiments de part et d'autre d'une vanne, et à étudier à la fois l'influence de l'écoulement sur le dépôt (déformation, déplacement, etc...) et l'influence du dépôt sur l'écoulement (par le biais de son effet sur le débit à la vanne, le coefficient de vanne, etc...).

Le système est constitué du bac amont dont la cote est régulée, du bac aval d'évacuation de l'eau, du canal proprement dit, et des quatre vannes qui le segmentent (voir Fig. 5.5) :

- Le déversoir est situé complètement en aval. Il permet la communication entre le canal et le bac aval.
- Les vannes amont (vanne 1) et aval (vanne 4) présentent une ouverture fixe et ne sont pas manipulées pendant l'expérience.
- En amont de la première vanne, la hauteur d'eau est fixée par une consigne sur le bac amont.
- La vanne numéro 2 est manipulée pendant les expériences, et le tas de sédiments est disposé, suivant les cas, soit de façon à ce que cette vanne se trouve à peu près en son milieu, soit juste en aval de la vanne.
- Une vanne supplémentaire (vanne 3) est placée entre la vanne aval et le déversoir dans le but de placer un filtre destiné à empêcher le passage des grains qui pourraient s'échapper du tas de sédiments. Le filtre est constitué d'une sorte de moustiquaire. La vanne elle-même est grande ouverte et n'est pas manipulée pendant les expériences.

Lors des expérimentations, deux protocoles d'initialisation du dépôt de sédiments ont été utilisés successivement.

Dans le premier cas, le dépôt de sédiments initial est placé de façon à ce que la vanne que l'on souhaite manipuler soit positionnée en son milieu. Il est généralement long d'environ un mètre, et haut de 2.5 à 3.0 centimètres suivant les cas et les endroits (on essaie d'avoir un dépôt plat au départ). La vanne est au départ en position largement ouverte et n'interfère pas avec l'écoulement. Une expérience consiste alors à diminuer l'ouverture de la vanne jusqu'à la valeur voulue, puis à observer le résultat (soit, selon les cas, l'évolution de

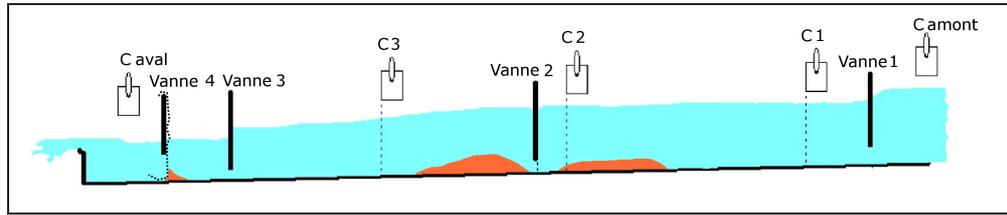


FIG. 5.5 – Expérimentations sur micro-canal : schéma du dispositif expérimental utilisé pour les expériences avec sédimentation. Les zones où se trouvent habituellement les concentrations de sédiments sont représentées en orange. Elles sont situées autour de la vanne étudiée (vanne 2) et dans une moindre mesure juste avant la vanne de filtrage (vanne 3).

diverses grandeurs au cours du temps, leur valeur à l'équilibre final, etc...). La principale difficulté rencontrée lors de l'utilisation de ce protocole est la mise en place du dépôt initial, qui doit donc s'effectuer alors qu'il existe dans le canal un écoulement permanent, ce qui rend l'opération assez longue et fastidieuse (il faut s'assurer qu'on a un dépôt de longueur et épaisseur à peu près contrôlée, alors que sous l'effet du courant le moindre mouvement dans l'eau peut déformer le dépôt ou détacher une partie de sa matière). On a donc, dans le cadre des essais sur micro-canal, eu tendance à ne pas remettre en place le dépôt à chaque expérience, mais à prendre comme point de départ l'état final de l'expérience précédente. Ceci entraîne toutefois de nombreuses imprécisions, notamment pour les expériences de fin de série.

Un second protocole, plus facile à mettre en place, a donc été utilisé pour d'autres séries d'essais :

- Les sédiments ne sont disposés qu'en aval de la vanne.
- Le dépôt initial de sédiments est re-disposé à chaque expérience (à chaque changement de l'ouverture de vanne, donc).
- On part non pas d'un cas stationnaire, mais d'une situation de vanne fermée, puis on ouvre celle-ci à la bonne hauteur (afin de limiter la difficulté du repositionnement du dépôt).

L'avantage de ce second procédé est que le dépôt est disposé lorsque la vanne est fermée : il est donc plus simple de le mettre en place. Il n'est en revanche disposé qu'en aval : en

effet, s'il était disposé à la fois en aval et en amont, il existe une possibilité pour que les sédiments bouchent la vanne lorsque celle-ci n'est pas suffisamment ouverte.

Dans les simulations LB, le système est constitué de trois vannes et deux biefs. Deux des vannes sont des vannes externes assurant les conditions aux bords. La vanne interne est la vanne étudiée, et le dépôt de sédiments initial est disposé de part et d'autre de cette vanne. Dans ces simulations, les seules particules présentes dans le système au cours d'un essai sont celles qui ont été créées lors de l'initialisation, sous forme de particules gelées appartenant au dépôt initial sédimenté. Il n'y a pas d'arrivée permanente de particules via la vanne amont. Il est également nécessaire que le nombre de particules libres évacuées par la vanne aval soit négligeable.

Ces contraintes permettent de déterminer la valeur que doivent prendre les paramètres du modèle de sédimentation :

- $u_{fall}$  : la vitesse de chute des particules doit être suffisamment forte pour s'assurer que la plupart des particules solides érodées tombent et rejoignent rapidement le dépôt de sédiments plutôt que d'être évacuées en aval.
- $\delta N$  : la différence maximale autorisée de nombre de particules gelées entre deux sites contigus. Ce paramètre fixe donc l'angle maximal au repos formé par le dépôt de sédiments ; sa valeur doit permettre d'obtenir des angles de dépôt entre le fond du canal et les tas de sédiments assez voisins de ce qu'on observe durant les expériences sur micro-canal.
- Le taux de création de particules sur la vanne amont est réduit à zéro.

Les deux protocoles d'initialisation du dépôt de sédiments ont également été repris lors des simulations LB. La Fig. 5.6 montre comment est initialisé le réseau dans le cas de l'un et l'autre protocole. On notera que dans ces figures (et celles qui suivront dans ce chapitre) les sites solidifiés par sédimentation sont représentés en rouge clair (les obstacles classiques telles que les parois et fond du canal étant toujours en rouge vif).

Les phénomènes de sédimentation ont été étudiés suivant deux grands axes : la dynamique du dépôt de sédiments (c'est-à-dire l'évolution de sa forme et de sa position au cours du temps) sous l'action de l'écoulement et, à l'inverse, l'effet de la présence de ce dépôt de sédiments sur l'écoulement (que l'on caractérise par les modifications du débit ou du

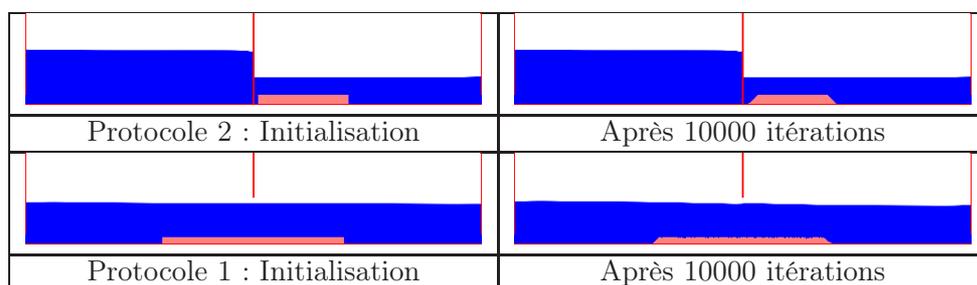


FIG. 5.6 – Initialisation des simulations LB avec les deux protocoles d’initialisation du dépôt initial de sédiments. On montre le champ de densité dans le réseau. Les sites colorés en rouge clair représentent les sites considérés comme solides (dépassement du seuil de nombre de particules gelées).

coefficient de vanne qui résultent de la présence du dépôt).

Les grandeurs quantitatives étudiées seront donc essentiellement :

- Le débit : dans le cas expérimental, le débit est relevé au niveau du déversoir, et mesuré en  $dm^3/s$ . L’écoulement étant généralement uniforme au sein du micro-canal dans les situations considérées, ce débit est supposé équivalent à celui qui existe au niveau de la vanne étudiée. Dans le cas des simulations, le débit peut être directement calculé au niveau de la vanne, à partir des fonctions de distribution LB.
- Le coefficient de vanne  $\alpha$  : dans le cas expérimental, il est calculé à partir du débit et de la différence de hauteurs d’eau entre l’amont et l’aval de la vanne étudiée, suivant la formule classique de l’équation de vanne. On applique la même formule dans le cas LB.
- La distance vanne/sédiments : elle est mesurée en  $cm$  dans le cas expérimental, et en nombres de sites de réseau dans le cas des simulations.

### 5.3.1 Dynamique des dépôts de sédiments

Nous allons détailler ici l’évolution des dépôts de sédiments en cours d’essai, sous deux angles différents : la forme et la taille qu’ils présentent, et leur distance par rapport à la vanne.

## Forme des dépôts

Nous allons nous intéresser en premier lieu aux expérimentations sur micro-canal, et observer des profils de sédimentation obtenus pour plusieurs expériences. Lors de chacune de ces expériences, on initialise le système avec le protocole 1. On se place donc au début de l'essai dans un état stationnaire, avec la vanne étudiée totalement ouverte de manière à ne pas interférer avec l'écoulement. Le dépôt initial est réparti de part et d'autre de la vanne étudiée, alors que celle-ci est en position ouverte. On ferme alors la vanne à une hauteur donnée, puis on attend ensuite d'avoir observé une certaine stabilisation du dépôt pour relever les profils.

L'expérience a été répétée pour trois ouvertures différentes de la vanne : 6.2cm, 5.3cm et 3.6cm. Les profils observés sont montrés dans la Fig. 5.7 (profil A pour une ouverture de 6.2cm, profil B pour 5.3cm, profil C pour 3.6cm).

La première constatation est une certaine homogénéité dans les profils observés pour la partie amont du dépôt de sédiments, et au contraire la diversité des profils de la partie aval. On peut repérer grosso modo trois grands types de profils de sédimentation pour la partie aval du dépôt :

- Un profil caractéristique des ouvertures de vanne élevées (et une faible vitesse locale sous la vanne), avec un creusement du tas de sédiments sous la vanne (profil A dans la figure),
- Un profil intermédiaire où la vanne est entièrement dégagée de sédiments, et où on observe en aval un dépôt triangulaire proche de la vanne suivi d'un retour au profil plat qui existait avant la fermeture partielle de la vanne (profil B dans la figure),
- Un profil final pour les ouvertures de vanne suffisamment petites, où le tas triangulaire s'est étendu à l'ensemble du tas de sédiments aval pour former une sorte de masse trapézoïdale (profil C dans la figure).

Lorsque l'ouverture de vanne est suffisamment faible, l'état final du dépôt est le profil C, après passage par la forme intermédiaire B. On observe également un déplacement progressif vers l'aval du dépôt de sédimentation aval, qui est étudié plus en détails dans une section ultérieure de ce mémoire.

Dans l'ensemble, ces types de profils sont observables lors des simulations LB.

On montre dans les Fig. 5.8 et 5.9 l'évolution du système pendant un essai obtenu lors d'une simulation avec utilisation des processus de sédimentation : on a donc au départ la vanne interne ouverte de façon à ne pas influencer sur l'écoulement, de façon similaire à ce qu'on a réalisé en expérimentation. La vanne est ensuite baissée jusqu'à une ouverture telle qu'elle exerce une influence sur le dépôt, après quoi on observe l'évolution qui en résulte pour le dépôt de sédiments.

On constate une relative convergence entre expérience et simulation quant à l'évolution de la forme du dépôt au cours du temps : dégagement de l'espace situé immédiatement sous la vanne, conservation de la forme plane de la moitié amont du dépôt, formation d'un tas proéminent à l'extrémité amont du dépôt aval, qui gagne progressivement sur le reste du dépôt jusqu'à obtention d'une forme trapézoïdale pour l'ensemble du dépôt aval.

On remarque aussi toutefois sur la Fig. 5.9 que le déplacement du dépôt au cours du temps est beaucoup plus limité dans les simulations que dans les expériences sur micro-canal. Ceci est dû à l'existence d'une force de frottement importante entraînée par l'utilisation de la condition aux bords de bounce-back.

### **Déplacement des dépôts au cours du temps**

Une série d'essais spécifique a été réalisée pour étudier l'évolution des dépôts au cours du temps. On a notamment relevé régulièrement le débit au déversoir, ainsi que la distance entre la vanne et les sédiments. Toutefois, on ne s'intéresse ici qu'à la dynamique du dépôt de sédiments (donc en l'occurrence à l'évolution de la position du dépôt), le traitement des autres données obtenues lors de ces simulations étant réalisé dans une partie ultérieure à cette thèse. Lors de l'initialisation de chacun de ces essais, le dépôt de sédiments était remis en place et la vanne ré-ouverte en grand afin de disposer d'à peu près les mêmes conditions initiales à chaque expérience.

La Fig. 5.10 montre l'évolution en fonction du temps de la distance entre le dépôt de sédiments et la vanne, pour plusieurs valeurs de l'ouverture de la vanne (chaque valeur distincte de l'ouverture faisant l'objet d'un essai différent).

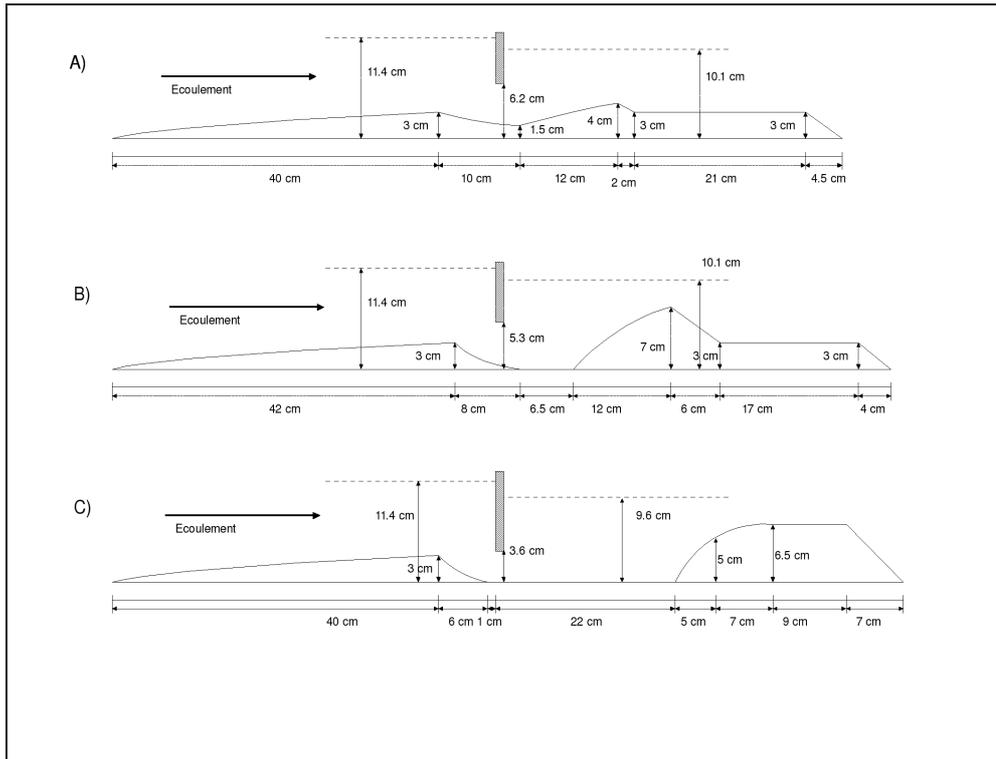


FIG. 5.7 – Expérimentations sur micro-canal : exemples de formes typiques observées pour les dépôts de sédiments lors des expérimentations sur micro-canal, pour des ouvertures de vanne différentes. Les temps d'obtention d'un état stationnaire étant assez longs, il est très probable que les cas A) et B) ne correspondent à pas à l'état final des essais correspondants. On notera également que ce peut être également le cas pour le schéma C) : les forces de frottements sur le fond du canal étant faibles (étant donné le matériau), il est possible que le déplacement du dépôt continue plus ou moins indéfiniment sous l'action du débit.

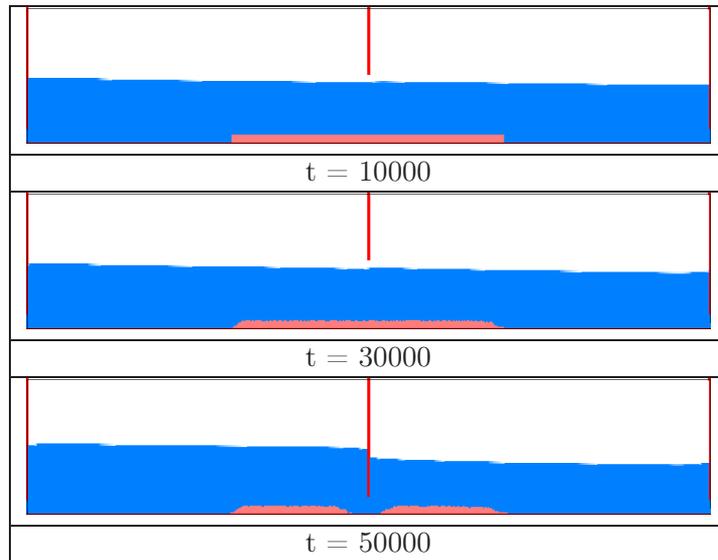


FIG. 5.8 – Simulation LB : Reproduction des expérimentations sur micro-canal montrées dans la Fig. 5.7. Les processus de sédimentation sont lancés à  $t=10000$  (avec initialisation du dépôt). A  $t=50000$ , la vanne située au milieu du bief est partiellement fermée. On observe ensuite l'évolution de la forme du dépôt. On montre dans cette figure l'état du système aux instants 10000, 30000 et 50000.

On peut faire d'après ces figures les observations suivantes :

- Lorsque l'ouverture de vanne est faible, la vitesse initiale du dépôt est élevée (voir la courbe correspondant à une ouverture de 1.0cm dans la Fig 5.10). En revanche, la distance vannes/dépôt (ou la pente finale de la courbe) converge assez vite vers un maximum.
- Lorsque l'ouverture de vanne est suffisamment forte, le dépôt de sédiments met très longtemps avant de voir sa position se stabiliser et les essais n'ont pas pu durer assez longtemps pour l'observer. Si on considère notamment la courbe correspondant à une ouverture de vanne de 3.0cm, elle se situe nettement en-dessous de la courbe correspondant à une ouverture de 1.0cm, mais sa pente permet de penser qu'au bout d'un temps assez long elle puisse passer au-dessus de celle-ci (sans que cela soit vérifiable).
- Il est possible, mais difficilement vérifiable, que, dans ces cas, le débit atteint lorsque l'écoulement est stationnaire soit suffisamment fort pour entraîner le déplacement permanent du dépôt de sédiments, auquel cas celui-ci ne cesserait éventuellement son mou-

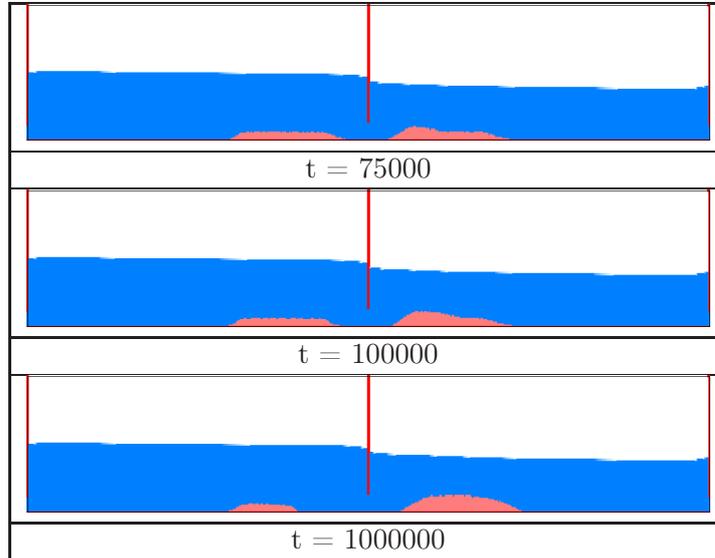


FIG. 5.9 – Simulation LB : Reproduction des expérimentations sur micro-canal montrées dans la Fig. 5.7. Les processus de sédimentation sont lancés à  $t=10000$  (avec initialisation du dépôt). A  $t=50000$ , la vanne située au milieu du bief est partiellement fermée. On observe ensuite l'évolution de la forme du dépôt. On montre dans cette figure l'état du système aux instants 75000, 100000 et 1000000.

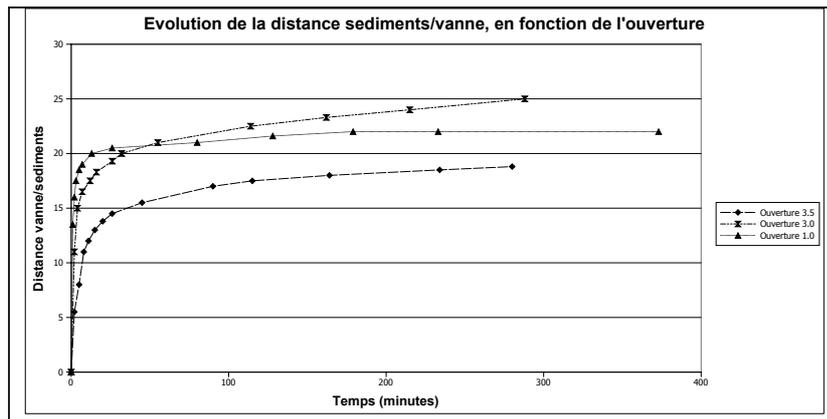


FIG. 5.10 – Expérimentations sur micro-canal : évolution de la distance entre le tas de sédiments et la vanne au cours du temps, pour plusieurs ouvertures de vanne.

vement qu'une fois assez proche de la vanne suivante.

Durant ces expériences, on a donc constaté que l'évolution de la distance vanne/sédiments dépend beaucoup de l'ouverture de la vanne.

Des séries de simulations LB avec mesure de la distance vanne/sédiments au cours du temps ont donc été lancées pour chacun des deux protocoles et en variant à chaque simulation l'ouverture de la vanne. Dans le cas LB, les ouvertures de vanne tout comme les distances vanne/sédiments sont comptées en nombre de sites de réseau.

Contrairement à la plupart des simulations LB réalisées, la condition aux bords utilisée pour le fond du canal n'était pas ici la condition de bounce-back mais la condition de bounce-forward. En effet, utiliser la condition de bounce-back équivaut à définir une vitesse nulle au bord et donc à générer une force de frottement importante. Or, dans le cas expérimental, le micro-canal utilisé présente une très faible rugosité. La condition de bounce-forward permet d'éliminer les frottements et d'être plus proche des conditions du micro-canal.

Dans les simulations qui suivent, c'est la condition sans frottement qui a été utilisée. Deux séries de simulations ont été réalisées : la première en utilisant le premier protocole d'initialisation du dépôt, la seconde en utilisant le protocole 2. Pour chaque série, on a réalisé quatre simulations avec une ouverture de vanne différente pour chacune.

Les résultats sont montrés dans les Fig. 5.11 (pour le protocole 1) et 5.12 (pour le protocole 2).

Par rapport aux expérimentations, il existe une différence assez significative : lors des expériences sur micro-canal, un essai réalisé à très faible ouverture de vanne a pour caractéristique une très forte vitesse de déplacement du dépôt en début d'expérience, la courbe correspondante étant alors au-dessus de celles correspondant à des ouvertures de vanne plus fortes, puis une diminution de la vitesse de déplacement qui voit alors la courbe passer en-dessous de celles des ouvertures de vanne élevées. Dans le cas de la simulation, toutefois, la courbe correspondant à l'ouverture de vanne la plus faible n'est à aucun moment située au-dessus de celles correspondant aux ouvertures de vanne élevées, et ce pour les deux protocoles.

En revanche, lorsqu'on compare les courbes correspondant aux trois ouvertures de vanne

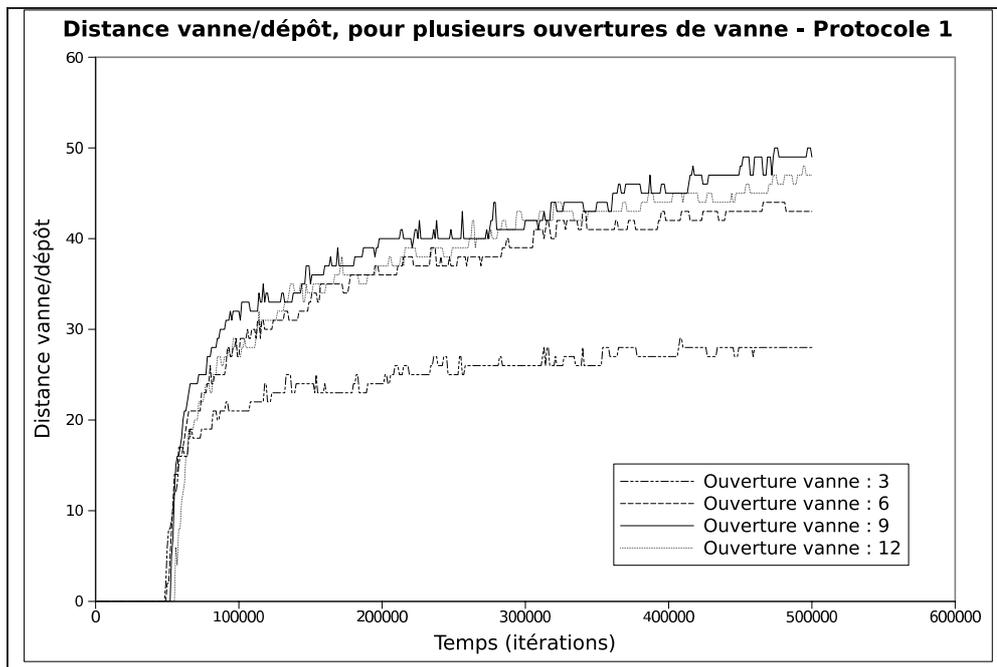


FIG. 5.11 – Simulation LB : évolution de la distance vanne/sédiments avec initialisation du dépôt par le protocole 1.

élevées (6, 9 et 12) dans le cas du protocole 1, on constate qu’il semble y avoir une ouverture plafond au-dessus de laquelle la courbe tend à être plus basse que celles qui correspondent à de plus fortes ouvertures : la courbe correspondant à une ouverture de 12 est en effet située en-dessous de celle correspondant à une ouverture de 9. Dans le cas du protocole 2, toutefois, les deux courbes correspondant aux ouvertures de 9 et 12 sont très proches mais sans que la deuxième ne repasse en-dessous de la première.

### Comparaison entre les deux protocoles d’initialisation du dépôt

On a ensuite souhaité comparer les deux modes opératoires de façon plus précise. Deux expériences supplémentaires (sur micro-canal) ont été réalisées, en utilisant la même ouverture de la vanne étudiée et les mêmes ouvertures, consignes, etc... pour les autres vannes et la hauteur d’eau amont, la seule variable étant la méthode d’initialisation choisie. Pour chaque expérience, on a enregistré l’évolution au cours du temps du débit, ainsi que de la distance entre la vanne et les sédiments. On observe alors que l’on a pour le second mode

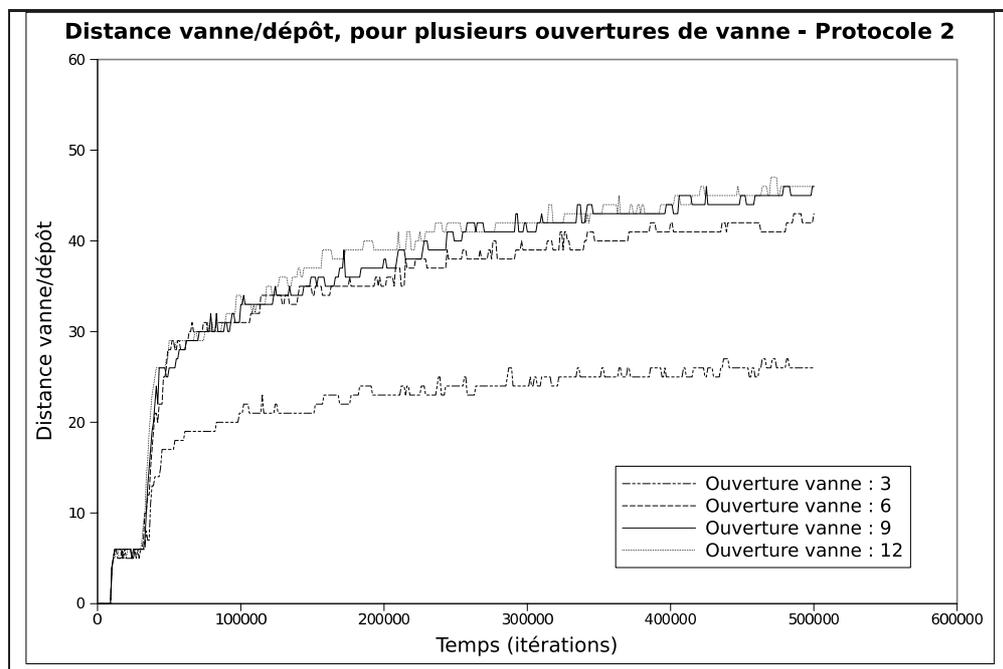


FIG. 5.12 – Simulation LB : évolution de la distance vanne/sédiments avec initialisation du dépôt par le protocole 2.

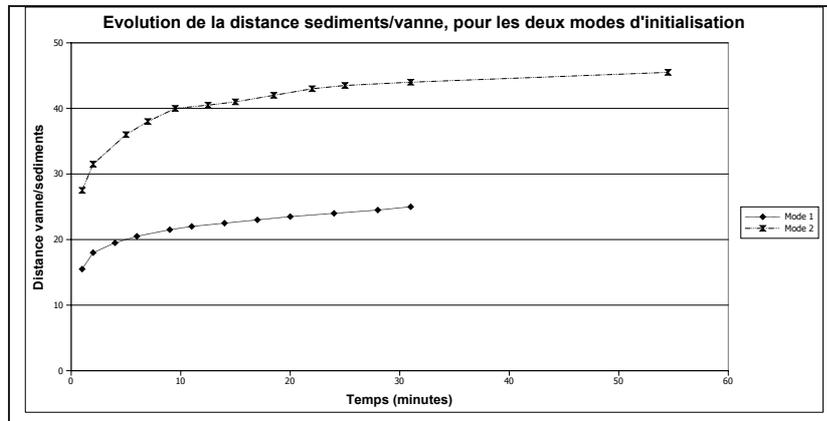


FIG. 5.13 – Expériences sur micro-canal : évolution de la distance entre le dépôt de sédiments et la vanne au cours du temps, pour chaque mode opératoire d’initialisation du dépôt.

d’initialisation une migration bien plus importante du dépôt de sédiments (Fig. 5.13).

On a cherché à reproduire ce résultat dans le cas des simulations.

Dans la Fig. 5.14 est présentée l’évolution de la distance vanne/sédiments (exprimée en nombre de sites du réseau) pour quatre cas de figures différents :

- un cas avec frottement en utilisant le premier protocole de mise en place des sédiments,
- un cas avec frottement en utilisant le second protocole de mise en place des sédiments,
- un cas sans frottement en utilisant le premier protocole de mise en place des sédiments,
- un cas sans frottement en utilisant le second protocole de mise en place des sédiments.

En premier lieu, on observe un très fort bruit dans les données, du fait de l’action permanente des mécanismes d’érosion et de déposition qui modifient le profil de sédimentation.

On constate que le fait de procéder à un essai avec ou sans frottement sur les bords a une grande influence sur la vitesse de déplacement du dépôt et son éventuelle stabilisation.

Dans les essais sans frottement, les courbes observées rappellent fortement celles qu’on observait dans les cas expérimentaux, à savoir une croissance rapide de la distance dans un premier temps, suivie d’une longue portion de courbe de pente plus faible mais plus ou moins constante. Dans les essais avec frottement, on a une stabilisation assez rapide de la distance vanne/sédiments.

Par rapport au cas expérimental, les différences observées entre l’utilisation de l’un ou

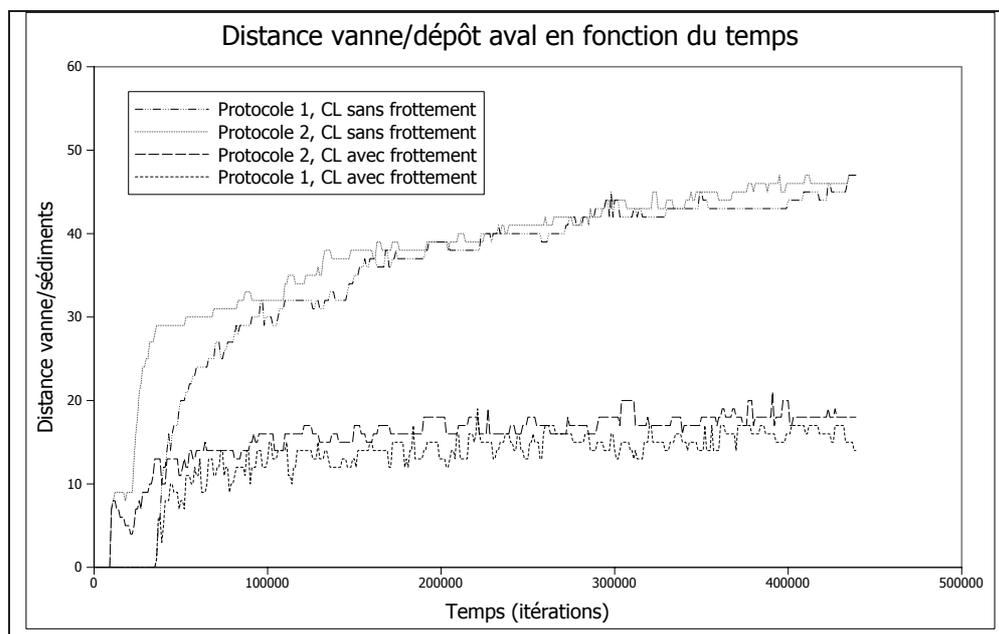


FIG. 5.14 – Simulations LB : évolution de la distance entre le dépôt de sédiments et la vanne au cours du temps, pour chaque mode opératoire d’initialisation du dépôt.

l’autre protocole d’initialisation du dépôt sont beaucoup moins importantes (bien que non nulles) :

- On constate surtout que le dépôt s’éloigne de la vanne immédiatement dans le cas du départ vanne fermée (protocole 2), alors que dans le cas du départ stationnaire (protocole 1) le processus d’éloignement commence plus tard. Dans le cas expérimental, l’éloignement s’effectuait à peu près immédiatement pour les deux protocoles.
- Par la suite, pour chaque type de condition aux bords pour le fond (avec ou sans frottement), la courbe correspondant au protocole 1 reste généralement en-dessous de son homologue correspondant au protocole 2. Ceci est un point commun avec le cas expérimental, mais dans celui-ci la différence entre les courbes correspondant aux protocoles 1 et 2 était beaucoup plus marquée.

### 5.3.2 Dynamique de la vanne sous l'influence d'un dépôt

L'objectif de ces expériences est d'étudier l'effet de la présence d'un dépôt sur le fonctionnement de la vanne.

Deux grandeurs ont été relevées dans le cadre de cette étude.

- Débit : lors des expérimentations sur micro-canal, le débit est relevé au niveau du déversoir et enregistré via le logiciel de contrôle. On notera que dans le cas où on se trouve en régime stationnaire, le débit est supposé uniforme sur toute la longueur du canal (on a considéré notamment que le débit au niveau de la vanne étudiée est égal au débit mesuré). Lors des simulations LB, il est calculé directement à la vanne à partir des fonctions de distribution présentes aux sites de vanne.
- Coefficient de vanne : il est calculé à partir du débit, des hauteurs d'eau en amont et aval de la vanne et de l'ouverture de la vanne étudiée (ces trois dernières quantités étant relevées manuellement lors des expérimentations sur micro-canal).

#### Expérimentations sur micro-canal

On souhaite au départ comparer deux ensembles d'expériences, sans sédimentation puis avec sédimentation.

Lors des essais sans sédimentation, les valeurs du débit sont relevées pour plusieurs ouvertures de vanne successives. Pour ce faire, on part d'une situation de vanne totalement ouverte, puis on diminue l'ouverture par palliers, en attendant à chaque diminution l'obtention de l'état stationnaire avant de noter la valeur du débit ainsi que les hauteurs d'eau en amont et aval de la vanne considérée.

Dans les cas avec sédimentation, on a utilisé deux modes opératoires distincts.

- Dans un premier temps, on a reproduit le mode opératoire utilisé pour les expériences sans sédimentation. L'état initial de chaque expérience correspondait donc à l'état final de l'expérience précédente : le dépôt de sédiments a été mis en place au début de cette série d'expériences, mais sans réinitialisation du canal ou de l'écoulement lui-même. Les figures 5.15 et 5.16 montrent les résultats obtenus lors de ces expériences.
- Dans un second temps, on a réalisé une nouvelle série d'expériences avec le second mode

opérateur pour l'initialisation du dépôt. Contrairement au cas précédent, le dépôt est ré-initialisé à chaque nouvelle expérience. Les figures 5.17 et 5.18 montrent les résultats obtenus lors de ces expérimentations.

Dans la Fig. 5.15 on montre l'évolution du débit en fonction de l'ouverture de vanne pour trois séries d'expériences : une sans sédimentation, et deux réalisées avec sédimentation en utilisant le premier protocole décrit ci-dessus.

La troisième série ne comprend que trois points. Elle a essentiellement à relever des profils de sédimentation à l'équilibre et donc à compléter les résultats de la partie précédente concernant les formes prises par le dépôt de sédiments. On comparera ici essentiellement les deux premières séries, dans la mesure où elles ont été réalisées dans les conditions les plus proches (pas d'arrêt et redémarrage du canal) et où elles sont les plus complètes.

Premièrement, on constate effectivement d'importantes différences entre le cas avec sédimentation et le cas sans sédimentation au niveau des courbes de débit. Toutefois, on s'attendrait a priori à ce que le débit en présence d'un dépôt soit systématiquement inférieur au débit sans dépôt, ce qui n'est pas le cas ici, où on observe le phénomène contraire pour les petites ouvertures de vanne. Il est donc possible que la dynamique d'écoulement autour du dépôt de sédiments soit plus complexe que l'on ne pense au départ, mais il existe dans ces essais des biais assez importants qui peuvent expliquer ces résultats :

- Lors de la première série d'expérience avec sédimentation, on a prêté peu d'attention au temps nécessaire pour que le dépôt atteigne une certaine stabilité. Les mesures de débit correspondantes ont donc été relevées alors que le système n'était pas stationnaire.
- Compte tenu du protocole utilisé, pour chaque essai, l'état du dépôt de sédiments est fonction de l'état du dépôt pour les essais précédents. Etant donné qu'on a commencé chronologiquement par les fortes ouvertures de vanne, les résultats obtenus pour les essais à petite ouverture de vanne sont donc sujets à caution.

La Fig. 5.16 montre également l'évolution du coefficient de vanne en fonction de l'ouverture de vanne pour les trois séries d'expériences. Comme dans le cas précédent, on observe une différence visible entre les courbes des essais avec ou sans sédimentation. La principale différence ici réside en l'existence d'une pente très nettement négative dans le cas avec

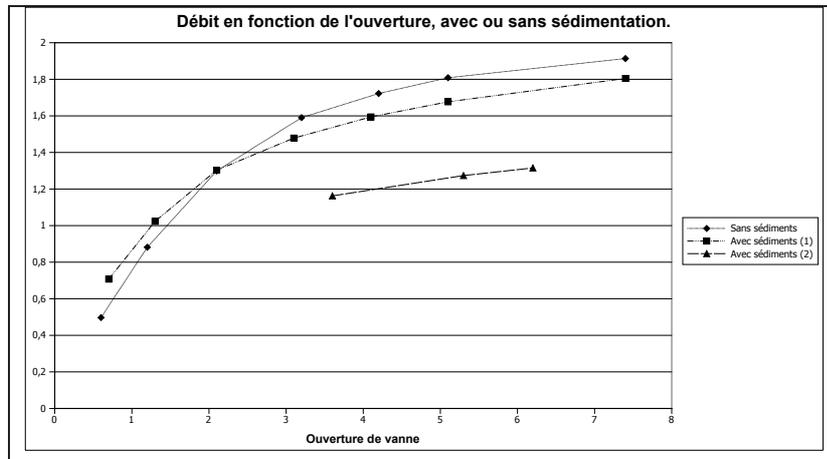


FIG. 5.15 – Expérimentation sur micro-canal : débit en fonction de l’ouverture de vanne pour plusieurs séries d’expériences avec et sans sédimentation, premier protocole d’initialisation du dépôt.

sédimentation, alors que dans le cas sans sédimentation le coefficient de vanne est davantage constant, avec une légère augmentation pour les fortes ouvertures de vanne. Les remarques concernant la validité des résultats pour les petites ouvertures de vanne (et du dispositif expérimental en général) qui ont été faites précédemment sont bien entendu toujours valides ici.

Nous allons à présent considérer les essais réalisés avec le second protocole que nous avons décrit. À l’issue de cette nouvelle série d’expériences, on a obtenu des changements conséquents au niveau des résultats. Les Fig. 5.17 et 5.18 montrent respectivement les courbes du débit et du coefficient de vanne en fonction de l’ouverture de vanne, pour chacun des deux cas avec ou sans sédimentation.

Les résultats obtenus sont sensiblement différents dans le détail des résultats des essais précédents, même s’ils vont toujours dans le sens d’une différenciation entre les cas avec ou sans sédimentation. On fait les observations suivantes concernant ces essais :

- Le coefficient de vanne semble globalement inférieur dans le cas avec sédimentation, sauf pour les très grandes et très petites ouvertures de vanne.
- Le débit est aussi inférieur en présence des sédiments. L’écart entre les cas avec et sans

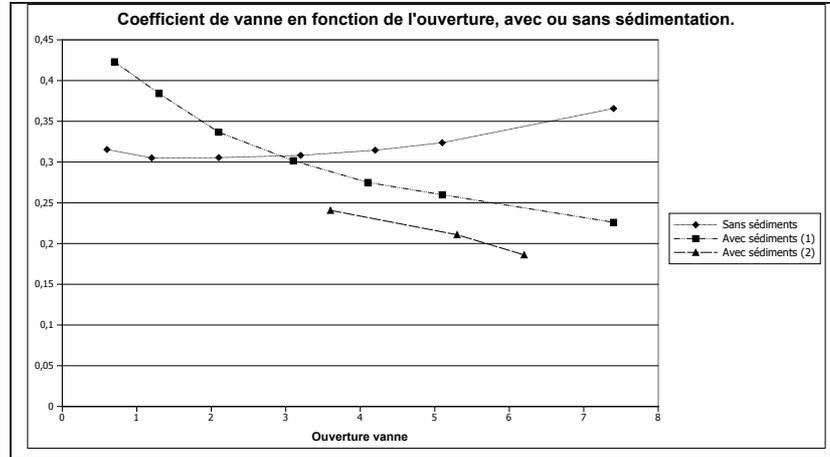


FIG. 5.16 – Expérimentation sur micro-canal : coefficient de vanne en fonction de l'ouverture de vanne pour plusieurs séries d'expériences avec et sans sédimentation, premier protocole d'initialisation du dépôt.

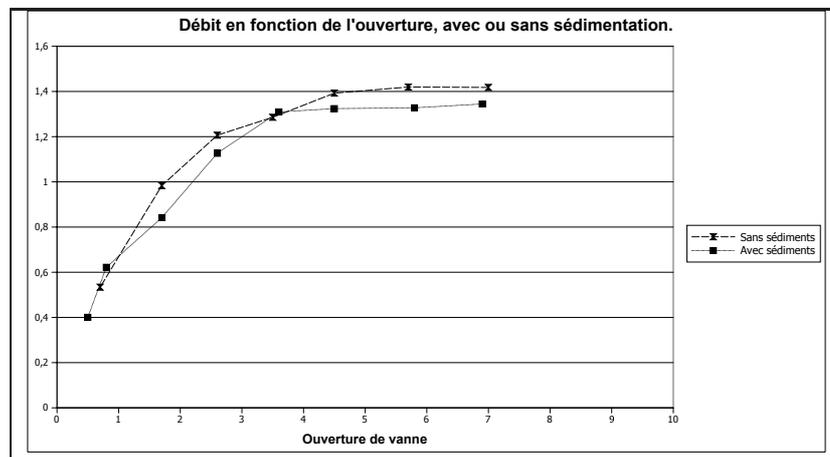


FIG. 5.17 – Expérimentation sur micro-canal : débit en fonction de l'ouverture de vanne pour plusieurs séries d'expériences avec et sans sédimentation, second protocole d'initialisation du dépôt.

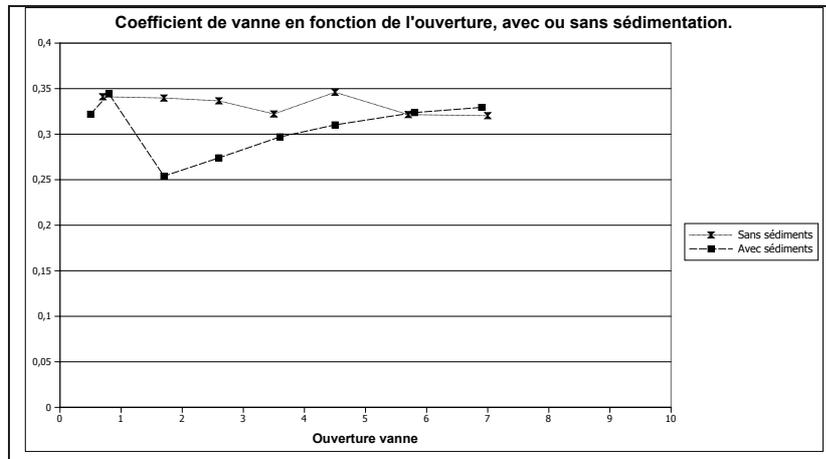


FIG. 5.18 – Expérimentation sur micro-canal : coefficient de vanne en fonction de l’ouverture de vanne pour plusieurs séries d’expériences avec et sans sédimentation, second protocole d’initialisation du dépôt.

sédimentation est toutefois plus faible pour les petites ouvertures de vanne. On constate également l’existence d’un point plus ou moins aberrant, pour des ouvertures de vanne de 3.5cm environ.

### Résultats de simulation

Lors des simulations, le système est constitué de deux biefs séparés par une vanne interne qui est la vanne étudiée, conformément à ce qui est montré dans la Fig. 5.8. Aux extrémités amont et aval se situent deux vannes externes dont l’ouverture reste constante pour toutes les simulations.

Le protocole expérimental consiste à partir d’une situation initiale avec ou sans dépôt de sédiments, de fixer l’ouverture de la vanne à une valeur donnée, puis d’attendre l’établissement de l’équilibre. Un certain nombre de simulations ont été réalisées où l’on a fait varier les paramètres suivants :

- Situation initiale : il existe trois possibilités pour celle-ci. La première est l’absence de dépôt de sédiments. La deuxième est caractérisée par un dépôt de sédiments étalé de part et d’autre de la vanne, celle-ci étant grande ouverte ; on part d’une situation d’état stationnaire, qui correspond au premier protocole d’initialisation du dépôt de

sédiments utilisé lors des expériences sur micro-canal. La troisième consiste à ne disposer les sédiments qu'en aval de la vanne et à démarrer la simulation à partir d'une situation de vanne fermée, ce qui correspond au second protocole d'initialisation du dépôt sur micro-canal.

- Ouverture de la vanne : pour chacun des trois protocoles d'initialisation existants, on renouvelle la simulation pour plusieurs valeurs de l'ouverture de la vanne.

Il est à noter que, contrairement aux expériences sur micro-canal, les simulations qui ont été réalisées avec sédimentation et situation initiale stationnaire (protocole 1) n'ont pas le défaut de prendre comme situation initiale l'équilibre final de l'essai correspondant à l'ouverture de vanne précédente (problème connu lors de la première série d'expériences) : chaque simulation repart d'une situation initiale identique.

Les résultats de ces simulations sont donnés dans les Fig. 5.19 (pour le débit) et 5.20 (pour le coefficient de vanne). On peut dresser plusieurs constatations dans ces deux figures :

- L'existence d'un dépôt de sédiments affecte de façon visible le débit au niveau de la vanne ainsi que le coefficient de vanne.
- Il ne semble pas y avoir de grandes différences entre les résultats obtenus pour l'un ou l'autre protocole d'initialisation. Ceci est en fait un peu surprenant. Il existe en effet des différences assez marquées entre les deux types de simulations, notamment dans la façon dont les dépôts sont initialisés : dans le cas du protocole 1, il existe un dépôt amont, et pas dans le cas du protocole 2. La quantité totale de sédiments présents initialement est également plus importante dans le cas du protocole 1, même si le dépôt du protocole 2 - situé uniquement en aval - est plus important que la partie aval du dépôt du protocole 1. Les quantités de sédiments existant dans le dépôt aval pour les simulations des deux protocoles lors de l'initialisation sont donc voisines mais pas identiques. On pourrait donc observer de plus grandes différences dans les courbes de débit et coefficient de vanne des deux séries de simulation.
- Pour les petites ouvertures de vanne, la différence entre les cas avec et sans sédiments s'estompe. Cette remarque était déjà valable pour certaines comparaisons de courbes de débits dans les cas expérimentaux.

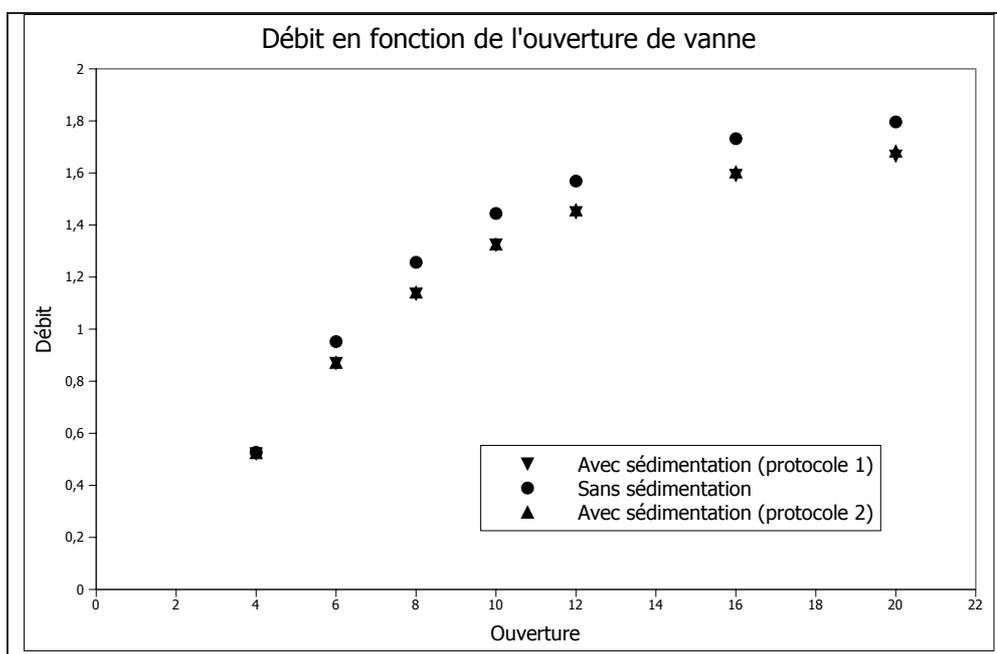


FIG. 5.19 – Simulation LB : débit en fonction de l'ouverture de vanne pour plusieurs séries d'expériences avec et sans sédimentation, et pour les deux protocoles d'initialisation du dépôt.

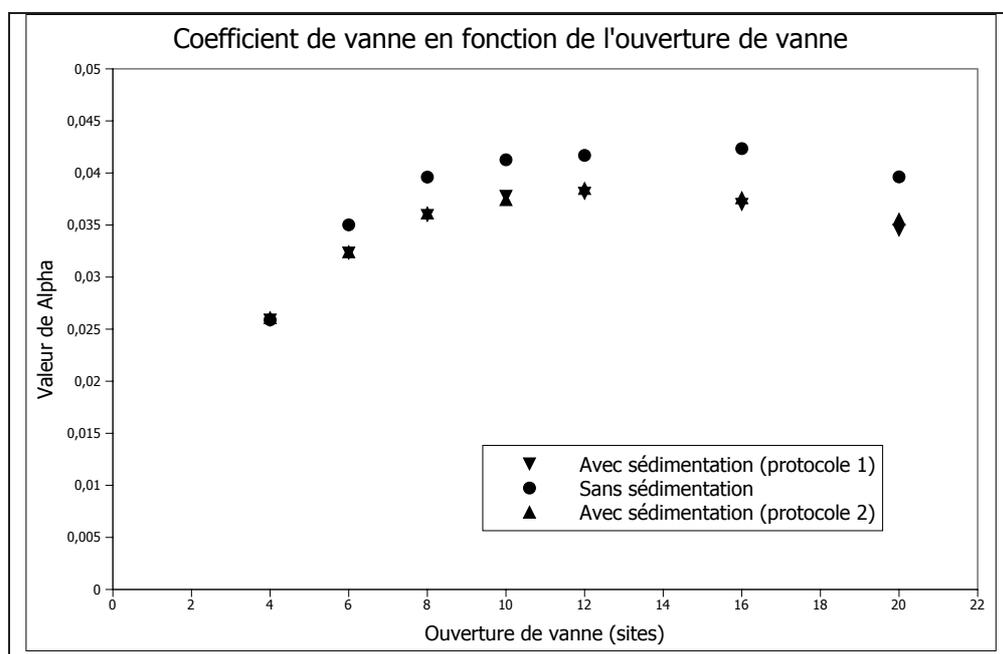


FIG. 5.20 – Simulation LB : coefficient de vanne en fonction de l'ouverture de vanne pour plusieurs séries d'expériences avec et sans sédimentation, et pour les deux protocoles d'initialisation du dépôt.

### 5.3.3 Perturbation d'un profil de sédiments par une onde

Un autre type d'expérience a également été réalisé, qui consiste à observer la déformation d'un profil de sédiments par une onde. Pour cela, on considère un bassin fermé. On dispose sur l'un des côtés (le côté aval) un tas de sable formant un triangle rectangle dont un côté s'appuie sur le fond, le deuxième s'appuie sur la vanne aval (fermée, et qui le restera durant l'expérience), et le troisième forme une pente qu'on essaie de réaliser la plus droite possible à l'état initial. La surface de l'eau est donc en contact avec le troisième côté du tas de sédiments. Le niveau d'eau initial dans le bassin est très inférieur au niveau d'eau en amont (fixé par une consigne).

L'expérience consiste alors à créer une onde en ouvrant grand et fermant rapidement la vanne amont, et à observer l'influence des vagues ainsi créées sur le tas de sédiments.

Les résultats de ces essais sont donc constitués par les déformations du profil de sédiments observées suite à l'arrivée de l'onde. Ces essais ne sont pas toujours faciles à mesurer et à quantifier, car l'effet de l'onde n'est pas toujours suffisamment important pour entraîner une modification sensible du profil de sédiments. On montre dans la Fig. 5.21 deux exemples de résultats où les conséquences de l'arrivée de l'onde sont à la fois assez importantes et plutôt représentatives de ce qui a été généralement observé.

Suivant les cas, on observe ou pas une diminution de l'angle formé par le profil avec le fond du canal. On observe également que le profil, droit à l'état initial, adopte une forme ondulée.

## 5.4 Simulations avec conditions plus proches des canaux réels

Au cours des précédentes séries de simulations, les paramètres du modèle et les situations étudiées étaient conçus pour permettre la comparaison des données de simulation avec les expériences sur micro-canal.

Toutefois, ces conditions ne correspondent pas nécessairement à celles que l'on peut s'attendre à rencontrer au sein des systèmes de canaux réels. On peut notamment soulever plusieurs points pour lesquels les hypothèses considérées dans la partie précédente ne sont

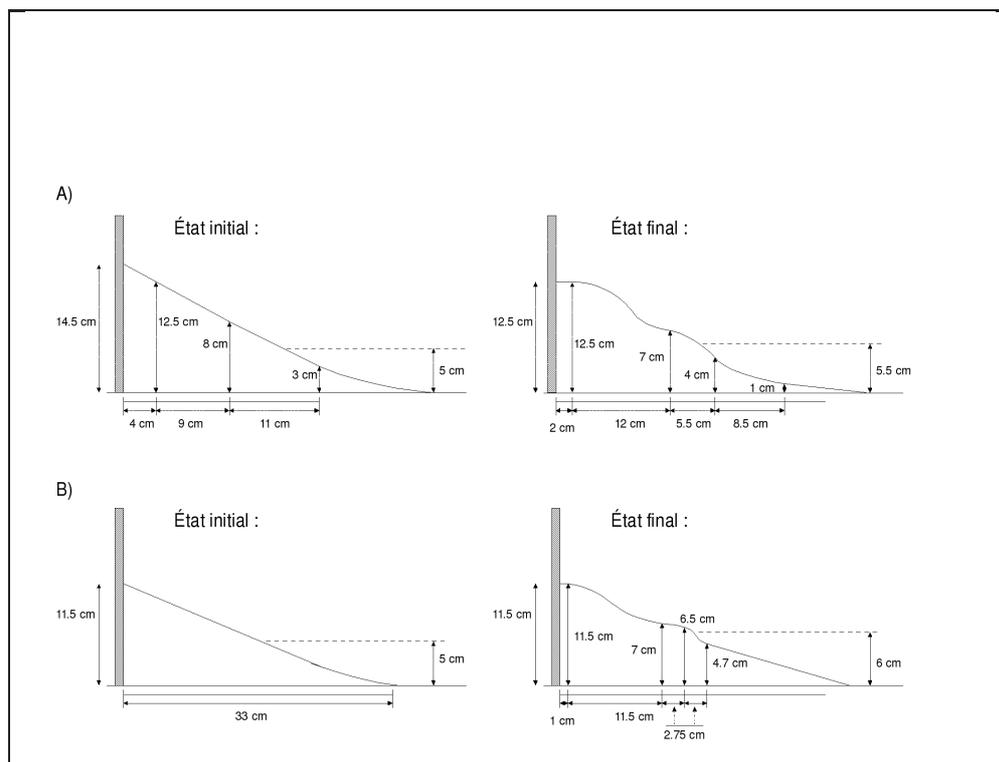


FIG. 5.21 – Deux exemples de déformations typiques observées sur des profils de sédiments suite à une perturbation de la hauteur d'eau causée par l'ouverture et la fermeture brutale de la vanne située à l'autre extrémité du bassin.

pas valides :

- On considérait précédemment qu’il n’y avait pas d’entrée de particules libres par la vanne amont. Dans un système réel, on peut supposer qu’au contraire il existe une importante arrivée de sédiments par ce biais.
- La vitesse de chute des particules est très importante dans les simulations réalisées précédemment, afin que les particules érodées aient tendance à rejoindre rapidement le dépôt et se redéposer. Si l’on souhaite que les particules puissent être transportées sur de plus longues distances (notamment si l’on veut étudier le transport de particules sur plusieurs biefs), il est nécessaire de modifier ce paramètre.

Dans le cadre des simulations qui vont suivre, on se place dans le cadre d’un système présentant un ou plusieurs dépôt de sédiments au sein d’un ou plusieurs biefs. Ces dépôts sont essentiellement alimentés par un flux de particules libres entrant par la vanne externe amont et se déposant à son contact, et, à l’inverse, érodés sous l’action de l’écoulement, les particules ainsi érodées étant en définitive évacuées par la vanne interne aval.

Pour une configuration donnée des vannes et des hauteurs d’eau amont et aval, les dépôts de sédiments atteignent alors au bout d’un temps donné une situation d’équilibre où la quantité de particules érodées et emportées en aval compense exactement la quantité de particules déposées par l’amont. L’importance du processus d’érosion dépend, comme on l’a vu, de la vitesse locale du fluide : elle est donc liée au débit traversant le système. De ce fait, la position de l’équilibre entre déposition et érosion, qui détermine la taille du dépôt, dépend essentiellement de la vitesse d’écoulement du fluide. Indirectement, elle est donc censée être fonction de l’ouverture des vannes. Un contrôle effectué sur celles-ci permet donc, théoriquement, de contrôler la quantité de sédiments au sein du système.

Dans les simulations qui suivent, on a étudié l’influence effective du degré d’ouverture des vannes sur la quantité de particules sédimentées présentes dans le système.

Plusieurs types de systèmes distincts ont été traités :

- Cas d’un bief unique,
- Cas multi-biefs mais avec sédimentation dans un seul d’entre eux.

Ces différents cas ont été traités dans le cadre d’un essai en régime stationnaire (on ob-

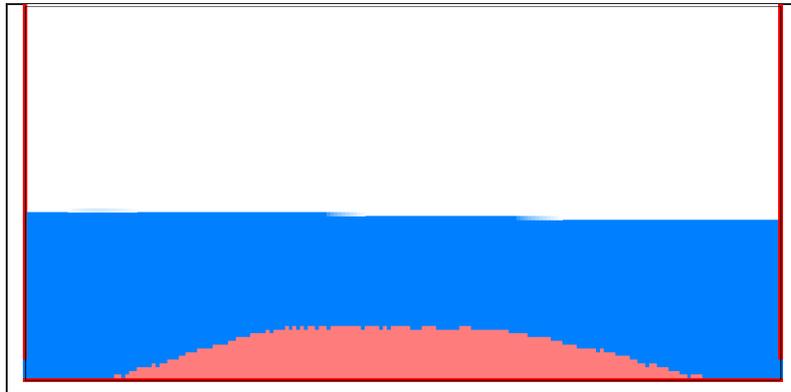


FIG. 5.22 – Simulation sédimentation mono-bief en régime stationnaire, avec ouverture des vannes à 5. On observe le champ de densité sur le réseau. La quantité de particules sédimentées apparaît visuellement importante.

serve uniquement l'équilibre s'établissant pour une valeur initiale donnée des ouvertures de vanne) ou en régime transitoire (on observe comment évolue le système si on modifie l'ouverture d'une ou plusieurs des vannes). A également été étudiée l'influence de la position de la vanne contrôlée sur l'importance de l'effet obtenu.

#### 5.4.1 Essais mono-bief

Les simulations en régime stationnaire sont montrées dans les Fig. 5.22, 5.23 et 5.24. Dans ces essais, on considère un système mono-bief de taille 200x100. Les hauteurs d'eau en amont et aval du système sont respectivement de 60 et 30 sites. L'ouverture des vannes amont et aval est identique, à 5 pour la Fig. 5.22, 10 pour la Fig. 5.23 et 15 pour la Fig. 5.24 : on constate, comme on s'y attendait, que plus l'ouverture des vannes est élevée, plus la sédimentation est faible. Pour une ouverture de 15 sites, il n'y a d'ailleurs aucun site solide, l'érosion étant trop importante. A 10, un dépôt est présent, mais il est de petite taille. Le dépôt est de taille assez importante, en revanche, pour une ouverture des vannes de 5.

Des simulations en régime dynamique ont également été réalisées, toujours dans le cas d'un système mono-bief. L'objectif est ici non plus d'observer seulement l'état d'équilibre du système pour un jeu donné d'ouvertures de vanne, mais également de suivre l'évolution

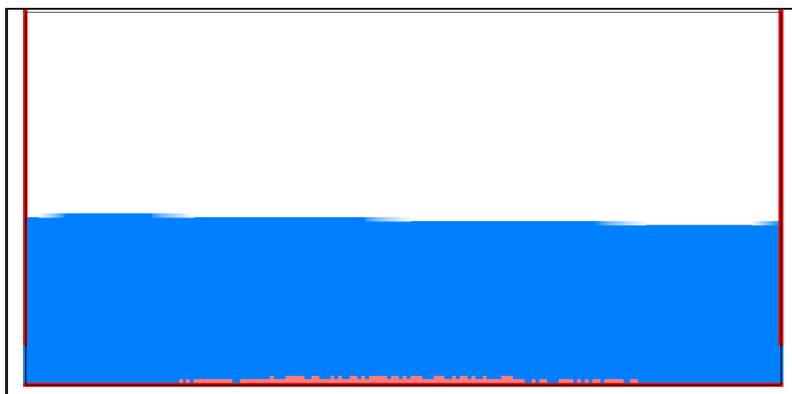


FIG. 5.23 – Simulation de sédimentation mono-bief en régime stationnaire, avec ouverture des vannes à 10. La quantité de particules sédimentées est beaucoup plus faible que dans le cas d'une ouverture à 5, que l'on a observé dans la Fig 5.22.

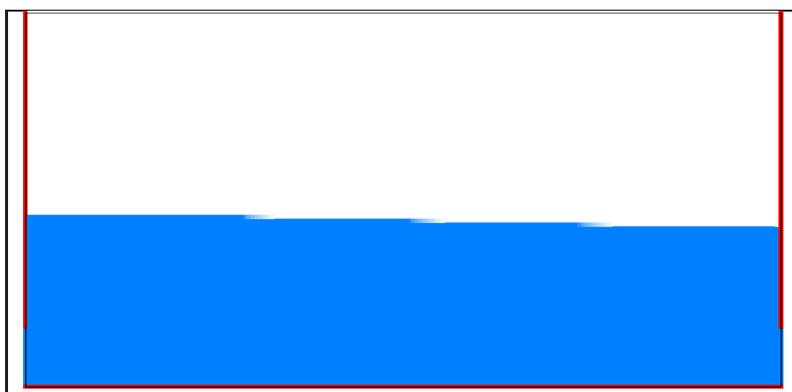


FIG. 5.24 – Simulation de sédimentation mono-bief en régime stationnaire, avec ouverture des vannes à 15. Dans ce cas, il n'y a plus de dépôt : la vitesse de l'écoulement est suffisamment importante pour que l'érosion emporte rapidement toute particule qui sédimenterait.

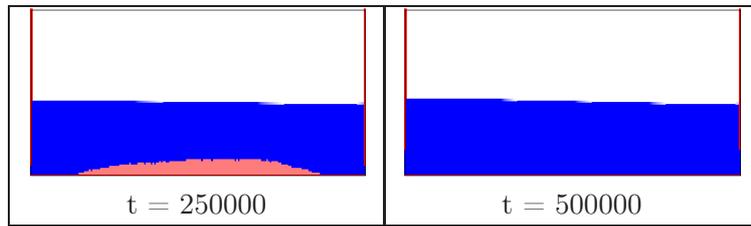


FIG. 5.25 – Simulation de sédimentation mono-bief en régime dynamique; changement d’ouverture des vannes ( $5 \Rightarrow 15$ ) à  $t=250000$ . On observe la disparition du dépôt pré-existant après le changement d’ouverture.

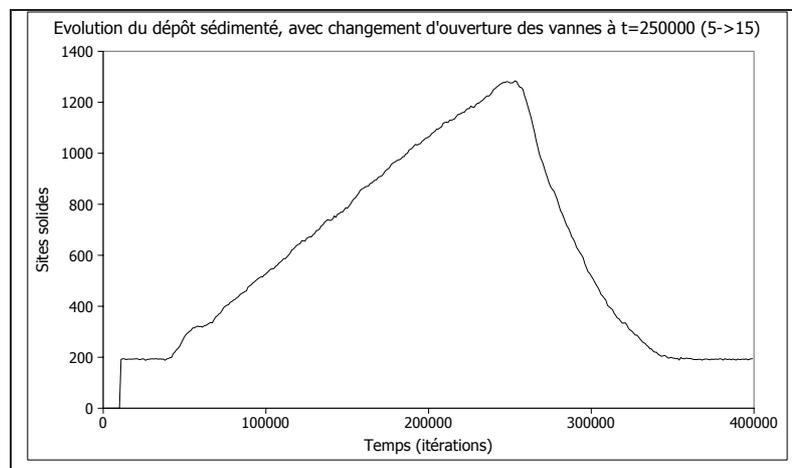


FIG. 5.26 – Simulation de sédimentation mono-bief en régime dynamique; changement d’ouverture des vannes ( $5 \Rightarrow 15$ ) à  $t=250000$ . On montre ici l’évolution du nombre de sites solides dans le réseau.

du système lorsqu’on introduit un changement d’ouverture de vanne en cours d’essai (à  $t=250000$ ). Les hauteurs d’eau en amont et aval du système sont inchangées par rapport aux essais précédents. Les résultats correspondants à ces simulations sont montrés dans les Fig. 5.25, 5.26, 5.27 et 5.28.

#### 5.4.2 Essais multi-biefs

Après les simulations mono-bief qui précèdent, des essais multi-biefs ont été lancés. Par rapport aux simulations mono-bief, ceux-ci présentent la caractéristique de permettre d’observer le comportement des sédiments dans un bassin dont l’alimentation en sédiments par

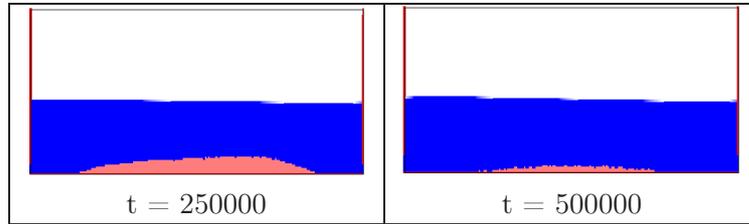


FIG. 5.27 – Simulation de sédimentation mono-bief en régime dynamique ; changement d’ouverture des vannes ( $5 \Rightarrow 10$ ) à  $t=250000$ . A  $t=500000$ , il reste un reliquat du dépôt initial.

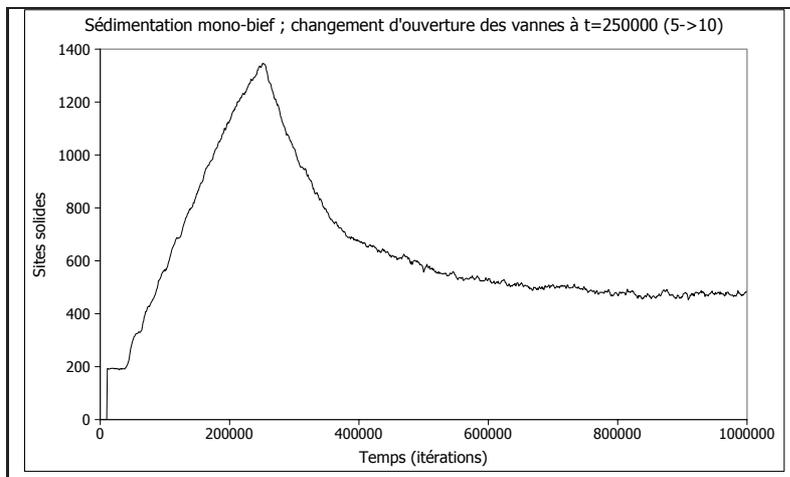


FIG. 5.28 – Simulation de sédimentation mono-bief en régime dynamique ; changement d’ouverture des vannes ( $5 \Rightarrow 10$ ) à  $t=250000$ . On montre ici l’évolution du nombre de sites solides dans le réseau. On constate que la diminution du nombre de sites solides est moins rapide que dans le cas d’une ouverture finale à 15 (voir Fig 5.26).

l'amont s'effectue par l'intermédiaire d'un bief simulé et non par le biais d'une condition aux bords comme dans le cas mono-bief. Il est possible de limiter l'application du processus de déposition à une partie du réseau (par exemple, le bief central) ou de le laisser opérer sur l'ensemble du système, ce qui permet de sélectionner la zone précise où l'on veut étudier l'effet de la présence de sédiments sur l'écoulement. Dans les simulations présentées ci-après, on utilise toujours des valeurs de 60 et 30 sites de réseau pour les hauteurs d'eau en amont et aval du système. Le réseau est de taille 450x100, avec trois biefs de 150 sites de long.

Une première simulation multi-bief a consisté à reproduire une expérience dynamique mono-bief, avec variation d'ouverture pour l'ensemble des vannes (passage de 5 à 10 à  $t=250000$ ). Dans cet essai, le mécanisme de déposition n'est actif que dans le bief central. Les résultats de cette simulation sont montrés dans les Fig. 5.29 et 5.30 (pour l'évolution du nombre de sites solides). L'effet observé du changement d'ouverture est une diminution du dépôt.

### 5.4.3 Influence de la position de la vanne manipulée

On a ensuite voulu étudier l'effet de la position de la vanne manipulée sur l'évolution de la quantité de particules sédimentées. On reprend donc pour cela le même système que précédemment, mais seules les deux vannes internes seront manipulées (les vannes externes présentant une ouverture initiale de 15 sites, et les vannes internes une ouverture de 5 sites).

On compare alors trois cas de figures :

- Ouverture à 15 sites de la vanne interne amont,
- Ouverture à 15 sites de la vanne interne aval,
- Ouverture à 10 sites des deux vannes internes.

On a lancé une simulation pour chacun des cas. L'évolution de la quantité de sites solides pour chaque situation est montré dans les Fig. 5.31, 5.32 et 5.33. On constate alors que la solution la plus pertinente pour l'évacuation des sédiments est l'ouverture de la vanne aval.

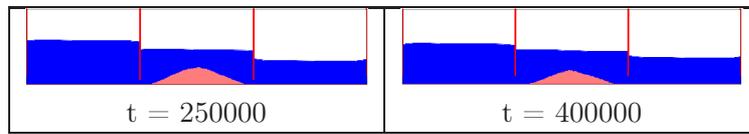


FIG. 5.29 – Simulation de sédimentation multi-bief en régime dynamique ; la sédimentation a lieu dans le bief central uniquement, un changement d'ouverture de l'ensemble des vannes (5  $\Rightarrow$  10) a lieu à  $t=250000$ . On observe une diminution de la sédimentation.

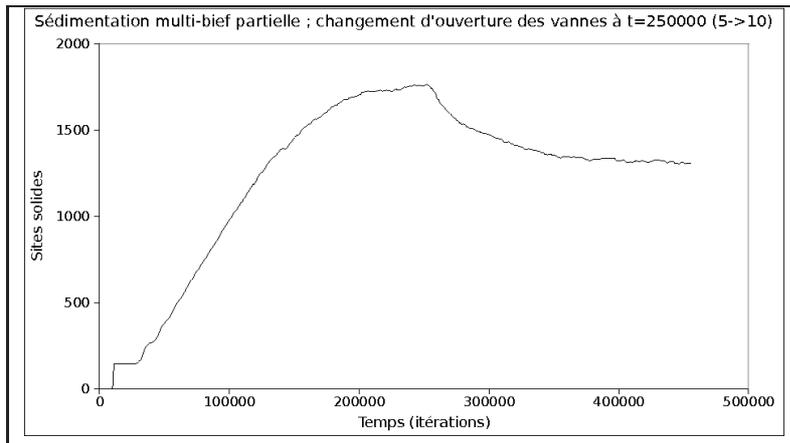


FIG. 5.30 – Simulation de sédimentation multi-bief en régime dynamique ; la sédimentation a lieu dans le bief central uniquement, un changement d'ouverture de l'ensemble des vannes (5  $\Rightarrow$  10) a lieu à  $t=250000$ . On montre l'évolution du nombre de sites solides dans le réseau.

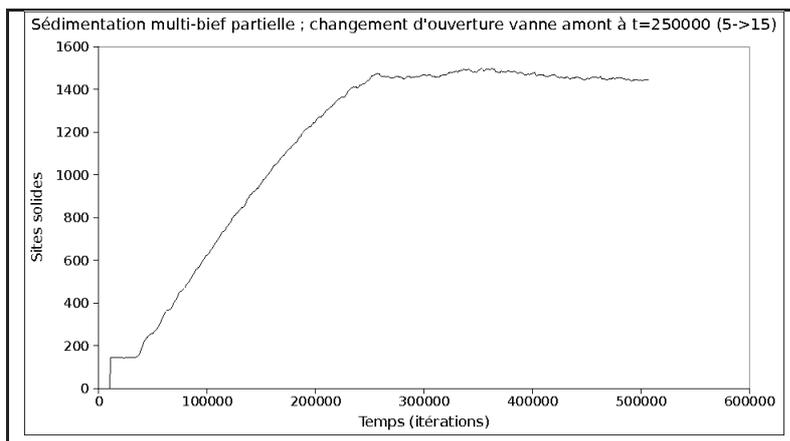


FIG. 5.31 – Simulation de sédimentation multi-bief en régime dynamique ; la sédimentation a lieu dans le bief central uniquement, un changement d'ouverture de la vanne amont interne uniquement (5  $\Rightarrow$  15) a lieu à  $t=250000$ . On montre l'évolution du nombre de sites solides dans le réseau.

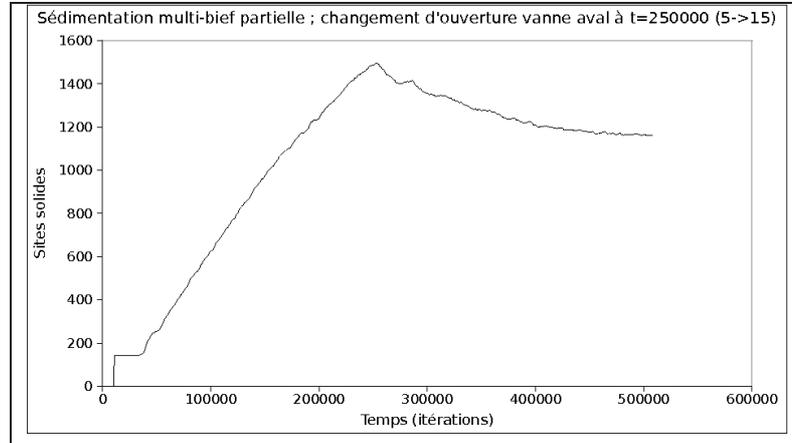


FIG. 5.32 – Simulation de sédimentation multi-bief en régime dynamique ; la sédimentation a lieu dans le bief central uniquement, un changement d'ouverture de la vanne aval interne uniquement ( $5 \Rightarrow 15$ ) a lieu à  $t=250000$ . On montre l'évolution du nombre de sites solides dans le réseau.

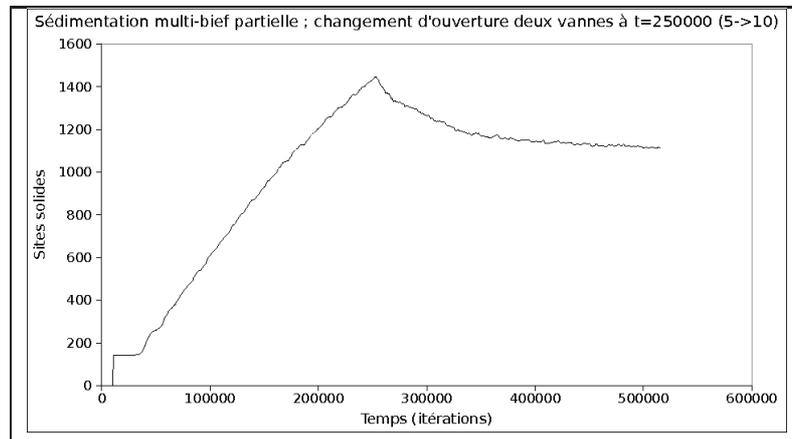


FIG. 5.33 – Simulation de sédimentation multi-bief en régime dynamique ; la sédimentation a lieu dans le bief central uniquement, un changement d'ouverture des deux vannes internes ( $5 \Rightarrow 10$ ) a lieu à  $t=250000$ . On montre l'évolution du nombre de sites solides dans le réseau.

## 5.5 Conclusion

Nous avons présenté dans cette section l'introduction de processus de sédimentation dans le modèle du canal. Cet algorithme de sédimentation, issu originellement des travaux de A. Masselot, B. Chopard et A. Dupuis, a été modifié pour l'adapter au modèle du canal. On a, dans un premier temps, cherché à valider le modèle en reproduisant des résultats obtenus sur le micro-canal de Valence. On constate alors, sur plusieurs points, une convergence entre les données expérimentales et les données de simulation. Notamment, les formes observées pour les dépôts de sédiments dans le cas expérimental se retrouvent dans les simulations. L'influence de la présence de sédiments à proximité de la vanne entraîne aussi une diminution du débit à la vanne qui est perceptible aussi bien dans le cas expérimental que dans le cas de la simulation. Cette modification du comportement de la vanne peut être quantifiée par une modification mesurable du coefficient  $\alpha$ . Dans le cas de la simulation, l'influence de la sédimentation est très nettement perceptible, mais un peu moins dans le cas expérimental, où seule une partie des données disponibles vont dans le sens d'une modification cohérente du coefficient de vanne. La principale différence entre simulation et expérience réside dans l'étude détaillée de l'évolution au cours du temps du dépôt et plus particulièrement de sa distance à la vanne, où l'on constate des différences relativement marquées dans les résultats. Ces différences concernent essentiellement le comportement de la vanne et la vitesse du courant à petite ouverture, où dans le cas expérimental le dépôt est entraîné rapidement, ce qui n'est pas observé en simulation. Ceci peut être dû à la forte viscosité du fluide LB, ainsi qu'à des frottements plus importants au niveau de la vanne dans le cas des simulations que dans le cas expérimental.

D'autres séries de simulations ont été réalisées avec pour objectif non pas de reproduire les conditions des expérimentations sur micro-canal, mais des conditions plus proches de ce qu'on pourrait observer au sein d'un système de canaux réels (avec un flux de particules qui entrent et sortent du canal). On a utilisé ces simulations pour étudier l'influence de l'ouverture de vanne sur la taille du dépôt de sédiments dans le cadre de ces nouvelles conditions de fonctionnement. Les résultats rejoignent ce que l'on pouvait supposer intuitivement, à savoir que la diminution de l'ouverture de vanne, en diminuant le débit dans

le système, entraîne une diminution de l'érosion, et en conséquence, un accroissement de la sédimentation. On a vérifié également l'importance de la position de la vanne contrôlée dans l'hypothèse d'un contrôle de la quantité de sédiments au sein d'un bief par l'ouverture de ses vannes, en montrant que l'ouverture de la vanne située à l'extrémité aval du bief considéré influe davantage sur la quantité de sédiments qui y sont déposés que la vanne amont.

Ces deux grandes séries de simulations démontrent également que le modèle de sédimentation est facilement adaptable, en modifiant ses paramètres, à plusieurs types de situations différentes.



# Conclusion

Au cours de ce travail, on a lancé une première approche de la modélisation des canaux d'irrigation par la méthode de Boltzmann sur réseaux.

On a adapté pour cela un modèle bi-fluide. La modélisation de la surface libre est donc effectuée via l'interaction entre les fluides : leur séparation en deux phases et la tension de surface existant à l'interface entre les fluides régissent la formation et l'évolution de la surface libre. Il existe des contraintes liées à l'utilisation du modèle bi-fluide qui limitent le réalisme de la simulation à certains égards : on constatera notamment le fait que les densités respectives des deux fluides doivent être d'ordres de grandeurs comparables.

Il s'est avéré nécessaire de disposer de variables plus adaptées au contexte que les grandeurs habituellement utilisées dans les modèles LB. On a notamment noté que l'expression du débit au sens hydraulique, exprimé en termes de quantité de matière traversant une section par unité de temps, n'a de correspondance directe avec aucune quantité habituellement utilisée dans les modèles de Boltzmann sur réseau. Le calcul du débit aux vannes doit donc être effectué selon une méthode particulière que l'on a décrite.

On s'est intéressé au comportement des vannes de fond fonctionnant en régime noyé dans le cadre de notre simulation. Pour cela, deux expériences différentes ont été étudiées. L'une est une expérience en régime stationnaire où l'on étudie les modalités de l'établissement de l'équilibre dans le système, et les déductions que l'on peut en tirer sur le comportement des vannes. La seconde correspond à un mode de fonctionnement non rencontré habituellement dans les canaux : l'expérience de vidage, qui a lieu en l'absence d'un écoulement continu dans le système. Les résultats obtenus par la simulation correspondent à ceux qui proviennent d'expérimentations sur le micro-canal de Valence pour les deux types d'expériences. De plus, dans le cas de l'expérience de vidage, on obtient des résultats qui contredisent les résultats théoriques que l'on attendait en se fondant sur les équations de vanne classiques, ce qui paraît indiquer l'existence de conditions dans lesquelles l'équation de vanne classique ne s'applique pas. Notre modèle permet néanmoins de décrire correctement le fonctionnement des vannes dans ce cas, en accord avec les résultats expérimentaux.

Le modèle LB utilisé autorise également l'adjonction relativement simple de la prise en compte de divers phénomènes physiques dont l'intégration aux méthodes classiques de modélisation des canaux n'est pas toujours évidente. Dans notre cas, on a introduit dans le modèle des phénomènes de sédimentation, et comparé les résultats que l'on pouvait obtenir avec des résultats expérimentaux. Des expérimentations sur le micro-canal de Valence ont été réalisées, et des simulations ont été effectuées avec le modèle LB en utilisant des paramètres permettant de reproduire le comportement observé pour les sédiments lors des expérimentations. On constate qu'il existe de fortes convergences mais aussi quelques différences entre les résultats d'expérimentations et de simulations. Les convergences concernent essentiellement les formes observées pour les dépôts de sédiments et l'influence du dépôt sur le comportement de la vanne. Il existe des divergences lorsqu'on regarde dans le détail la façon dont évoluent les dépôts dans les deux cas, et l'influence de l'ouverture de vanne sur ces processus. Dans le cas où les processus de sédimentation sont paramétrés différemment (de façon que l'on imagine intuitivement plus proche de ce qui peut exister dans les canaux réels), de premiers résultats de simulation ont été obtenus concernant l'influence de l'ouverture des vannes sur la taille du dépôt. Les conséquences que l'on peut tirer de ces résultats, notamment quant au choix de la position de la vanne à manipuler pour obtenir un effet maximal sur le dépôt, semblent conformes à ce qu'on pouvait attendre intuitivement.

De nombreuses pistes restent ouvertes pour l'amélioration et le développement du modèle. On a vu que celui-ci, tel qu'il est, ne permet probablement pas la simulation d'un écoulement réaliste au coeur d'un bief. L'obtention d'un modèle plus précis dans sa simulation de l'écoulement mais aussi de la surface libre nécessite notamment une modification substantielle du type de variante de la méthode LB utilisée. Le modèle bi-fluide utilisé pourrait notamment être remplacé par une méthode mono-fluide utilisant une autre méthode de gestion de la surface libre. Une autre possibilité est de réaliser un couplage du modèle avec une autre méthode de modélisation (basée ou pas sur un modèle de Boltzmann sur réseau) plus juste quant à la description de l'écoulement au sein des biefs, le modèle présenté ici étant utilisé pour la simulation de l'écoulement autour des vannes.

Dans le domaine de la sédimentation, des travaux supplémentaires sont souhaitables pour explorer plus avant l'articulation entre les phénomènes de sédimentation et la problématique du contrôle. Un premier axe significatif d'une étude plus avancée des phénomènes de sédimentation incorporés dans le modèle serait de caractériser de manière plus précise les possibilités de contrôler par l'action des vannes la quantité de sédiments déposés, et donc de continuer les premières études réalisées en ce sens. Un second axe envisageable est l'étude de l'influence des processus de sédimentation sur la performance des contrôleurs agissant sur un système de canaux. Il est possible pour cela de coupler un processus de contrôle avec le modèle et d'observer l'évolution de sa performance en présence de phénomènes de sédimentation entraînant une perturbation importante de l'écoulement.

Annexe A

Annexe : Implémentation

## A.1 Méthodes de visualisation des résultats du programme

Deux méthodes ont été utilisées successivement pour le rendu visuel des champs de vitesse ou des champs de densité. Un logiciel basé sur un script Tcl/Tk et appelé OOMMF a été chronologiquement le premier. Il a, néanmoins, cessé d'être maintenu depuis quelques années, et sa ré-installation ou installation sur de nouveaux environnements est devenue de plus en plus problématique lorsque les seules versions disponibles d'OOMMF, qui sont anciennes, ont progressivement perdu leur compatibilité avec les versions récentes de Tcl/Tk. Ceci a motivé le développement d'un outil de visualisation assurant le même rendu mais d'installation plus simple. Le choix a été fait de programmer un visualisateur en langage Java, ce qui permet de produire simplement une interface graphique pour le programme.

### A.1.1 Présentation d'OOMMF

OOMMF est ou plutôt était un projet public mené au sein de la division de Sciences Mathématiques et Informatiques (MCSD) de l'ITL/NIST (Information Technology Laboratory/National Institute of Standards and Technology), un laboratoire américain. Son objectif est le développement d'outils et programmes pour la micromagnétique. Le corps du programme a été écrit en C++ avec une interface Tcl/Tk. Le logiciel peut s'installer et être utilisé sur de nombreuses plate-formes de type Windows et Unix. Le langage de script open-source Tcl/Tk est requis pour utiliser OOMMF.

On montre dans la Fig. A.1 la fenêtre principale du programme mmLaunch et le composant mmDisp que nous avons utilisé pour l'affichage des champs de vitesse et de densité. La Fig. A.2 montre un exemple d'affichage de champs de vitesse et de densité avec mmDisp.

### A.1.2 Outil de visualisation en Java

Cet outil a été développé dans l'optique de fournir approximativement le même style de rendu que celui que l'on obtenait avec OOMMF. Etant programmé en Java, son code est naturellement orienté objet. Il est essentiellement adapté à l'affichage des données issues des simulations du modèle du canal, ce qui impliquerait probablement d'y apporter des

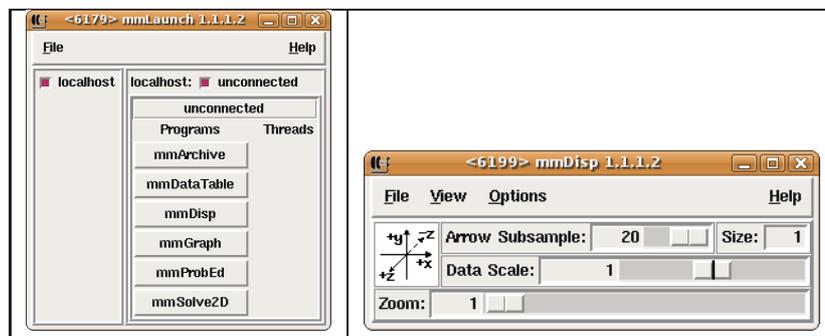


FIG. A.1 – Captures d’écran de fenêtres OOMMF. On voit à gauche la fenêtre de lancement, mmLaunch, et à droite mmDisp, qui a été l’outil de visualisation que nous avons utilisé.

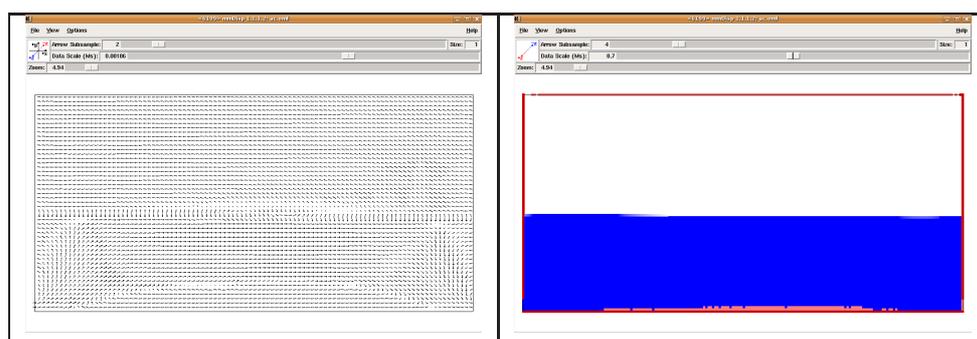


FIG. A.2 – Captures d’écran de fenêtres OOMMF. Affichage d’un champ de vitesse et d’un champ de densité avec mmDisp.

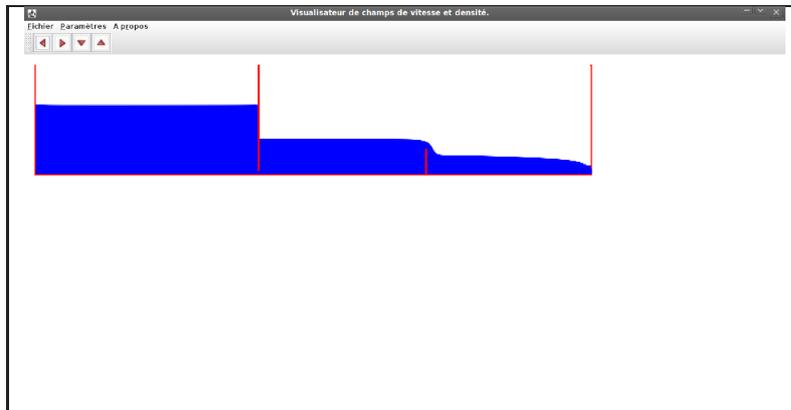


FIG. A.3 – Capture d'écran du visualisateur Java.

modifications dans l'optique d'une adaptation à un autre usage.

La Fig. A.3 montre une capture d'écran. Dans son fonctionnement, le programme considère le réseau à afficher comme un tableau de "boîtes" élémentaires. Chacune de ces boîtes correspond à un ou plusieurs sites du réseau (en fonction de l'échantillonnage). Une boîte est donc un carré dont le côté se mesure en pixels. Chacune affiche une couleur (dont la valeur correspond à la densité moyenne du groupe de sites représenté), un vecteur (dont la valeur et la direction correspondent à la vitesse moyenne sur groupe de sites représenté) ou les deux.

Les paramètres du programme réglables par l'utilisateur (dans le menu "paramètres") sont au nombre de quatre :

- Plafond de vitesse : les vitesses de valeur supérieure au plafond sont considérées pour l'affichage comme étant de valeur égale au plafond.
- Plafond de densité : les densités de valeur supérieure au plafond sont considérées pour l'affichage comme étant de valeur égale au plafond.
- Taille d'une boîte d'affichage élémentaire : elle est exprimée en pixels et détermine l'échelle à laquelle est affiché le réseau. La taille de boîte peut être très faible lorsqu'on affiche seulement les champs de densité, mais l'affichage des champs de vecteurs, lorsqu'on souhaite représenter la vitesse, nécessite des boîtes de taille suffisante.
- Echantillonnage : sa valeur fixe le nombre de sites de réseau qui vont être représentés par

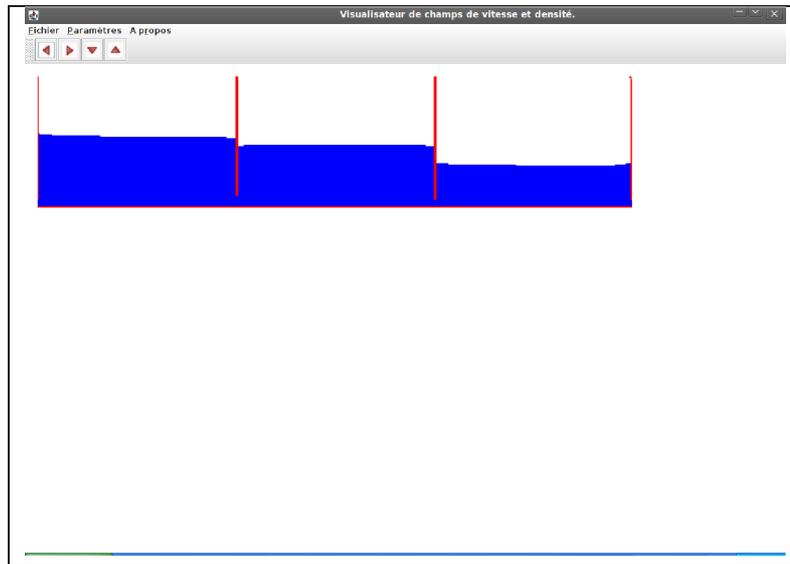


FIG. A.4 – Capture d’écran du visualisateur Java : simulation trois-biefs en régime stationnaire. Seul le champ de densité est visible, le système dans son entier est représenté. Valeur des paramètres du visualisateur : plafond de densité à 0.1, plafond de vitesse à 0.0001, taille des boîtes élémentaires à 2, échantillonnage à 1.

une boîte élémentaire. Une valeur de 2 indique que chaque boîte représentera un carré du réseau LB de deux sites de côté, une valeur de 3 correspondra à un carré de 3 sites de côté, etc.

Trois exemples de visualisation sont montrés dans les Fig. A.4, A.5 et A.6, chacun pour des valeurs différentes des paramètres.

Les Fig. A.4 et A.5 représentent toutes deux la même simulation au même instant. Dans la Fig. A.4, on a représenté intégralement le système en n’affichant que le champ de densité et en utilisant des valeurs faibles pour la taille des boîtes élémentaires et l’échantillonnage. Dans la Fig. A.5 on ne représente qu’une partie du système tout en affichant à la fois champ de densité et champ de vitesse.

Dans la Fig. A.6 est représenté la simulation à un instant donné d’un système mono-bief avec sédimentation.

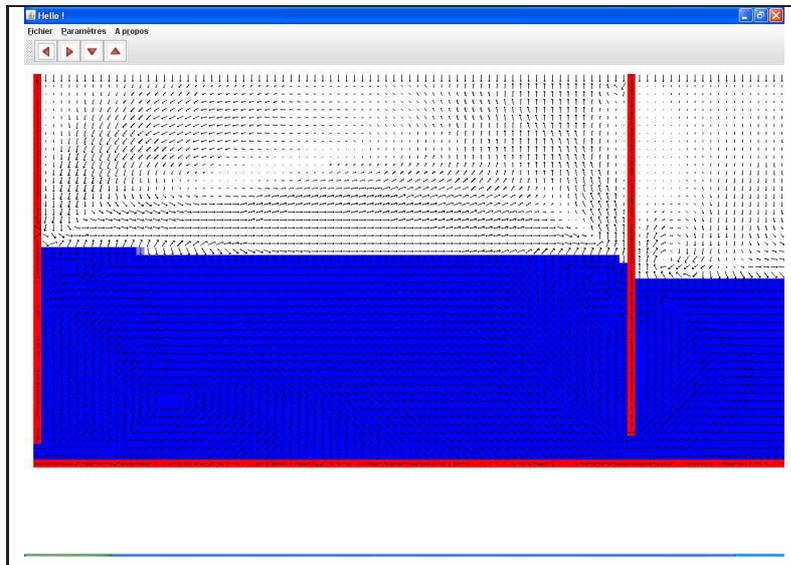


FIG. A.5 – Captures d’écran du visualisateur Java : même simulation trois-biefs en régime stationnaire que pour la Fig. A.4. Le champ de densité et le champ de vitesse sont visibles, seul le premier bief et une partie du second sont représentés. Valeur des paramètres du visualisateur : plafond de densité à 0.1, plafond de vitesse à 0.0001, taille des boîtes élémentaires à 12, échantillonnage à 2.

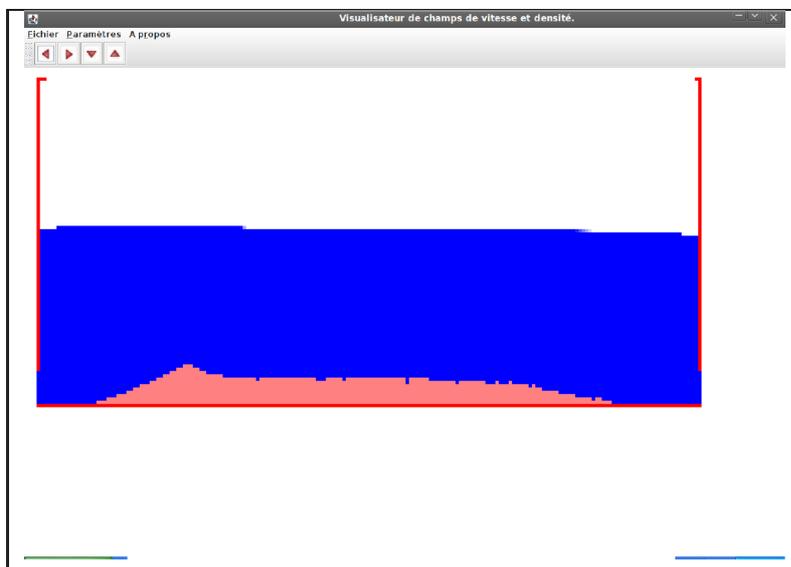


FIG. A.6 – Captures d’écran du visualisateur Java. : simulation mono-bief avec sédimentation. Le champ de densité est seul visible. Valeur des paramètres du visualisateur : plafond de densité à 0.1, plafond de vitesse à 0.0001, taille des boîtes élémentaires à 5, échantillonnage à 1.

---

## Listing A.1 – Initialisation par séparation des phases

---

```
for (x=0;x<XM;x++) {
  for (y=0;y<YM;y++) {
    rhoR = rho0R;
    rhoB = rho0B;
    ux = 0; uy = 0;
    RBeq_calc(roR,roB,ux,uy);

    for (k=0;k<=z;k++) {
      fRin[x][y][k] = Req[k]+(RANDNBR01-0.5)/200.; // Req et Beq contiennent
      fRout[x][y][k] = fRin[x][y][k]; // les fonctions de distribution
      fBin[x][y][k] = Beq[k]+(RANDNBR01-0.5)/200.; // d'équilibre calculées dans RBeq_calc()
      fBout[x][y][k] = fBin[x][y][k]; // On introduit une légère variabilité
      // aléatoire.
    }
  }
}
```

---

## A.2 Implémentation de l'algorithme général du modèle LB du canal

Un schéma de l'algorithme général est donné dans A.7. Il est principalement composé d'une étape d'initialisation du réseau suivie de la boucle sur le temps au coeur de laquelle on trouve les étapes traditionnelles de toute simulation LB, propagation et collision, ainsi que la gestion de l'ouverture des différentes vannes et les processus de sédimentation. Nous allons à présent décrire l'implémentation des différentes composantes de l'algorithme. Le programme a été écrit en langage C.

### A.3 Initialisation du réseau

#### A.3.1 Initialisation avec densités homogènes et séparation des phases

Le code A.1 implémente la méthode d'initialisation par séparation des phases. On y notera que, dans cet exemple, les densités sont homogènes dans l'ensemble du réseau. Dans le cas d'un système multi-bief, il est également possible d'utiliser des valeurs d'initialisation différenciées pour les densités suivant le bief.

#### A.3.2 Initialisation par profils de densités

Le code A.2 effectue le processus d'initialisation proprement dit. La génération du profil de densité correspondant à la hauteur d'eau désirée est montrée dans le code A.3.

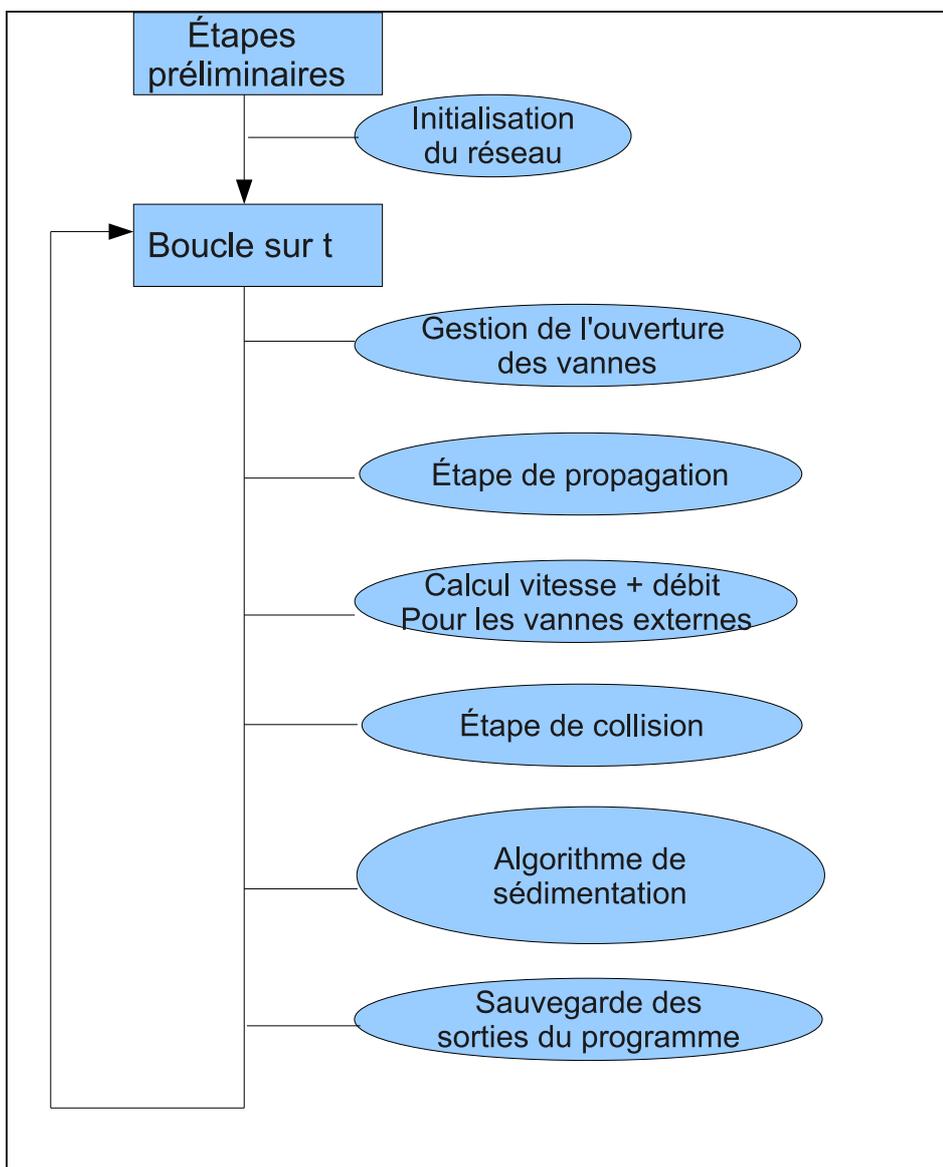


FIG. A.7 – Schéma de l'algorithme général.

Listing A.2 – Initialisation par profil de densité

---

```

1  for (x=0;x<XM;x++) {
2      for (y=0;y<YM;y++) {
3
4          rhoR = InitRhoR_h[y];
5          rhoB = InitRhoB_h[y];
6          ux = 0; uy = 0;
7          RBeq_calc(rhoR, rhoB, ux, uy);
8
9          for (k=0;k<=z;k++) {
10             fRin[x][y][k] = Req[k]+(RANDNBR01-0.5)/200.;
11             fRout[x][y][k] = fRin[x][y][k];
12             fBin[x][y][k] = Beq[k]+(RANDNBR01-0.5)/200.;
13             fBout[x][y][k] = fBin[x][y][k];
14         }
15     }
16 }
17

```

---

Listing A.3 – Initialisation par profil de densité

---

```

1  // Détermination des deux profils pré-enregistrés correspondant
2  // aux hauteurs d'eau immédiatement inférieure et supérieure
3  // à la hauteur d'eau initiale désirée.
4  nbh1 = 0;
5  for (nbh1=0;nbh1<NB_LOADEDH;nbh1++) {
6      nbh2 = nbh1+1;
7      if ((Loaded_h[nbh1]<=HinitAmont/Dr) && (Loaded_h[nbh2]>HinitAmont/Dr)) break;
8  }
9  // Création du profil de densité correspondant à
10 // la hauteur d'eau désirée.
11 for (y=0;y<YM;y++) {
12
13     rhoR = LoadedRhoR_h[nbh1][y];
14     rhoB = LoadedRhoB_h[nbh1][y];
15     c_h2 = (HinitAmont/Dr - Loaded_h[nbh1])/(Loaded_h[nbh2] - Loaded_h[nbh1]);
16     rhoR = rhoR + c_h2*(LoadedRhoR_h[nbh2][y] - LoadedRhoR_h[nbh1][y]);
17     rhoB = rhoB + c_h2*(LoadedRhoB_h[nbh2][y] - LoadedRhoB_h[nbh1][y]);
18     InitRhoR_h[y] = rhoR;
19     InitRhoB_h[y] = rhoB;
20 }

```

---

### A.3.3 vannes

La prise en charge de l'ouverture des vannes est faite par le biais d'un tableau établissant une liste des instants auxquels un changement d'ouverture doit avoir lieu, d'un autre tableau fixant la nouvelle valeur de l'ouverture à chacun de ces instants et d'une constante déterminant les vannes concernées. L'information concernant la valeur désirée de l'ouverture des vannes est mise à jour à chaque itération de l'algorithme global. Si la valeur fixée pour l'ouverture d'une vanne est en désaccord avec sa valeur effective à l'itération courante, l'ouverture de la vanne est augmentée ou diminuée de 1 site pour la rapprocher de la valeur voulue. Le code A.4 montre l'implémentation de la gestion des vannes.

Pour éviter les éventuelles instabilités qui pourraient survenir en raison d'une ouverture trop brusque, le processus de changement d'ouverture n'est pas accompli à chaque itération mais avec un certain délai entre chaque ouverture (exprimé par la condition (`t%CONST_OPENING_CHANGE_STEP == 0`)).

Il est également possible d'appliquer une périodicité à la séquence de changement d'ouvertures, i.e. de l'accomplir plusieurs fois voire indéfiniment jusqu'à la fin de la simulation.

Le code A.5 montre l'application concrète de l'ouverture de vanne déterminée au cours de l'étape correspondant au code A.4.

### A.3.4 Propagation

Le code A.6 donne un exemple d'implémentation de l'étape de propagation.

Dans ce code, `XM` est la taille horizontale du réseau. `YM` est la taille verticale. `z` est le nombre de directions de propagation possibles (8 dans un réseau D2Q9). `Cx[k]` et `Cy[k]` contiennent les composantes du vecteur élémentaire de mouvement correspondant à la direction de propagation `k`.

Cette façon de procéder définit en quelque sorte une condition aux bords "par défaut" pour tous les sites limites du système : en effet, les populations situées à un bord donné sont propagées au bord opposé, ce qui implémente de fait une condition aux bords périodique. L'implémentation des autres conditions aux bords est réalisée au cours de l'étape de collision. On notera que la propagation est bien évidemment réalisée pour les deux fluides

## Listing A.4 – Gestion des vannes

---

```

// Boucle temporelle globale du programme
for(t=0;(t<=TFIN);t++) {
.
.
.
// Déclenchement des changements d'ouverture des vannes aux temps spécifiés
if (CONST_OPENING_CHANGE_COUNT < CONST_OPENING_CHANGE_NBR-1){
    if (t == CONST_OPENING_CHANGE_TIMETAB[CONST_OPENING_CHANGE_COUNT+1]) {
        CONST_OPENING_CHANGE_COUNT++;
    }
}
// Gestion de la périodicité de l'ouverture des vannes
} else if ((CONST_OPENING_PERIOD_USE) && (t < CONST_OPENING_PERIOD_STOP)) {
    if (t >= CONST_OPENING_CHANGE_TIMETAB[0]+CONST_OPENING_PERIOD_VAL-2) {
        CONST_OPENING_CHANGE_COUNT = 0;
        for(i=0;i<CONST_OPENING_CHANGE_NBR;i++) {
            CONST_OPENING_CHANGE_TIMETAB[i] = CONST_OPENING_CHANGE_TIMETAB[i]
                + CONST_OPENING_PERIOD_VAL;
        }
    }
}
// Détermination des ouvertures de vanne
if ((t%CONST_OPENING_CHANGE_STEP == 0)
&& (t >= CONST_OPENING_CHANGE_TIMETAB[CONST_OPENING_CHANGE_COUNT])) {
    if ((CONST_OPENING_CHANGE_GATE == VANNE_AMONT_EXTERNE)
        || (CONST_OPENING_CHANGE_GATE == VANNES_EXTERNES)
        || (CONST_OPENING_CHANGE_GATE == TOUTES_VANNES)) {
        if (OuvertureAmont > CONST_OPENING_CHANGE_OPTAB[CONST_OPENING_CHANGE_COUNT])
            OuvertureAmont = OuvertureAmont - 1;
        if (OuvertureAmont < CONST_OPENING_CHANGE_OPTAB[CONST_OPENING_CHANGE_COUNT])
            OuvertureAmont = OuvertureAmont + 1;
    }
    if ((CONST_OPENING_CHANGE_GATE == VANNE_MONT_INTERNE)
        || (CONST_OPENING_CHANGE_GATE == VANNES_INTERNES)
        || (CONST_OPENING_CHANGE_GATE == TOUTES_VANNES)) {
        if (OuvertureAvCentre > CONST_OPENING_CHANGE_OPTAB[CONST_OPENING_CHANGE_COUNT])
            OuvertureAvCentre = OuvertureAvCentre - 1;
        if (OuvertureAvCentre < CONST_OPENING_CHANGE_OPTAB[CONST_OPENING_CHANGE_COUNT])
            OuvertureAvCentre = OuvertureAvCentre + 1;
    }
}
.
.
.
// Traitement des autres vannes
.
.
.
}
.
.
.
// Propagation, collision, sédimentation, etc...
}

```

---

### Listing A.5 – Ouverture effective des vannes

---

```

// vanne interne amont ; POS_OBST_1a est la position de la vanne
for (y=1;y<OuvertureAmCentre+1;y++) {
border[POS_OBST_1a][y] = ORDINAIRE;
border[POS_OBST_1a+1][y] = ORDINAIRE;
}
if (OuvertureAmCentre == 0) {
border[POS_OBST_1a][0] = CL_BAS_DROITE;
border[POS_OBST_1a+1][0] = CL_BAS_GAUCHE;
border[POS_OBST_1a][(unsigned char)OuvertureAmCentre+1] = CL_DROITE;
border[POS_OBST_1a+1][(unsigned char)OuvertureAmCentre+1] = CL_GAUCHE;
}
else {
border[POS_OBST_1a][0] = CONST_CL_FOND;
border[POS_OBST_1a+1][0] = CONST_CL_FOND;
border[POS_OBST_1a][(unsigned char)OuvertureAmCentre+1] = CL_OBST_HAUT_GAUCHE;
border[POS_OBST_1a+1][(unsigned char)OuvertureAmCentre+1] = CL_OBST_HAUT_DROITE;
}
for (y=OuvertureAmCentre+2;y<YM-1;y++) {
border[POS_OBST_1a][y] = CL_DROITE;
border[POS_OBST_1a+1][y] = CL_GAUCHE;
}
}

```

---

### Listing A.6 – Propagation

---

```

for (x=0;x<XM;x++) {
for (y=0;y<YM;y++) {
for (k=1;k<=z;k++) {
i = x + Cx[k];
j = y + Cy[k];
if (i < 0) i = XM-1;
if (i == XM) i = 0;
if (j < 0) j = YM-1;
if (j == YM) j = 0;
fRin[i][j][k] = fRout[x][y][k];
fBin[i][j][k] = fBout[x][y][k];
}
}
}
}

```

---

## Listing A.7 – Collision

---

```

for (x=0;x<XM;x++) {
  for (y=0;y<YM;y++) {
    .
    .
    if (border[x][y] == ORDINARY) {
      Jx = 0.; Jy = 0.;
      rhoR = RhoR[x][y];
      rhoB = RhoB[x][y];
      .
      .
      for (k=0;k<=z;k++) {
        if (k > 0) {
          Jx = Jx + m[k]*fRin[x][y][k]*vx[k]/TAU + m[k]*fB[x][y][k]*vx[k]/TAUB;
          Jy = Jy + m[k]*fRin[x][y][k]*vy[k]/TAU + m[k]*fB[x][y][k]*vy[k]/TAUB;
        }
      }
      rho = rhoR/TAU+rhoB/TAUB;
      if (rho>0.0) ux = Jx/rho; else ux=0.0;
      if (rho>0.0) uy = Jy/rho; else uy=0.0;
      .
      .
      RBeq_calc(rhoR, rhoB, ux, uy);
      ForceCalc(x,y);
      for (k=0;k<=z;k++) fRout[x][y][k] = fRin[x][y][k]
        - 1.0/TAU * (fRin[x][y][k] - Req[k])
        + Dt/(v*v*C2) * (vx[k]*FRx + vy[k]*FRy);
      for (k=0;k<=z;k++) fBout[x][y][k] = fBin[x][y][k]
        - 1.0/TAUB * (fBin[x][y][k] - Beq[k])
        + Dt/(v*v*C2) * (vx[k]*FBx + vy[k]*FBy);
      .
      .
    }
    .
    .
  }
}

```

---

rouge (populations `fRin` et `fRout`) et bleu (populations `fBin` et `fBout`). Dans notre cas, la propagation est effectuée en propageant les populations du site considéré vers les sites voisins. On pourrait également procéder de façon inverse et propager les populations voisines vers le site considéré.

### A.3.5 Collision

L'étape de collision a pour objet la redistribution de la masse entre les fonctions de distributions. Elle consiste essentiellement en trois actions :

- Calcul des fonctions de distribution à l'équilibre,
- Calcul de l'action des forces extérieures sur le site,
- Application de l'équation de relaxation vers l'équilibre local.

Le code A.7 montre un exemple d'implémentation possible.

## Listing A.8 – Calcul des distributions d'équilibre

---

```

u2 = (ux*ux + uy*uy);
for (k=1;k<=z;k++) {
  Req[k] = rhoR*C4/(C2*C2)*( 1 + (vx[k]*ux+vy[k]*uy)/cs2
    + 0.5*pow((vx[k]*ux+vy[k]*uy)/cs2,2.0) - u2/(2.*cs2) );
  Beq[k] = rhoB*C4/(C2*C2)*( 1 + (vx[k]*ux+vy[k]*uy)/cs2
    + 0.5*pow((vx[k]*ux+vy[k]*uy)/cs2,2.0) - u2/(2.*cs2) );
}
Req[0] = rhoR*(1. - C0*cs2/K2 + (C0/(2.*C2) - C2/(2.*C4))*u2/v2);
Beq[0] = rhoB*(1. - C0*cs2/K2 + (C0/(2.*C2) - C2/(2.*C4))*u2/v2);

```

Dans ce code, on calcule préalablement la valeur de la vitesse sur le site considéré, après quoi on fait appel à la fonction `RBeq_calc` qui va calculer les distributions d'équilibre, et à la fonction `ForceCalc` qui va calculer l'action des forces extérieures. Après appel de ces fonctions, les résultats qu'elles produisent se trouvent dans les variables globales `Req[k]` et `Beq[k]` (fonctions de distribution d'équilibre) et `FRx`, `FRy`, `FBx`, `FBy` (composantes horizontale et verticale des forces agissant sur les fluides rouge et bleu). On applique ensuite l'équation de relaxation BGK pour chacun des deux fluides. Les variables globales `RhoR[x][y]` et `RhoB[x][y]` contiennent les valeurs de la densité au sens LB pour chaque site du réseau, et la variable `m[k]` contient les poids associés à chaque direction de propagation sur le réseau. On notera le fait que le code A.7 concerne un site ordinaire au coeur du réseau, sans évènement particulier. Les zones de code marquées par des points de suspension soulignent les endroits où sont potentiellement gérés, par exemple :

- les conditions aux bords,
- le calcul de débit (avant et après collision) si le site est situé au sein d'une vanne (interne ou externe),
- l'interpolation de fonctions de distribution à partir des sites voisins, lorsque le site était à l'itération précédente un site de type `obstacle` et est devenu un site ordinaire (lors d'une ouverture de vanne).

Le code A.8 montre comment est effectué le calcul des fonctions de distributions d'équilibre, qui appliquent simplement les formules 1.19 et 1.20, ou leurs versions alternative 1.79 et 1.80. Dans l'exemple montré les expressions 1.19 et 1.20 ont été utilisées.

L'implémentation du calcul des forces est montrée dans les code A.9 et A.10. Le premier code A.9 expose le calcul de la somme des forces (interaction bi-fluide et gravité) agissant

### Listing A.9 – Calcul des forces

---

```

rhoR = RhoR[x][y]; rhoB = RhoB[x][y];
Fx_RB=0;Fy_RB=0;
for (k=1;k<9;k++) {
    i=x+(int)Cx[k];
    j=y+(int)Cy[k];
    if (i < 0) i=XM-1;
    if (i == XM) i=0;
    if (j < 0) j=YM-1;
    if (j == YM) j=0;
    Fx_RB = Fx_RB + FctPSI(RhoB_SC[i][j])*vx[k];
    Fy_RB = Fy_RB + FctPSI(RhoB_SC[i][j])*vy[k];
}
Fx_RB = Fx_RB*W*FctPSI(rhoR);
Fy_RB = Fy_RB*W*FctPSI(rhoR);

Fx_BR=0;Fy_BR=0;
for (k=1;k<9;k++) {
    i=x+(int)Cx[k];
    j=y+(int)Cy[k];
    if (i < 0) i=XM-1;
    if (i == XM) i=0;
    if (j < 0) j=YM-1;
    if (j == YM) j=0;
    Fx_BR = Fx_BR + FctPSI(RhoR_SC[i][j])*vx[k];
    Fy_BR = Fy_BR + FctPSI(RhoR_SC[i][j])*vy[k];
}
Fx_BR = Fx_BR*W*FctPSI(rhoB);
Fy_BR = Fy_BR*W*FctPSI(rhoB);

GR = g*rhoR*dR;
GB = g*rhoB*dB;

FRx = Fx_RB + Fx + GR*GX;
FRy = Fy_RB + Fy - GR;
FBx = Fx_BR + Fx + GB*GX;
FBy = Fy_BR + Fy - GB;

```

---

### Listing A.10 – Calcul de la fonction $\Psi$

---

```

double FctPSI(double dens) {
    if (dens < 0.) dens = 0.;
    if (CONST_USE_REALSC) return (1.0 - exp(-dens/CONST_RHO_SC));
    else return (dens);
}

```

---

sur chacun des deux fluides sur le site de réseau considéré. Le second code A.10 présente la méthode de calcul des quantités  $\psi^\sigma = f_\sigma(\rho_\sigma(\vec{r}))$ , en fonction de la forme choisie pour la fonction  $\psi$ .

### A.3.6 Vannes externes

Nous allons montrer ici l'implémentation des conditions aux bords de type vanne. On rappelle que l'on a développé au cours du temps trois types de conditions aux bords pour modéliser les vannes externes : deux fondées sur l'application de l'équation de vanne classique, et une où l'on applique sur les sites de vanne un gradient de densité correspondant

Listing A.11 – Condition de vanne - calcul de la vitesse/du débit

---

```

// Calcul des vitesses ou débits aux vannes
// dans le cas d'une équation de vanne classique.
// Formulation en vitesse.
if (HauteurAmont >= Hauteur1)
    Ux_Amont = OuvertureAmont*ConstanteAmont*sqrt(HauteurAmont-Hauteur1);
else
    Ux_Amont = -OuvertureAmont*ConstanteAmont*sqrt(Hauteur1-HauteurAmont);
if (HauteurAval <= Hauteur3)
    Ux_Aval = -OuvertureAval*ConstanteAval*sqrt(Hauteur3-HauteurAval);
else
    Ux_Aval = OuvertureAval*ConstanteAval*sqrt(HauteurAval-Hauteur3);
// Formulation en débit.
if (HauteurAmont >= Hauteur1)
    Q_Amont = OuvertureAmont*Q_ConstanteAmont*sqrt(HauteurAmont-Hauteur1);
else
    Q_Amont = -OuvertureAmont*Q_ConstanteAmont*sqrt(Hauteur1-HauteurAmont);
if (HauteurAval <= Hauteur3)
    Q_Aval = -OuvertureAval*Q_ConstanteAval*sqrt(Hauteur3-HauteurAval);
else
    Q_Aval = OuvertureAval*Q_ConstanteAval*sqrt(HauteurAval-Hauteur3);

```

---

à la hauteur d'eau supposée du bief situé au-delà de la vanne externe.

Pour ce qui est du premier type de condition, il y a donc une étape préliminaire à remplir : le calcul préalable de la vitesse (pour la première condition) ou du débit (pour la seconde) désiré à la vanne. Un exemple de code réalisant cette première étape est montré dans le code A.11.

Dans ce code, `HauteurAmont` et `HauteurAval` sont les hauteurs d'eau supposées des biefs situés hors-système, tandis que `Hauteur1` et `Hauteur3` sont les hauteurs d'eau à proximité des vannes, à l'intérieur du système. On trouve également dans ces expressions des coefficients de vanne `ConstanteAmont`, `ConstanteAval`, `Q_ConstanteAmont` et `Q_ConstanteAval`. Ces coefficients sont distincts suivant que l'on considère la formulation en vitesse ou en débit. Les codes A.12, A.13, A.14, A.15, montrent l'implémentation de la condition aux bords proprement dite pour les quatre cas existants (vanne amont et formulation en vitesse, vanne aval et formulation en vitesse, vanne amont et formulation en débit, vanne aval et formulation en débit).

Dans le cas de la formulation en vitesse, la condition consiste simplement à appliquer une autre condition aux bords plus classique (dans notre cas, Zou et He) mais à utiliser lors du calcul des distributions d'équilibre une vitesse correspondant à celle que l'on souhaite appliquer au site (soit en l'occurrence `Ux_Aval` et `Ux_Amont`).

---

Listing A.12 – Condition de vanne - vanne amont formulation en vitesse

---

```

if (border[x][y] == VANNE_AMONT_V) {
    ux = Ux_Amont; uy = 0;
    rhoR = RhoR[x][y];
    rhoB = RhoB[x][y];

    fRout[x][y][1] = fRin[x][y][5] + 2.0/3.0*rhoR*ux;
    fRout[x][y][2] = fRin[x][y][6] - 0.5*(fRin[x][y][7] - fRin[x][y][3])
        + 1.0/6.0*rhoR*ux;
    fRout[x][y][8] = fRin[x][y][4] - 0.5*(fRin[x][y][3] - fRin[x][y][7])
        + 1.0/6.0*rhoR*ux;

    fBout[x][y][1] = fBin[x][y][5] + 2.0/3.0*rhoB*ux;
    fBout[x][y][2] = fBin[x][y][6] - 0.5*(fBin[x][y][7] - fBin[x][y][3])
        + 1.0/6.0*rhoB*ux;
    fBout[x][y][8] = fBin[x][y][4] - 0.5*(fBin[x][y][3] - fBin[x][y][7])
        + 1.0/6.0*rhoB*ux;

    RBeq_calc(rhoR, rhoB, ux, uy);
    for(k=0;k<=z;k++) fRout[x][y][k] = fRout[x][y][k]
        - 1.0/TAU * (fRout[x][y][k] - Req[k]);
    for(k=0;k<=z;k++) fBout[x][y][k] = fBout[x][y][k]
        - 1.0/TAUB * (fBout[x][y][k] - Beq[k]);
}

```

---

Listing A.13 – Condition de vanne - vanne aval formulation en vitesse

---

```

if (border[x][y] == VANNE_AVAL_V){
    ux = Ux_Aval;
    rhoR = RhoR[x][y];
    rhoB = RhoB[x][y];

    fRout[x][y][5] = fRin[x][y][1] - 2.0/3.0*rhoR*ux;
    fRout[x][y][6] = fRin[x][y][2] - 0.5*(fRin[x][y][3] - fRin[x][y][7])
        - 1.0/6.0*rhoR*ux;
    fRout[x][y][4] = fRin[x][y][8] - 0.5*(fRin[x][y][7] - fRin[x][y][3])
        - 1.0/6.0*rhoR*ux;

    fBout[x][y][5] = fBin[x][y][1] - 2.0/3.0*rhoB*ux;
    fBout[x][y][6] = fBin[x][y][2] - 0.5*(fBin[x][y][3] - fBin[x][y][7])
        - 1.0/6.0*rhoB*ux;
    fBout[x][y][4] = fBin[x][y][8] - 0.5*(fBin[x][y][7] - fBin[x][y][3])
        - 1.0/6.0*rhoB*ux;

    RBeq_calc(rhoR, rhoB, ux, uy);
    for(k=0;k<=z;k++) fRout[x][y][k] = fRout[x][y][k]
        - 1.0/TAU * (fRout[x][y][k] - Req[k]);
    for(k=0;k<=z;k++) fBout[x][y][k] = fBout[x][y][k]
        - 1.0/TAUB * (fBout[x][y][k] - Beq[k]);
}

```

---

---

Listing A.14 – Condition de vanne - vanne amont - formulation en débit

---

```

if (border[x][y] == VANNE_AMONT_Q{ 1
    ux = 0.; uy = 0.; 2
    rhoR = RhoR[x][y]; 3
    rhoB = RhoB[x][y]; 4
    5
    sumRho = 0.; 6
    for (yy=1;yy<=OuvertureAmont;yy++) sumRho = sumRho+RhoR[x][yy]; 7
    8
    fRout[x][y][1] = fRin[x][y][5]; 9
    fRout[x][y][2] = fRin[x][y][6]; 10
    fRout[x][y][8] = fRin[x][y][4]; 11
    12
    fBout[x][y][1] = fBin[x][y][5]; 13
    fBout[x][y][2] = fBin[x][y][6]; 14
    fBout[x][y][8] = fBin[x][y][4]; 15
    16
    RBeq_calc(rhoR,rhoB,ux,uy); 17
    for (k=0;k<=z;k++) fRout[x][y][k] = fRout[x][y][k] 18
        - 1.0/TAU * (fRout[x][y][k] - Req[k]); 19
    for (k=0;k<=z;k++) fBout[x][y][k] = fBout[x][y][k] 20
        - 1.0/TAUB * (fBout[x][y][k] - Beq[k]); 21
    22
    k=4;fRout[x][y][k] = (fRout[x][y][k]*m[k] 23
        + Q_Amont*(rhoR/sumRho)*(m[k]/6.))/m[k]; 24
    k=5;fRout[x][y][k] = (fRout[x][y][k]*m[k] 25
        + Q_Amont*(rhoR/sumRho)*(m[k]/6.))/m[k]; 26
    k=6;fRout[x][y][k] = (fRout[x][y][k]*m[k] 27
        + Q_Amont*(rhoR/sumRho)*(m[k]/6.))/m[k]; 28
    29
} 30
31

```

---

Listing A.15 – Condition de vanne - vanne aval formulation en débit

---

```

if (border[x][y] == VANNE_AVAL_Q{ 1
    ux = 0.; uy = 0.; 2
    rhoR = RhoR[x][y]; 3
    rhoB = RhoB[x][y]; 4
    5
    sumRho = 0.; 6
    for (yy=1;yy<=OuvertureAval;yy++) sumRho = sumRho+RhoR[x][yy]; 7
    8
    fRout[x][y][5] = fRin[x][y][1]; 9
    fRout[x][y][6] = fRin[x][y][2]; 10
    fRout[x][y][4] = fRin[x][y][8]; 11
    12
    fBout[x][y][5] = fBin[x][y][1]; 13
    fBout[x][y][6] = fBin[x][y][2]; 14
    fBout[x][y][4] = fBin[x][y][8]; 15
    16
    RBeq_calc(rhoR,rhoB,ux,uy); 17
    for (k=0;k<=z;k++) fRout[x][y][k] = fRout[x][y][k] 18
        - 1.0/TAU * (fRout[x][y][k] - Req[k]); 19
    for (k=0;k<=z;k++) fBout[x][y][k] = fBout[x][y][k] 20
        - 1.0/TAUB * (fBout[x][y][k] - Beq[k]); 21
    22
    k=1;fRout[x][y][k] = (fRout[x][y][k]*m[k] 23
        + Q_Aval*(rhoR/sumRho)*(m[k]/6.))/m[k]; 24
    k=2;fRout[x][y][k] = (fRout[x][y][k]*m[k] 25
        + Q_Aval*(rhoR/sumRho)*(m[k]/6.))/m[k]; 26
    k=8;fRout[x][y][k] = (fRout[x][y][k]*m[k] 27
        + Q_Aval*(rhoR/sumRho)*(m[k]/6.))/m[k]; 28
    29
} 30
31

```

---

Pour ce qui est de la formulation en débit, on ajoute aux fonctions de distribution sortantes une fraction du débit  $Q_{Aval}$  ou  $Q_{Amont}$ , cette fraction étant calculée suivant la formule 3.16.

De façon assez similaire, la condition aux bords par gradient de densité s'effectue en deux étapes. La première est la construction des profils de densité correspondant aux hauteurs d'eau désirées pour les deux biefs supposés hors du système mais en communication avec celui-ci par l'intermédiaire des vannes externes. Ces profils sont construits à partir d'un certain nombre de profils de densité pré-enregistrés : ces derniers sont classés par ordre de hauteur d'eau croissante, on choisit les deux profils dont les hauteurs d'eau "encadrent" la hauteur d'eau voulue, puis on définit ainsi un nouveau profil intermédiaire entre les deux. On calcule les densités de chaque fluide pour chaque position verticale possible, puis les fonctions de distributions à l'équilibre correspondantes. La démarche est semblable à celle que l'on utilise pour l'initialisation du réseau au début d'une simulation. Le code A.16 montre un exemple d'implémentation de cette technique, dans le cas de la vanne amont. La deuxième étape consiste à appliquer la condition aux sites voulus. Cette application est ici très simple : il suffit de recopier les valeurs des fonctions de distributions calculées à l'étape précédente vers les populations des sites de vanne correspondants, comme illustré par le code A.17.

### **A.3.7 Calcul du débit aux vannes**

Nous montrons dans le code A.18 comment est calculé le débit d'une vanne donnée. Pour cela, on reprend le code montré dans A.7 (étape de collision) en incluant les morceaux de code consacrés au calcul du débit. En effet, ce calcul implique d'effectuer la différence entre la masse transférée du bief vers les sites de vanne à une itération donnée, d'une part, et la masse transférée des sites de vanne vers le bief au cours de cette même itération, d'autre part. Or, la première quantité correspond à une somme de fonctions de distribution entrant sur les sites de vanne, avant collision, et la deuxième à une somme de fonctions de distributions quittant les sites de vanne, après collision. Ce calcul s'implémente donc plus

Listing A.16 – Condition par gradient de densité : calcul des fonctions de distribution à appliquer

---

```

// Calcul des fonctions de distribution à appliquer ,
// à partir d'un ensemble de profils de densités
// qui correspondent à différentes hauteurs d'eau.
// NB_LOADEDH : nombre de profils disponibles.
// Loaded_h[i] : hauteur d'eau du profil i.
// LoadedRhoR_h[i][h] : densité de fluide rouge du profil i ,
// pour la hauteur h.
// LoadedRhoB_h[i][h] : densité de fluide bleu du profil i ,
// pour la hauteur h.
// Note : les profils sont rangés en ordre croissant.
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
// Recherche des deux profils correspondants aux deux hauteurs
// d'eau les plus proches de la hauteur d'eau voulue, l'une étant inférieure,
// l'autre supérieure.
nbh1 = 0;
for (nbh1=0;nbh1<NB_LOADEDH;nbh1++) {
    nbh2 = nbh1+1;
    if ((Loaded_h[nbh1]<=HauteurAmont/Dr) && (Loaded_h[nbh2]>HauteurAmont/Dr)) break;
}

// Calcul des densités puis des fonctions de distributions.
for (y=1;y<OuvertureMAX;y++) {
    // Calcul des densités rhoR et rhoB ;
    // Elles ont des valeurs intermédiaires entre celles
    // du profil disponible "haut" et du profil disponible "bas".
    rhoR = LoadedRhoR_h[nbh1][y];
    rhoB = LoadedRhoB_h[nbh1][y];
    c_h2 = (HauteurAmont/Dr - Loaded_h[nbh1])/(Loaded_h[nbh2] - Loaded_h[nbh1]);
    rhoR = rhoR + c_h2*(LoadedRhoR_h[nbh2][y] - LoadedRhoR_h[nbh1][y]);
    rhoB = rhoB + c_h2*(LoadedRhoB_h[nbh2][y] - LoadedRhoB_h[nbh1][y]);

    // Calcul des fonctions de distribution d'équilibre correspondant aux rho calculés.
    RBeq_calc (rhoR, rhoB, 0.0, 0.0);
    for (k=0;k<=z;k++) {
        fR_UP[y][k] = Req[k];
        fB_UP[y][k] = Beq[k];
    }
}

```

---

Listing A.17 – Condition par gradient de densité : application des populations calculées

---

```

if (border[x][y] == VANNE_AMONT_dP) {
    for (k=0;k<=z;k++) fRout[x][y][k] = fR_UP[y][k];
    for (k=0;k<=z;k++) fBout[x][y][k] = fB_UP[y][k];
}

if (border[x][y] == VANNE_AVAL_dP) { // Downstream boundary.
    for (k=0;k<=z;k++) fRout[x][y][k] = fR_DOWN[y][k];
    for (k=0;k<=z;k++) fBout[x][y][k] = fB_DOWN[y][k];
}

```

---

Listing A.18 – Calcul du débit sur un site d'une vanne interne

```

Qin = 0.;
for (x=0;x<XM;x++) {
  for (y=0;y<YM;y++) {
    .
    .
    .
    if (border[x][y] == ORDINARY) {
      Jx = 0.; Jy = 0.;
      rhoR = RhoR[x][y];
      rhoB = RhoB[x][y];

      if (x == POSITION_VANNE) AddQin = fRin[x][y][4]*m[4]
        + fRin[x][y][5]*m[5] + fRin[x][y][6]*m[6];

      for (k=0;k<=z;k++) {
        if (k > 0) {
          Jx = Jx + m[k]*fRin[x][y][k]*vx[k]/TAU + m[k]*fB[x][y][k]*vx[k]/TAUB;
          Jy = Jy + m[k]*fRin[x][y][k]*vy[k]/TAU + m[k]*fB[x][y][k]*vy[k]/TAUB;
        }
      }
      rho = rhoR/TAU+rhoB/TAUB;
      if (rho>0.0) ux = Jx/rho; else ux=0.0;
      if (rho>0.0) uy = Jy/rho; else uy=0.0;
      .
      .
      .
      RBeq_calc (rhoR, rhoB, ux, uy);
      ForceCalc (x, y);
      for (k=0;k<=z;k++) fRout[x][y][k] = fRin[x][y][k]
        - 1.0/TAU * (fRin[x][y][k] - Req[k])
        + Dt/(v*v*C2) * (vx[k]*FRx + vy[k]*FRy);
      for (k=0;k<=z;k++) fBout[x][y][k] = fBin[x][y][k]
        - 1.0/TAUB * (fBin[x][y][k] - Beq[k])
        + Dt/(v*v*C2) * (vx[k]*FBx + vy[k]*FBy);

      if (x == POSITION_VANNE) AddQin = - AddQin
        + fRout[x][y][1]*m[1] + fRout[x][y][2]*m[2] + fRout[x][y][8]*m[8];
      if (x == POSITION_VANNE) Qin = Qin + AddQin;
    }
  }
}

```

naturellement au coeur de l'étape de collision.

## A.4 Implémentation de l'algorithme de sédimentation

L'algorithme de sédimentation présente une plus grande complexité que l'algorithme général. En effet, ses différentes composantes (transport, érosion, déposition, etc...) sont en pratique imbriquées les unes dans les autres. Le déroulement de l'algorithme peut être divisé en trois phases successives :

- Une phase préliminaire, où se trouvent implémentés les deux processus d'effondrement, ainsi que la constitution du dépôt solide initial lorsqu'il y a lieu.
- Une première boucle spatiale balayant l'ensemble du réseau, au cours de laquelle, pour chaque site, sont déterminées les populations de particules qui seront déplacées lors de la phase suivante : on assigne les particules libres déjà existantes aux différentes directions de propagation (implémentation de la première partie du processus de transport), et on détermine les particules gelées qui seront érodées, que l'on assigne également aux directions de propagation (implémentation du processus d'érosion). C'est aussi au cours de cette phase qu'a lieu la création éventuelle de particules à la vanne externe amont.
- Une deuxième boucle spatiale balayant l'ensemble du réseau, au cours de laquelle sont implémentés la seconde partie du processus de transport ainsi que le processus de déposition.

Un schéma de l'algorithme est montré dans la Fig A.8.

Les variables importantes dans l'algorithme de sédimentation sont :

- $nP[x][y]$  : tableau qui, pour chaque site, contient son nombre de particules libres.
- $nP_{fr}[x][y]$  : tableau, qui pour chaque site, contient son nombre de particules gelées.
- $nP_{mv}[x][y][k]$  : tableau, qui pour chaque site, et chaque direction de propagation, contient le nombre de particules libres destinées à être propagées dans la direction associée. Ce tableau est vide en début d'algorithme : les particules libres de  $nP[x][y]$  et  $nP_{fr}[x][y]$  y sont assignées au cours de la phase 1 de l'algorithme.
- $solid[x][y]$  : variable qui, pour chaque site, note son statut solide ou libre. Elle est mise à jour après la fin de l'algorithme de sédimentation proprement dit.

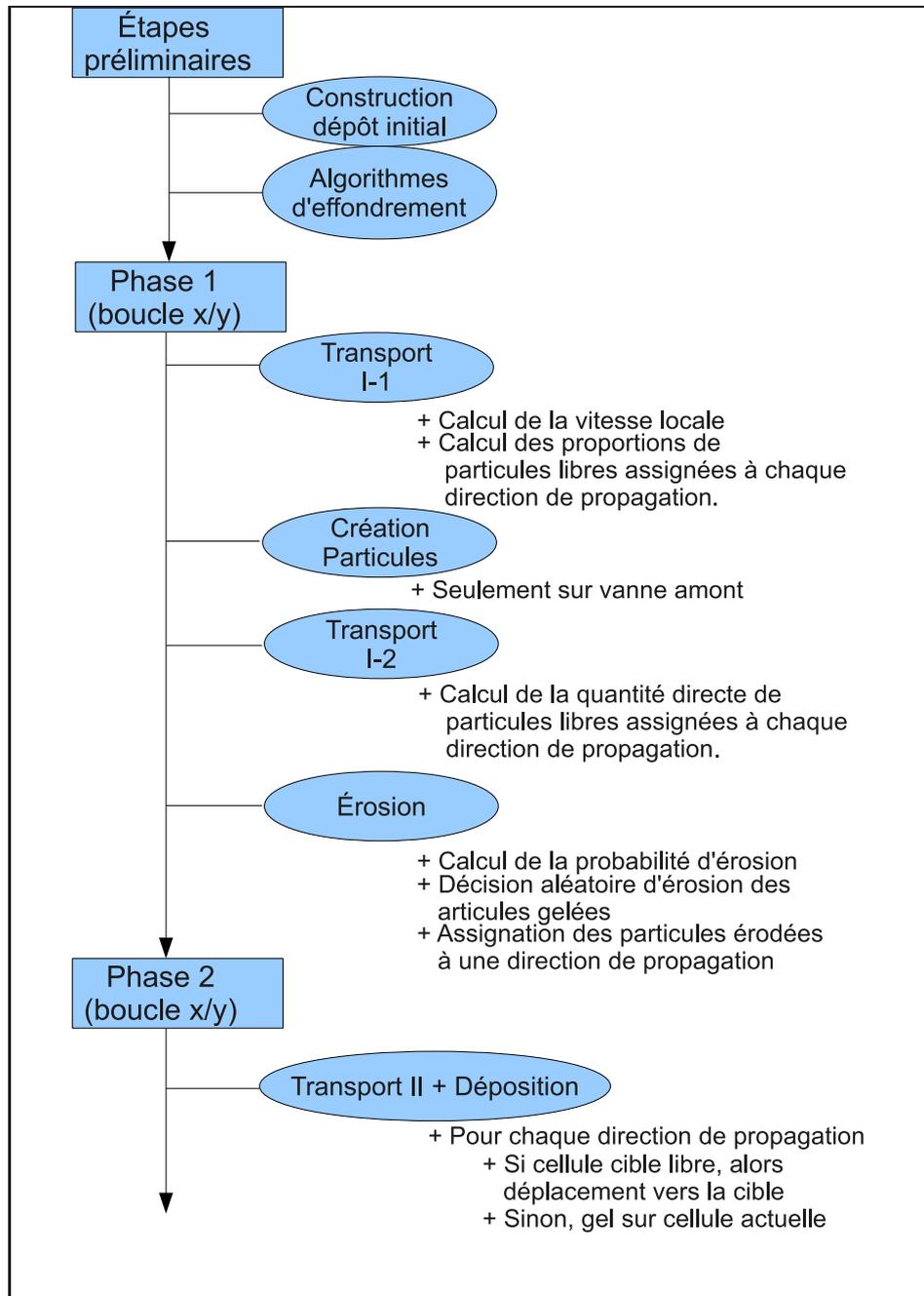


FIG. A.8 – Schéma de l'algorithme de sédimentation.

### Listing A.19 – Sédimentation : Dépôt initial

---

```
if ((t == T_START_SEDIM) && (CONST_INIT_SOL_USE == 1)) {
  for (x=CONST_INIT_SOL_XMIN; x<=CONST_INIT_SOL_XMAX; x++) {
    for (y=0; y<=CONST_INIT_SOL_H; y++){
      nP_fr[x][y] = CONST_Ns + 1;
      solid[x][y] = 1;
    }
  }
}
```

---

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8

#### A.4.1 Constitution du dépôt initial

Le code A.19 montre l'implémentation de ce processus. Il est simple et consiste essentiellement à créer un rectangle de sites solides à une position donnée du réseau.

#### A.4.2 Processus d'effondrement

L'implémentation des deux processus d'effondrement est montrée dans le code A.20. L'algorithme d'effondrement sur cellules inférieures est très simple et consiste à balayer le réseau du haut vers le bas pour transférer à chaque cellule les particules gelées excédentaires de son voisin supérieur. Dans l'algorithme d'effondrement sur les côtés, chaque site transfère au maximum une particule gelée à celui de ses voisins dont le nombre de particules gelées est le plus faible avec une certaine probabilité (bien sûr seulement si l'écart de particules est suffisamment élevé).

#### A.4.3 Processus de transport, phase I-1

L'implémentation de la première partie du processus de transport est donnée dans le code A.21. Cette partie de l'algorithme détermine dans un premier temps la vitesse locale de l'écoulement, puis en déduit les probabilités de déplacement des particules dans les différentes directions du réseau.

#### A.4.4 Processus de création des particules

Le code A.23 montre l'implémentation de la création de particules.

## Listing A.20 – Sédimentation : Effondrement

---

```

1  for (x=1;x<XM-1;x++) { // Effondrement sur cellules inférieures
2
3      for (y=YM;y>0;y--) {
4
5          nP_diff = nP_fr[x][y] - nP_fr[x][y-1];
6          if (nP_diff>0) {
7              nP_fr[x][y-1] = nP_fr[x][y-1] + nP_diff;
8              nP_fr[x][y] = nP_fr[x][y] - nP_diff;
9          }
10     }
11 }
12
13 for (x=0;x<XM;x++) { // Effondrement sur les cotes
14     for (y=YM;y>=0;y--) {
15         nP_fr_eff[x][y] = nP_fr[x][y];
16     }
17 }
18
19 for (x=1;x<XM-1;x++) { // Effondrement sur les cotes
20     for (y=YM;y>=0;y--) {
21
22         if (nP_fr[x-1][y] < nP_fr[x+1][y]) ii1 = -1;
23         if (nP_fr[x-1][y] > nP_fr[x+1][y]) ii1 = +1;
24         if (nP_fr[x-1][y] == nP_fr[x+1][y]) {
25             if (RANDNBR01 < 0.5) ii1 = -1;
26             else ii1 = +1;
27         }
28         nP_diff = nP_fr[x][y] - nP_fr[x+ii1][y];
29         if ((nP_diff >= CONST_dN) && (RANDNBR01 < CONST_P_eff)) {
30             nP_fr_eff[x+ii1][y] = nP_fr[x+ii1][y] + 1;
31             nP_fr_eff[x][y] = nP_fr[x][y] - 1;
32         }
33     }
34 }

```

---

### A.4.5 Processus de transport, phase I-2

Dans le code A.23 est donnée la suite de l'implémentation de la première phase du processus de transport. Au cours de celle-ci on "convertit" les probabilités de déplacement calculées précédemment en quantités de particules destinées à être déplacées dans chaque direction.

### A.4.6 Processus d'érosion

Le code A.24 montre l'implémentation du processus d'érosion. Cette implémentation consiste dans un premier temps à calculer la probabilité d'érosion, en fonction de la vitesse de l'écoulement. Cette probabilité est fixée à 1 si le site n'a aucun voisin solide. Dans un second temps, on décide de l'érosion ou non d'une particule et on assigne cette dernière à l'une des directions de propagation possibles pour les particules libres.

Listing A.21 – Sédimentation : Transport I-1

---

```

rhoR = RhoR[x][y]; rhoB = RhoB[x][y];
nP_mv[x][y][0] = nP[x][y];
for(k=1;k<=z;k++) nP_mv[x][y][k] = 0;
ux_loc = 0.;
uy_loc = 0.;
Jx = 0.; Jy = 0.;
for(k=0;k<=z;k++) {
    if (k > 0) {
        Jx = Jx + m[k]*fR[x][y][k]*vx[k]/TAU + m[k]*fB[x][y][k]*vx[k]/TAUB;
        Jy = Jy + m[k]*fR[x][y][k]*vy[k]/TAU + m[k]*fB[x][y][k]*vy[k]/TAUB;
    }
}
rho = rhoR/TAU+rhoB/TAUB;
if (ro>0.0) ux_loc = Jx/ro; else ux_loc=0.0;
if (ro>0.0) uy_loc = Jy/ro; else uy_loc=0.0;
if (rhoR > rhoB)
    {wx = ux_loc;wy = uy_loc + u_fall;}
else
    {wx = 0.0;wy = CONST_UFALL_AIR;}
sum_wx = sum_wx + wx;

for(k=1;k<=z;k++) {
    p[k] = (CONST_Ts)*(wx*Cx[k]+wy*Cy[k])/(Cx[k]*Cx[k]+Cy[k]*Cy[k]);
    i = x + Cx[k];
    j = y + Cy[k];
    if ((j<YM) && (j>=0)) {
        if (solid[i][j]) {
            if (solid[x][y] || ((x<CONST_XMINSEDIM) || (x>CONST_XMAXSEDIM)))
                p[k]=0.;
            else p[k] = (CONST_P_sol2)*(wx*Cx[k]+wy*Cy[k])
                /(Cx[k]*Cx[k]+Cy[k]*Cy[k]);
        }
    }
    else p[k] = (CONST_P_sol2)*(wx*Cx[k]+wy*Cy[k])
        /(Cx[k]*Cx[k]+Cy[k]*Cy[k]);
    if(p[k]<0.) p[k]=0.;
}
sump = 0; for(k=1;k<=z;k++) {sump = sump + p[k];}
if (sump > 1.) for(k=1;k<=z;k++) {p[k] = p[k]/sump;}
sump = 0; for(k=1;k<=z;k++) {sump = sump + p[k];}
p[0] = 1.; for(k=1;k<=z;k++) {p[0] = p[0] - p[k];}

```

---

Listing A.22 – Sédimentation : Création particules

---

```

switch(border[x][y]) {
    .
    .
    .
    case VANNE AMONT:
        if ((RANDNBR01 < CONST_Pcrea) && (y <=5) && (y>=2)) {
            nP_mv[x][y][0] = nP_mv[x][y][0] + CONST_NBcrea;
        }
    .
    .
    .
}

```

---

Listing A.23 – Sédimentation : Transport I-2

---

```

for(k=1;k<=z;k++) { // Particules assignées par proportion...
    nP_mv[x][y][k] = nP_mv[x][y][k] + (int)(p[k]*((double)nP[x][y]));
    nP_mv[x][y][0] = nP_mv[x][y][0] - (int)(p[k]*((double)nP[x][y]));
}
nP[x][y] = 0;

```

---

## Listing A.24 – Sédimentation : Érosion

---

```

Pe = 0; nombre_voisins_sol = 0;
for (k=1; k<=z; k++) {
  xx = (int)(x+Cx[k]); yy = (int)(y+Cy[k]);
  if (!(xx<0 || (xx>XM-1) || (yy<0) || (yy>YM-1))) {
    if (solid[xx][yy] == 0) {
      Jx = 0.; Jy = 0.;
      for (kk=1; kk<=z; kk++) {
        Jx = Jx + m[kk]*fR[xx][yy][kk]*vx[kk]/TAU
              + m[kk]*fB[xx][yy][kk]*vx[kk]/TAUB;
        Jy = Jy + m[kk]*fR[xx][yy][kk]*vy[kk]/TAU
              + m[kk]*fB[xx][yy][kk]*vy[kk]/TAUB;
      }
      Jx = sqrt(Jx*Jx+Jy*Jy);
      if (Jx >= CONST_Ue) Pe = Pe + pow(Jx - CONST_Ue, CONST_Pe_Exp)*CONST_Pe;
    } else nombre_voisins_sol = 1;
  }
}
if (nombre_voisins_sol == 0) Pe = 1;
for (ll=1; ll<=nP_fr[x][y]; ll++) {
  switch(border[x][y]) {
    .
    .
    .
    case ORDINARY :
      if (RANDNBR01 < Pe) {
        mvx = 0; mvy = 0;
        rnd = (RANDNBR01);
        for (k=1; k<=z; k++) {
          if (rnd < p[k]) {
            mvx = ((int)Cx[k]); mvy = ((int)Cy[k]);
            break;
          }
          else rnd = rnd - p[k];
        }
        nP_fr[x][y] = nP_fr[x][y] - 1;
        nP_mv[x][y][GetDir(mvx, mvy)] = nP_mv[x][y][GetDir(mvx, mvy)] + 1;
      }
      break;
    .
    .
    .
  }
}

```

---

## Listing A.25 – Sédimentation : Transport II et Déposition

---

```

// Propagation & solidification
switch(border[x][y]) {
.
.
.
case ORDINARY :
nP[x][y] = nP[x][y] + nP_mv[x][y][0];
for(k=1;k<=z;k++) {
if (solid[(int)(x+Cx[k])][(int)(y+Cy[k])] == 1) {
if (t < T_START_DEPOS) {
nP[x][y] = nP[x][y] + nP_mv[x][y][k];
nP_mv[x][y][k] = 0;
}
if (nP_fr[(int)(x+Cx[k])][(int)(y+Cy[k])] > CONST_Ns_2) {
if (nP_fr[x][y] <= CONST_Ns_2) nP_fr[x][y] = nP_fr[x][y]
+ nP_mv[x][y][k];
else nP[x][y] = nP[x][y] + nP_mv[x][y][k];
}
else nP_fr[(int)(x+Cx[k])][(int)(y+Cy[k])] =
nP_fr[(int)(x+Cx[k])][(int)(y+Cy[k])]
+ nP_mv[x][y][k];
}
else {
nP[(int)(x+Cx[k])][(int)(y+Cy[k])] = nP[(int)(x+Cx[k])][(int)(y+Cy[k])]
+ nP_mv[x][y][k];
}
nP_mv[x][y][k] = 0;
}
nP_mv[x][y][0] = 0;
break;
.
.
.
}

```

---

### A.4.7 Processus de déposition et transport, phase II

La dernière phase de l'algorithme est donnée dans le code A.25. On y implémente le processus de déposition et la dernière partie du processus de transport. En effet, ces deux aspects de l'algorithme sont étroitement imbriqués : pour chaque direction de propagation possible, le processus de propagation implique de vérifier le statut solide ou libre de la cellule cible, et détermine en fonction de cela si on aura propagation vers la cible, ou gel (déposition) des particules sur le site courant.

# Bibliographie

- [1] Cauvin A. and H. Guerree. *Éléments d'hydraulique*. Eyrolles, 1978.
- [2] Garcia A., Hubbard M., and De Vries J. Open channel transient flow control by discrete time lqr methods. *Automatica*, 28, no 2 :255–264, 1992.
- [3] Khaladi A. *Gestion automatique des transferts d'eau en réseaux hydrauliques maillés à surface libre ; Application au réseau des Wateringues*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, CEMAGREF, 1992.
- [4] N. Ammor, S. El Yacoubi, and A. El Jai. Contrôlabilité régionale par automates cellulaires. In *7ème journées internationales d'analyse numérique et optimisation, 17-19 avril, Tanger, Maroc, 2002*.
- [5] M. Amouroux, A. El Jai, and E. Zerrik. Regional observability of distributed systems. *International Journal of systems science*, 23(2), 1993.
- [6] Tomicic B. A general optimization module for real-time control of surface water resources. Master's thesis, The International Institute for Hydraulic and Environmental Engineering, Delft University, 1989.
- [7] J.-P. Baume and J. Sau. Study of irrigation canal dynamics for control purpose. In *International Workshop on the Regulation of Irrigation Canals : State of the Art of Research and Applications, RIC97, Marrakech, Morocco*, volume April 22-24, pages 3–12, 1997.
- [8] J.-P. Baume, J. Sau, and P.-O. Malaterre. Modeling of irrigation channel dynamics for controller design. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC'98), San Diego, California*, volume October 11-14, pages 3856–3861, 1998.

- [9] P. Bhatnager, E. Gross, and M. Krook. A model for collision process in gases. *Phys. Rev.*, 94, 511, 1954.
- [10] A.-P. Bouillot. Application of the fuzzy set theory to the control of a large canal. In *Journées Hispano-Francaises : Systèmes intelligents et contrôle avancé, Barcelona, Spain*, volume October, page 25. ASCE - AFEID Meeting, Aix-en-Provence, France, 1994.
- [11] H. Bounit, H. Hammouri, and J. Sau. Regulation of an irrigation canal through the semigroup approach. In *International Workshop on the Regulation of Irrigation Canals : State of the Art of Research and Applications, RIC97, Marrakech, Morocco*, volume April 22-24, pages 261–267, 1997.
- [12] V. Ruiz Carmona and J. Ramirez Luna. Predictive control in irrigation canal operation. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC'98), San Diego, California*, volume October 11-14, pages 3897–3901, 1998.
- [13] E. Caron, B. Chopard, P. Combes, and F. Desprez. Relaxing synchronization in a parallel systemc kernel. In *ISPA 2008, Sydney*, 2008.
- [14] S. Chaussinand. Comparaison de lois de commande pour la gestion d'un micro-canal. Master's thesis, Automatique et Productique INPG, 2003.
- [15] S. Chen, D. Martinez, , and R. Mei. On boundary conditions in lattice boltzmann methods. *Phys. Fluids*, 8(9) :2527–2536, 1996.
- [16] B. Chopard and M. Droz. *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models : an Introduction*. Cambridge University Press, 1998.
- [17] B. Chopard and D. Lagrava. A cellular automata model for species competition and evolution. In *ACRI 2006*, number LNCS 4173, pages 227–286. Springer, 2006.
- [18] B. Chopard, P. Luthi, A. Masselot, and A. Dupuis. Cellular automata and lattice boltzmann techniques : An approach to model and simulate complex systems. *Advances in Complex Systems*, 5-2 :103–242, 2002.
- [19] B. Chopard, A. Masselot, and A. Dupuis. A lattice gas model for erosion and particle transport in a fluid. In *LGA'99 conference, Tokyo*, volume 129, pages 167 – 176, 2000.

- [20] B. Chopard, R. Ouared, A. Deutsch, H. Hatzikirou, and D. Wolf-Gladrow. Lattice-gas cellular automaton models for biology : from fluids to cells. In *ECMTB conference, Edinburgh, July, 2008*. In press.
- [21] V. T. Chow. *Open channel hydraulics*. Mc Graw Hill, New York, 1985.
- [22] P. Combes, B. Chopard, and J. Zory. A conservative approach to systemic parallelization. In Alexandrov V.N., van Albada G.D., and Sloot P.M.A. and Dongarra J.J., editors, *ICCS 2006, Reading*, number LNCS 3994, pages 653–660. Springer, 2006.
- [23] J. H. Conway. *Game of life*, 1976.
- [24] J.M. Coron, B. d’Andréa Novel, and G. Bastin. A lyapunov approach to control irrigation canals modeled by saint-venant equations. In *Proceedings of the European Control Conference ECC’99, Karlsruhe, Germany*, pages 3856–3861, 1999.
- [25] G. Corrigan, A. Giua, and G. Usai. Petri net modeling of irrigation canal networks. In *International Workshop on the Regulation of Irrigation Canals : State of the Art of Research and Applications, RIC97*, volume April 22-24, pages 39–48, 1997.
- [26] G. Degoutte. *Diagnostic, aménagement et gestion des rivières*. Tec & Doc Lavoisier, 2006.
- [27] J.-L. Deltour. *Application de l’automatique numérique à la régulation des canaux ; Proposition d’une méthodologie d’étude*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1992.
- [28] S. Duchesne, A. Mailhot, E. Dequidt, , and J.P. Villeneuve. Mathematical modeling of sewers under surcharge for real time control of combined sewer overflows. *Urban Water 3 (4)*, pages 241–252, 2001.
- [29] A. Dupuis. *From a Lattice Boltzmann model to a parallel and reusable implementation of a virtual river*. PhD thesis, University of Geneva, Switzerland, 2002.
- [30] A. Dupuis and B. Chopard. Lattice gas modeling of scour formation under submarine pipelines. *Journal of Mathematical Physics*, 178(1) :161 – 174, 2002.

- [31] A. Dupuis and B. Chopard. Lattice gas simulation of sediments flow under submarine pipeline with spoilers. In *The 4th international conference on HydroInformatics, Cedar Rapids, USA*, 2002.
- [32] O’Loughlin E. Application of unsteady flow analysis to operation decisions in long aqueducts. In *VIIIth ICID Congress, Bulgaria*, volume R. 16, Q. 28-2, 1972.
- [33] Liu F., Feyen J., and Berlamont J. Computation method for regulating unsteady flow in open channels, journal of irrigation and drainage engineering. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 118, no 10 :674–689, 1992.
- [34] Sanders B. F. and Katopedes N. D. Control of canal flow by adjoint sensitivity method. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 125, no 5 :287–297, 1999.
- [35] J.B. Frandsen. A simple lbe wave runup model. *International journal of Computational Fluid Dynamics*, 20, no 6 :427–437, 2006.
- [36] U. Frisch, D. d Humières, B. Hasslacher, P. Lallemand, Y. Pomeau, and J.-P. Rivet. Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions. *Complex Systems*, 1(4) :649–707, 1987.
- [37] U. Frisch, B. Hasslacher, , and Y. Pommeau. Lattice-gas automata for the navier-stokes equations. *Phys. Rev. Lett.*, 56(14) :1505–1508, 1986.
- [38] Chevereau G. *Contribution à l’étude de la régulation dans les systèmes hydrauliques à surface libre*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1991.
- [39] Corriga G., Sanna S., and Usai G. Sub-optimal constant-volume control for open channel networks. *Appl. Math. Modelling*, 7 :262–267, 1983.
- [40] D. Georges, J.-F. Dulhoste, and G. Besançon. Modelling and control of water flow dynamics via a collocation method. In *Fourteenth International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, MTNS 2000*, 2000.
- [41] J. F. Gerbeau and B. Perthame. Derivation of viscous saint-venant system for laminar shallow water; numerical validation. *Discrete and continuous dynamical systems - series B*, Vol 1 :89–102, 2001.

- [42] Irina Ginzburg and Konrad Steiner. Lattice boltzmann model for free-surface flow and its application to filling process in casting. *Journal of Comp. Physics*, 185 :61–99, 2003.
- [43] W.H. Graf. *Hydraulique fluviale, Collection traité de genie civil*. Presses polytechniques et universitaire romandes, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 1993.
- [44] Falvey H. Philosophy and implementation of gate stroking. In *ASCE Portland, Zimbelman D.D. (ed.)*, 1987.
- [45] B. Hamroun, L. Lefèvre, and E. Mendes. Port-based modelling for open channel irrigation systems. *Transactions on Fluid Mechanics*, 1-12 :995–1009, 2006.
- [46] B. Hamroun, L. Lefèvre, and E. Mendes. Port-based modelling and geometric reduction for open channel irrigation systems. In *Proc. of the 46th. IEEE Int. Conf. on Decision and Control CDC, New Orleans, USA*, pages 1578–1583, 2007.
- [47] B. Hamroun, L. Lefevre, and E. Mendes. Passivity based control of a reduced port-controlled hamiltonian model for the shallow water equations. In *submitted for the 47th. IEEE Int. Conf. on Decision and Control CDC 2008, Cancun, Mexico.*, 2008.
- [48] J. Hardy, O. de Pazzis, , and Y. Pomeau. Molecular dynamics of a classical lattice gas : Transport properties and time correlation functions. *Phys. Rev. A*, 13(5) :1949–1961, 1976.
- [49] J. Hardy and Y. Pomeau. Thermodynamics and hydrodynamics for a modeled fluid. *Journal of Mathematical Physics*, 13(7) :1042–1051, 1972.
- [50] J. Hardy, Y. Pomeau, and O. de Pazzis. Time evolution of a two-dimensional classical lattice system. *Phys. Rev. Lett.*, 31 :276, 1973.
- [51] J. Hardy, Y. Pomeau, and O. de Pazzis. Time evolution of a two-dimensional model system. i. invariant states and time correlation functions. *Journal of Mathematical Physics*, 31 :1746–1759, 1973.
- [52] X. He and L.-S. Luo. Lattice boltzmann model for the incompressible navier-stokes equation. *Journal of Statistical Physics*, 88 :927–944, 1997.

- [53] X. He and Q. Zou. Analysis and boundary condition of the lattice boltzmann bgk model with two velocities components. *Los Alamos preprint, LA-UR-95-2293*, 1995.
- [54] X. He and Q. Zou. Analysis and boundary condition of the lattice boltzmann bgk model with two velocities components. *Cellular Automata and Lattice Gases, abstract comp-gas/9508001*, 1995.
- [55] M. Hirabayashi, M. Ohta, J. Lätt, A. Dupuis, D. A. Rüfenacht, and B. Chopard. Lattice boltzmann analysis of the flow reduction mechanism in stented cerebral aneurysms for the endovascular treatment. In *COME workshop, Sept., 2002*.
- [56] M. Hirabayashi, M. Ohta, Daniel A. Rüfenacht, and B. Chopard. Computational studies on characteristic fluid behavior in the stented cerebral aneurysm. In *APS meeting Pittsburg. March 18, 2009*.
- [57] C. Huber, A. Parmigiani, B. Chopard, M. Manga, and O. Bachmann. Lattice boltzmann model for maelting with natural convection. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, pages 1469–1480, 2008.
- [58] A. Ilachinski. *Cellular Automata : a discrete universe*. World Scientific Publishing, 2001.
- [59] T. Inamouro, M. Yoshino, and F. Ogino. A non-slip boundary condition for lattice boltzmann simulations. *Phys. Fluids*, 7(12) :2928–2930, 1995.
- [60] De Halleux J., Bastin G., D Andrea-Novel B., and Coron J.-M. A lyapunov approach for the control of multi-reach channels modelled by saint venant equations. In *CD-Rom IFAC NOLCOS 01 Conference, St Petersburg*, volume July, pages 1515–1520, 2001.
- [61] Reddy J., Dia A., and Oussou A. Design of control algorithm for operation of irrigation canals. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 118, no 6 :852–867, 1992.
- [62] A. El Jai and L. Afifi. Observabilité des systèmes distribués discrets dans un tube. *Moroccan Journal of Control Computer Science and Signal Processing*, 4, 1994.
- [63] A. El Jai, A. El Alami, and A. El Jai. Comment observer l’état d’un système parabolique. *Revue RAIRO. Systems analysis and control*, 17(4) :323–338, 1984.

- [64] A. El Jai and A. Belfekih. Exacte contrôlabilité et contrôle optimal des systèmes paraboliques. *Revue APII. Control/Systems Analysis*, 24 :357–376, 1990.
- [65] A. El Jai, M. Fournier, K. Kassara, and B. Noumare. Vegetation dynamics : A deterministic modelling approach using spreadability concept. *Theoretical and Applied Climatology Journal*, 52 :241–249, 1995.
- [66] A. El Jai and K. Kassara. Spreadable distributed systems. *Mathematical and Computer Modelling*, 20 :47–64, 1994.
- [67] A. El Jai, A.J. Pritchard, M. C. Simon, and E. Zerrik. Regional controllability of distributed systems. *International Journal of Control*, 62(6) :1351–1365, 1995.
- [68] A. El Jai, E. Zerrik, M. C. Simon, and M. Amouroux. Regional observation of a thermal process. *I.E.E.E transactions on Automatic Control*, 40(3), 1995.
- [69] Zhou J.G. *Lattice Boltzmann Methods for shallow water flows*. Springer, 2004.
- [70] M. Junk, A. Klar, and L.-S. Luo. Symptotic analysis of the lattice boltzmann equation. *Journal of Computational Physics*, 210-2, 2005.
- [71] P. Kosuth. *Techniques de régulation automatique des systèmes complexes : application aux systèmes hydrauliques à surface libre*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse - CEMAGREF - LAAS CNRS, 1994.
- [72] C. Körner, T. Pohl, U. Rüde, N. Thürey, and T. Hofmann. Lattice boltzmann methods with free surfaces and their application in material technology. Technical report, FRIEDRICH-ALEXANDER-UNIVERSITÄT ERLANGEN-NURNBERG -INSTITUT FÜR INFORMATIK (MATHEMATISCHE MASCHINEN UND DATENVERARBEITUNG), 2004.
- [73] C. Körner, M. Thies, T. Hofmann, N. Thürey, and U. Rüde. Lattice boltzmann model for free surface flow for modeling foaming. *Journal of Statistical Physics*, Nos. 1/2, 121, no 1/2, 2005.
- [74] Jonas Lätt. *Hydrodynamic Limit of Lattice Boltzmann equations*. PhD thesis, University of Geneva, Switzerland, 2007.

- [75] X. Litrico, V. Fromion, J.P. Baume, , and P.O. Malaterre. Modélisation et commande robuste de systèmes hydrauliques à surface libre : Application aux rivières et canaux d'irrigation. In *Journées Automatique et Environnement*, 2000.
- [76] X. Litrico, V. Fromion, J.P. Baume, and M. Rijo. Infinite dimensional modelling of open-channel hydraulic systems for control purpose. In *41st IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, Nevada*, volume December, 2002.
- [77] X. Litrico, V. Fromion, J.P. Baume, and M. Rijo. Modelling and pi-controller design for an irrigation canal. In *European Control Conference, Cambridge, UK*, 2003.
- [78] X. Litrico, P.-O. Malaterre, D. Georges, and J.-L. Trouvat. Commande optimale d'un système barrage - rivière avec points de mesure intermédiaires. In *Colloque SHF, 25èmes Journées de l'Hydraulique, 15-17 Sept. 1998, Chambéry*, volume Septembre, 1998.
- [79] F. Liu, J. Feyen, and J. Berlamont. Downstream control algorithm for irrigation canals. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 120, no 3 :468–483, 1994.
- [80] J. Lätt and B. Chopard. Vladymir - a c++ matrix library for data-parallel applications. *Future Generation Computer Systems*, 20 :1023–1039, 2004.
- [81] J. Lätt and B. Chopard. An implicitly parallel object-oriented matrix library and its application to medical physics. *Advances in Computation : Theory and Practice*, 16 :117–131, 2005.
- [82] Hubbard M. and De Vries J. and Balogun O. Feedback control of open channel flow with guaranteed stability. *AIRH Congress, Lausanne*, pages 408–413, 1987.
- [83] Sabet M., Coe J., Ramirez H., and Ford D. Optimal operation of california aqueduct. *Journal of Water Ressources Planning and Management*, 111, no 2 :222–237, 1985.
- [84] Schaalze M. and Manz D. Ann controller, 1993. Personal communication.
- [85] Chen M.-L. *Commandes optimale et robuste des equations aux dérivées partielles régissant le comportement des systèmes hydrauliques à surface libre*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.

- [86] M. A. Mahmood and V. Yevjevich. *Unsteady Flow in Open Channels*, volume Vol 1, 2 of *Water Ressources Publications*. Fort Collins USA, 1975.
- [87] R. Maier, R. Bernard, and D. Grunau. Boundary conditions for the lattice boltzmann method. *Phys. Fluids*, 8(7) :1788–1801, 1996.
- [88] P.-O. Malaterre. *Modélisation, analyse et commande optimale LQR d'un canal d'irrigation*. PhD thesis, LAAS-CNRS-ENGREF-Cemagref, 1994.
- [89] P.-O. Malaterre and J.-P. Baume. Modeling and regulation of irrigation canal : existing applications and on-going researches. In *IEEE Int. Conference on Systems, Man & Cybernetics (SMC98), San Diego, California*, pages 3850–3855, 1998.
- [90] P.O. Malaterre. Le contrôle automatique des canaux d'irrigation : Etat de l'art et perspectives. In *Colloque Automatique et Agronomie, Montpellier*, 2003.
- [91] S. Marconi and B. Chopard. Discrete physics, cellular automata and cryptography. In *ACRI 2006*, number LNCS 4173, pages 617–626. Springer, 2006.
- [92] O. Marcou, S. El Yacoubi, and B. Chopard. A bi-fluid lattice boltzmann model for water flow in an irrigation channel. In *ACRI 2006 Proceedings.*, pages 373–382. Springer, 2006.
- [93] Olivier Marcou, B. Chopard, and S. El Yacoubi. Modeling of irrigation canals : a comparative study. *Int. J. Mod. Phys. C*, 18 (4) :739–748, 2007.
- [94] V. Dos Santos Martins. *Contrôle Frontière par Modèle Interne de Systèmes Hyperboliques : Application à la Régulation de Canaux d'Irrigation*. PhD thesis, Université d'Orléans, 2004.
- [95] N. S. Martys and H. Chen. Simulation of multi-components fluids in complex three-dimensional geometries by the lattice boltzmann method. *Phys. Review E*, 53(1), 1996.
- [96] A. Masselot and B. Chopard. A lattice boltzmann model for transport and deposition. *Europhysics letters*, 100(6), 1998.
- [97] Balogun O., Hubbard M., and De Vries J. Automatic control of canal flow using linear quadratic regulator theory. *Journal of Hydraulic Engineering*, 114, no 1 :75–102, 1988.

- [98] R. Ouared, B. Chopard, and D. Rüfenacht. Thrombosis engineering in intracranial aneurysms using a lattice boltzmann numerical method. *Medical Physics and Biomedical Engineering World Congress WC2009, Munich Sept 7-12, 2009*.
- [99] Pognat-Gros P. Modélisation et commande h infini d'un canal d'irrigation. Master's thesis, Laboratoire d'Automatique et de Commande des Processus de l'ISMRA, INRA Biométrie, Cemagref, 1999.
- [100] Malaterre P.-O. Pilote : linear quadratic optimal controller for irrigation canals. *ASCE Journal of irrigation and drainage engineering*, 124, no 4 :187–194, 1998.
- [101] Malaterre P.-O. and Rodellar J. Multivariable predictive control of irrigation canals. design and evaluation on a 2-pool model. In *International Workshop on the Regulation of Irrigation Canals : State of the Art of Research and Applications, RIC97, Marrakech, Morocco*, volume April 22-24, pages 230–238, 1997.
- [102] Malaterre P.-O. and Khammash M. controller design for a high-order 5-pool irrigation canal system. In *IEEE-CDC conference, in Sydney, Australia*, volume December, 2000.
- [103] J. Pages, J. Compas, and J. Sau. Mimo predictive control with constraints by using an embedded knowledge based model. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC'98), San Diego, California*, volume October 11-14, pages 3902–3907, 1998.
- [104] A. Parmigiani, J. Lätt B. Chopard, C. Huber, and O. Bachmann. Application of the multi distribution function lattice boltzmann approach to thermal flows. *European Physical Journal*, 171 :37–43, 2009.
- [105] N. Petit and P. Rouchon. Dynamics and solution to some control problems for water-tanks systems. In *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47, 4, 2002.
- [106] A. Piquereau, H. Tardieu, J. Verdier, and A. Villocel. Réduction des pertes en eau par l'automatisation de la gestion d'un barrage réalimentant une rivière en vue de l'irrigation. In *XIIème congrès de la CIID*, volume Question 38, Chap 1, Paragraphe 5, page 16, 1997.

- [107] Y. Qian, D. d’Humières, and P. Lallemand. Lattice bgk models for navier-stokes equations. *Europhys. Lett.*, 17(6) :470–84, 1992.
- [108] J.M. Reddy. Kalman filtering in the control of irrigation canals. *Appl. Math. Modelling* 19, 1995.
- [109] J. Rodellar, M. Gomez, and L. Bonet. Control method for on-demand operation of open-channel flow. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 119, no 2 :225–241, 1993.
- [110] D. Rogers, D. Ehler, H. Falvey, E. Serfozo, P. Voorheis, R. Johansen, R. Arrington, and L. Rossi. Canal systems automation manual. Technical report, U.S. Department of Interior, Bureau of Reclamation, 1995.
- [111] F. Sanfilippo. *Application de l’automatique multivariable à la régulation des canaux. Comparaison avec une approche monovariable*. PhD thesis, Université Claude Bernard-Lyon 1, 1997.
- [112] F. Sanfilippo and J.L. Deltour. Application of automation to canal control : Comparison between a monovariable and multivariable approach, 1995.
- [113] S. Sawadogo. *Modélisation, commande prédictive et supervision d’un système d’irrigation*. PhD thesis, LAAS-CNRS Toulouse, 1992.
- [114] J. Schuurmans. *Control of water levels in open-channels*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1997.
- [115] J. Schuurmans, O. Bosgra, and R. Broumer. Open-channel flow model approximation for controller design. *Applied Mathematical Modelling*, 19 :525–530, 1995.
- [116] C. Seatzu. Decentralized controllers design for open-channel hydraulic systems via eigenstructure assignment. *Applied Mathematical Modelling*, 12 :915–930, 2000.
- [117] X. Shan and H. Chen. Lattice boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components. *Phys. Review E*, 47, no 3, 1993.
- [118] X. Shan and H. Chen. Simulation of nonideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice boltzmann equation. *Phys. Review*, 49, no 4, 1994.

- [119] M. Shand. *Automatic downstream control systems for irrigation canals*. PhD thesis, University of California, Berkeley, 1971.
- [120] R. Slimi. *Modélisation et simulation de phénomènes étalables par Automates Cellulaires*. PhD thesis, Université de Perpignan, France, 2008.
- [121] B. Stringam and G. Merkley. Field application of a fuzzy controller for an irrigation canal in roosevelt utah. In *International Work shop on the Regulation of Irrigation Canals : State of the Art of Research and Applications, RIC97*, volume April 22-24, pages 349–354, 1997.
- [122] B. Stringam and G. Merkley. Fuzzy controller simulation for local downstream water level control in canals. In *International Workshop on the Regulation of Irrigation Canals : State of the Art of Research and Applications, RIC97*, volume April 22-24, pages 342–348, 1997.
- [123] Sauro Succi. *The Lattice Boltzmann Equation, For Fluid Dynamics and Beyond*. Oxford University Press, 2001.
- [124] T. Toffoli. *Cellular automata mechanics*. PhD thesis, University of Michigan, 1977.
- [125] T. Toffoli. Computation and construction universality of reversible cellular automata. *J. Comput. Syst. Sci.*, 15(2) :213–231, 1977.
- [126] T. Toffoli. Cellular automata as an alternative to (rather than an approximation of) differential equations in modeling physics. *Physica D*, 10 :117–127, 1984.
- [127] A. Toudeft. Neural control of nonlinear non-minimum phase dynamical systems. In *International Conference on Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms, Alès, France*, volume May 18-21, 1995.
- [128] A. Toudeft. Combining neural and adaptive controllers for a non-minimum phase varying time delay system. In *Journées Hispano-Francaises : Systèmes intelligents et contrôle avancé, Barcelona, Spain*, volume November 12-13. Université Polytechnique de Catalogne, 1996.
- [129] Y. Touré and L. Jossierand. An extension of imc to boundary control of distributed parameter systems. In *IEEE SMC-CCS 3*, pages 2426–2431, 1997.

- [130] K. Tsunematsu, J.-L. Falcone, C. Bonadonna, and B. Chopard. Applying a cellular automata method for the study of transport and deposition of volcanic particles. In H. Umeo et al, editor, *ACRI 2008*, number LNCS 5191, pages 393–400. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [131] D. Ucinski and A. El Jai. On weak spreadability of dps and its achievement via lq control techniques. *IMA Journal on Control and Information Science*, 14 :1–22, 1997.
- [132] Dos Santos V. and Touré Y. Sur la régulation des canaux d’irrigation : Commande par modèle interne et equations aux dérivées partielles, 2003. Journée : Le Capteur à Travers la Région Centre, Bourges.
- [133] Dos Santos V., Touré Y., Mendes E., and Courtial E. Multivariable internal model boundary control approach of multi-reach irrigation canal. In *PRAHA’05, IFAC 16th World Congress, Prague, Czech Republic*, 2005.
- [134] Filipovic V. and Milosevic Z. Dyn2 method for optimal control of water flow in open channels. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 115, no 6 :973–981, 1989.
- [135] G. Vichniac. Simulating physics with cellular automata. *Physica D*, 10 :95–115, 1984.
- [136] von Neumann J. The general and logical theory of automata, 1948. Delivered at the Hixon Symposium, September 1948 ; first published 1951 in L. A. Jeffress (Ed.), *Cerebral mechanisms in behavior* ( 1-41). New York : Wiley.
- [137] von Neumann J. Theory and organization of complicated automata., 1949. Based on transcripts of lectures delivered at the University of Illinois in December 1949. Edited for publication by A. W. Burks.
- [138] von Neumann J. and Burks A. W. *Theory of Self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press, Urbana, IL, USA, 1966. Von Neumann’s work on self-reproducing automata, completed and edited after his death by Arthur Burks. Also includes transcripts of von Neumann’s 1949 University of Illinois lectures on the Theory and Organization of Complicated Automata.
- [139] B. Voron and A.-P. Bouillot. Application of the fuzzy set theory to the control of a large canal. In *International Workshop on the Regulation of Irrigation Canals : State*

- of the Art of Research and Applications, RIC97, volume April 22-24, pages 317–331, 1997.
- [140] Dieter A. Wolf-Gladrow. *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models : An Introduction*. Lecture Notes in Mathematics. Springer, 2000.
- [141] S. Wolfram. Universality and complexity in cellular automata. *Physica D*, 10 :1–35, 1984.
- [142] Litrico X. *Modélisation, identification et commande robuste de systèmes hydrauliques à surface libre*. PhD thesis, ENGREF - Cemagref, 1999.
- [143] Litrico X., Georges D., and Trouvat J.-L. Modelling and robust control of a dam-river system. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC'98), San Diego, California*, volume 4, pages 3862–3867, 1998.
- [144] C. Xu and G. Allet. Proportional and integral regulation of irrigation canal systems governed by the st venant equation. In *14th Triennial World Congress, IFAC 99, Beijing, China*, volume E-2c-10-2, pages 147–152, 1999.
- [145] C.Z. Xu and H. Jerbi. A robust pi-controller for infinite dimensional systems. *Int. J. Contr.*, 1995.
- [146] Touré Y. and Dos Santos V. La théorie des perturbations au service du contrôle frontière par modèle interne, 2004. Journée EDP, GDR ISIS & MACS, Paris.
- [147] Touré Y., Dos Santos V., Josserand L., and Dufour P. Internal model boundary control, 2003. Journée bilan, Valence.
- [148] S. El Yacoubi. A mathematical method for control problems on cellular automata models. *International Journal of Systems Sciences*, 39(5) :529–538, 2008.
- [149] S. El Yacoubi, P. Jacewicz, and N. Ammor. Analyse et contrôle par automates cellulaires. *Annals of University of Craïova*, 30 :210–212, 2003.
- [150] S. El Yacoubi and A. El Jai. Notes on control and observation in cellular automata models. *WSEAS Transactions on Computers*, 4(2)(ISSN 1109-2750) :1086–1092, 2003.
- [151] S. El Yacoubi, A. El Jai, and N. Ammor. *Regional controllability with cellular automata models*. Lecture Notes on Computer Sciences 2493. Springer, 2002.

- [152] S. El Yacoubi and A. Mingarelli. Control of fuzzy cellular automata : The case of rule 90. In *9th International Conference on Parallel Computing Technologies, PaCT 2007, Pereslavl-Zalessky, Russia, September 3-7*, pages 477–486. LNCS 4671 Springer Verlag, 2007.
- [153] Lin Z. and Manz D. Optimal operation of irrigation canal systems using nonlinear programming - dynamic simulation model. In *CEMAGREF-IIMI International Workshop, Montpellier*, volume October, pages 297–306, 1992.
- [154] I. Zambettakis and F. Rotella. Vers la commande par platitude d'un canal d'irrigation. In *Journées Nationales d'Automatique, Autrans*, 2001.



# Publications

- [1] O. Marcou, B. Chopard, S. El Yacoubi, B. Hamroun, L. Lefèvre, and E. Mendes. Lattice boltzmann models for simulation and control of unsteady flows in open channels. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 2009.
- [2] O. Marcou, S. El Yacoubi, and B. Chopard. A bi-fluid lattice boltzmann model for water flow in an irrigation channel. In *ACRI 2006 Proceedings, LCNS 4173*, pages 373–382. Springer, 2006.
- [3] O. Marcou, S. El Yacoubi, and B. Chopard. Modélisation d’un canal d’irrigation par la méthode de boltzmann sur réseaux. In *Conférence Internationale Francophone d’Automatique 2008, 3-5 Septembre, Bucarest, Roumanie*, 2008.
- [4] O. Marcou, S. El Yacoubi, B. Chopard, and L. Lefèvre. Validation of a lattice boltzmann model for irrigation canals. In *The Fifth International Conference on Mesoscopic Methods in Engineering and Science, ICMMES, 16-20 Juin, Amsterdam, Pays-bas*, 2008.
- [5] O. Marcou S. El Yacoubi and B. Chopard. Modeling of irrigation canals : a comparative study. *International Journal of modern Physics*, Vol. 18 (4) :739–748, 2007.
- [6] S. El Yacoubi and O. Marcou. Lattice gas approach for modelling water flow in irrigation channels. In *17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems MTNS 2006, Kyoto, Japon, 24-28 Juillet*, 2006.

