



Chapitre de livre

2007

Published version

Open Access

This is the published version of the publication, made available in accordance with the publisher's policy.

---

Un modèle de l'action conjointe professeur-élèves : les phénomènes  
didactiques qu'il peut/doit traiter

---

Schubauer, Maria-Luisa; Leutenegger, Francia; Ligozat, Florence; Fluckiger, Annick

**How to cite**

SCHUBAUER, Maria-Luisa et al. Un modèle de l'action conjointe professeur-élèves : les phénomènes didactiques qu'il peut/doit traiter. In: Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves. G. Sensevy & A. Mercier (Ed.). Rennes : Presses Universitaires de Rennes, 2007. p. 51–91. (Paideia)

This publication URL: <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:29256>

2.

**UN MODELE DE L'ACTION  
CONJOINTE PROFESSEUR-ELEVES :  
LES PHENOMENES DIDACTIQUES QU'IL PEUT/  
DOIT TRAITER**

**Maria-Luisa Schubauer-Leoni, Francia Leutenegger,  
Florence Ligozat, et Annick Fluckiger**

Ce chapitre se propose de situer la problématique à la fois épistémologique, théorique et empirique que pose, à nos yeux, l'élaboration d'un modèle de l'action pour enseigner et pour apprendre dans une organisation scolaire. Pour ce faire, nous commencerons par inscrire le projet scientifique dans un système de concepts et de théories en sciences humaines et sociales, de manière à indiquer les principales filiations et permettre de tisser des liens avec d'autres travaux didactiques à visée anthropologique. Sera ensuite présentée l'organisation du modèle dans le prolongement des travaux précédents. Les catégories les plus saillantes, voire celles candidates à jouer le rôle de catégories porteuses de la charpente du modèle, seront illustrées à partir de deux études de systèmes didactiques contrastés. La première analyse est l'occasion d'éprouver le modèle théorique à propos d'un enjeu de savoir réputé « dense » et qui a été à l'origine du modèle lui-même. Une deuxième étude prend volontairement le risque de suivre le « comportement » du modèle – et donc la robustesse de ses catégories – dans le cas d'interactions didactiques à propos d'une activité scolaire dont l'analyse *a priori* montre, d'emblée, la fragilité au plan de l'enjeu mathématique. Que révèle le modèle lorsque l'enjeu de savoir s'évanouit ? La confrontation d'études de cas (systèmes didactiques contrastés) devrait ainsi nous permettre de clarifier la nature des phénomènes didactiques que traite le modèle. Par ce biais, c'est la fonction théorique et épistémologique du prototype de modèle qui est discutée et mise en perspective afin de pointer ce que peut donner à « voir » le modèle tel qu'il est, et ce qu'il *devrait*, utilement, traiter pour avancer dans la compréhension fondamentale de ce qui se passe et se joue dans l'articulation des gestes professoraux et d'étude.

## 1. Théoriser l'action « conjointe » en didactique : quel enracinement en sciences humaines et sociales ?

Depuis l'émergence, sous l'impulsion de Gérard Sensevy, de ce qui a été appelé un « modèle de l'action didactique du professeur », le projet scientifique est « (...) une contribution à l'élaboration d'une anthropologie de l'action dont le programme de recherche vise précisément à la compréhension et explication raisonnée de l'ingéniosité pratique » (Sensevy, 2002). Suite à l'article inaugural (Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni, 2000), l'essentiel du travail réalisé à ce jour a concerné les mathématiques enseignées et, plus particulièrement, une situation issue de l'ingénierie didactique : la fameuse « course à vingt » (Brousseau, 1998). Pourtant, la vocation du modèle et sa portée nécessitent la mise à l'épreuve de sa robustesse dans d'autres situations didactiques en mathématiques et, si possible, dans le cas d'autres enjeux de savoir. C'est à ce prix que se joue la mise en perspective de la spécificité/généricité des différentes situations didactiques.

Prétendre contribuer à une compréhension de l'ingéniosité pratique d'un agent<sup>1</sup>, tel que le professeur au sein d'institutions de formation, relève d'un projet de vaste portée qui situe la science didactique parmi les sciences contributrices à une reconfiguration des sciences humaines et sociales. Le mouvement esquissé est dès lors double : dans un premier temps le travail du modèle convoque et transpose en didactique, le débat qui caractérise le « tournant actionnel » qui traverse à la fois la philosophie, la sociologie, la psychologie, les sciences du langage et les disciplines du travail ; dans un deuxième temps, une fois spécifié et clarifié le statut et la fonction du modèle au sein de la science didactique, il pourra « remonter » vers les sciences contributives et engager le débat épistémologique, théorique et méthodologique au plan des sciences sociales à la lumière des résultats spécifiques et génériques qu'il sera à même de faire valoir via les travaux menés dans le champ didactique. Or, pour pouvoir engager ce deuxième mouvement, encore faut-il installer solidement le premier.

Ce chapitre, écrit par des didacticiennes des mathématiques qui se sont engagées dans une approche comparatiste, cherche notamment à plaider en faveur d'un modèle qui pose d'emblée la nécessité de penser ensemble l'action du professeur et celle des élèves. C'est alors un modèle de *l'action conjointe* professeur-élèves qui est esquissé. De fait, nous estimons que dès l'article princeps (Sensevy et al, 2000), les catégories constitutives du modèle étaient, déjà, porteuses de l'indissociabilité des instances du système didactique : l'action du professeur ne pouvant être traitée indépendamment de celle des élèves ni de l'enjeu de savoir. C'est bien « le jeu du professeur sur le jeu des élèves » qui est en cause. Pourtant, bien que la didactique des mathématiques ait posé, dès sa naissance, le système didactique comme une ternarité insécable, les travaux qui ont été réalisés, depuis la fin des années 1960, ont été caractérisés par des entrées privilégiées qui ont tour à tour mis en exergue

1. Nous distinguerons par la suite la position d'agent de celle d'acteur en précisant ce qui relève de la personne.

l'organisation épistémique des savoirs (études de la transposition didactique) et le rapport des élèves aux milieux didactiques issus de l'ingénierie. Le travail de l'enseignant, et en particulier son travail « ordinaire », a été longtemps le point aveugle des études didactiques. Le modèle de l'action de l'enseignant apparaît ainsi dans une phase d'investissement nouveau, au sein de la communauté didacticienne : celle de l'ère du travail professoral dans les études didactiques.

### **1.1 Pratiques sociales, actions, expériences**

Toute situation d'enseignement est l'occasion de donner vie à des pratiques de savoir en référence à des pratiques socio-historiquement cristallisées en activités. Le processus d'enseignement est dès lors censé recréer certaines conditions à même de permettre l'émergence d'expériences jugées compatibles avec les pratiques de références qui sont à l'œuvre dans la culture humaine. C'est, à notre sens, l'enjeu de tout système à vocation d'éducation et d'instruction qui fait que le professeur et les élèves travaillent dans le processus de transposition didactique. *Le programme épistémologique* en didactique des mathématiques (Gascon, 1998 ; Bosch & Chevallard, 1999 ; Mercier, 2002) cherche à décrire ce que peut être l'activité mathématique sous couvert de diverses institutions. Le programme didactique (au sens de Mercier, 2002) précise les conditions d'analyse de la transposition depuis les contraintes propres au système didactique et introduit la nécessité de l'étude des pratiques effectives dans les systèmes didactiques. C'est au sein d'un tel programme didactique, à articuler à un programme épistémologique, que nous avons discuté (Schubauer-Leoni & Leutenegger, 2005) la place et la fonction d'un modèle de l'action conjointe professeur-élève. Un modèle susceptible de décrire, comprendre et expliquer l'agir en situation d'enseignement et d'apprentissage de contenus spécifiques.

Quel est alors le statut de l'expérience par rapport à l'action? Quelles sont les expériences ordinaires qui peuvent prendre une tournure cruciale<sup>2</sup> dans la modification des connaissances personnelles ? Le pragmatiste Dewey (1938/1993) attribuait déjà une très grande importance à l'expérience qu'il considérait d'ailleurs comme étant « sous le contrôle de la situation »<sup>3</sup>. Comme le rappelle Ogien (1999), « Dewey établit une distinction entre *une* expérience et *l'*expérience : alors que la seconde renvoie au « flux général » de la vie, la première est la conscience de « l'accomplissement du processus » (Dewey, 1934, p. 39) au terme duquel une situation singulière, indéterminée par définition, appelant le doute, se retrouve déterminée par l'enquête » (p.76). Jérôme Bruner introduit la notion d' "agentivité" pour signifier "une action dirigée vers un but, contrôlée par des agents" (1991, p.88). A partir de ces éléments, nous dirons que, en fonction d'actions possibles, dans une situation reconnue comme prototypique et au sein d'une institution

---

2. Les expériences cruciales sont ce que visent les situations didactiques pensées depuis l'ingénierie.

3. La situation, chez Dewey est un « tout contextuel », ce qui signifie que l'expérience ne porte jamais, selon lui, sur des objets ou événements isolés.

donnée (Sensevy, 2001) peuvent émerger deux types d'expériences fortement articulées: l'expérience *stricto sensu* et l'expérience *lato sensu*.

a) L'expérience *stricto sensu* concerne l'*agent*<sup>4</sup> confronté à une situation-problème précise. Dans cette contingence l'expérience prend forme si l'agent : accepte d'assumer ses propres responsabilités au sein du processus de dévolution concernant tel problème ; s'attribue des tâches en interprétant la situation ; se donne des buts, anticipe (orientation de l'action, réalisation de l'intention) ; procède par inférences (calcul d'actions possibles, recherches d'informations, contrôle de l'activité) ; raisonne pratiquement (conceptualisation en acte à vocation pragmatique).

Ces composantes ne sont pas sans rappeler les éléments organisateurs d'un schème selon G. Vergnaud (1991) et Vergnaud & Récopé (2000), qui considère que le concept général de schème concerne à la fois l'organisation des gestes de la vie quotidienne et les gestes professionnels ainsi que les opérations de pensée spécifiques pour traiter une classe de problèmes donnée. Dans le cadre du modèle de l'action conjointe, les schèmes s'apparentent aux dispositions constitutives d'*habitus*. A ce titre les schèmes ne sont pas produits par des mécanismes biologiques innés<sup>5</sup> mais prennent origine dans les pratiques collectives et institutionnelles et lorsqu'ils « s'incarnent » dans les individus ils gardent les traces des diverses formes de sémiotisation des situations dans et par lesquelles ils ont émergé<sup>6</sup>.

A ces éléments organisateurs de l'expérience et constitutifs de l'agir de la personne en interaction avec autrui et sous couvert d'institutions, nous estimons fort utile d'intégrer la dimension réflexive. En effet, en prenant à notre compte cette composante de l'approche interactionniste et socio-discursive de J.-P. Bronckart (1997), nous considérons que l'expérience comporte, aussi, des *commentaires* sur l'activité réalisée ou en cours de réalisation. L'"expérience d'agentivité" implique, en effet, un processus d'auto/hétéro appréciation dont la teneur repose sur l'interprétation des attentes contractuelles. L'ensemble de cette *praxis* inhérente au traitement du problème et aux discours qui l'accompagnent (verbalisations de l'action, formulations adressées à un co-agent, discours porteurs de -tentatives de- preuve, ...) comporte l'articulation d'une composante supplémentaire et non moins décisive pour l'expérience de l'agent : la tension entre public et privé. En effet, le discours de commentaire sur le travail en cours peut prendre la forme d'un langage intrapersonnel (on se parle à soi-même) sans donc que quiconque puisse y accéder ; ou alors le discours prend la forme d'*apartés* avec le/la camarade installé/e à côté (co-agent). Dans ce cas, on peut considérer que cet échange interpersonnel

4. Dans le modèle n'existent que des potentiels co-agents (au sens de Vernant, 1997). Même lorsque l'élève est appelé à réaliser la tâche en solitaire ("vous travaillez individuellement" disent les enseignants), les composantes de la situation socialisent la posture de l'agent, le situent dans un projet collectif qui nécessite des gestes coopératifs (visant le but commun) : pensons à la co-présence des camarades de classe censés réaliser le même travail, l'usage d'instruments culturellement partagés, la nécessité ou la possibilité de remettre le travail accompli à un agent (pair ou enseignant) qui en vérifiera la pertinence.

5. Conformément à l'épistémologie piagétienne

6. Voir à ce propos la notion de schème comme disposition « sur-jacente » chez Sensevy (2001).

prolonge une modalité “privée” de travail dans la mesure où il n’est pas accessible à l’enseignant<sup>7</sup>. En revanche, d’autres formes discursives sont clairement de type public : pensons aux apartés entre l’enseignant et un élève qui veut s’assurer du sens (et/ou de la conformité) de telle réponse, mais pensons surtout aux prestations d’un élève appelé au tableau pour écrire/dire sa réponse ou sa stratégie de résolution du problème.

b) L’expérience *lato sensu* est constituée par la *réorganisation* des expériences *stricto-sensu* telles que réalisées dans diverses institutions. Si l’agent vit l’expérience *stricto-sensu* sous l’égide de l’assujettissement à une institution locale dans une conjoncture de travail précise, l’expérience *lato sensu* donne du souffle à l’agent, la personne émerge, l’expérience se fait histoire personnelle (et non pas seulement cumul d’histoires institutionnelles). La structure personnelle crée donc les conditions pour affronter de nouvelles postures d’agent lorsque vont se présenter les expériences *stricto sensu* subséquentes. Le processus d’émancipation, d’autonomisation de la personne prend forme et l’agent peut se muer en acteur qui “joue” avec et dans les interstices institutionnels. La viabilité et le renouvellement des institutions dépendent de ce processus qui implique diverses catégories d’agents dans des postures spécifiques : certaines postures sont carrément instituées et voulues comme telles (cf. les *topos* distincts et complémentaires d’enseignant et d’enseigné) ; d’autres fonctionnent de façon plus souterraines et tiennent aux dispositions que les personnes portent avec elles et qu’elles finissent par incarner (conjugaisons de *topos* liés aux nombreux groupes d’appartenance des personnes et qui cristallisent certaines dispositions notamment sociologiques et de genre).

L’élaboration d’un modèle de l’action conjointe situe ainsi pleinement notre problématique didactique au cœur des débats qui animent les sciences humaines/sociales et croise ainsi la question de l’articulation entre l’individuel et le collectif, le clivage public/privé et se décline en expériences que nous avons décrites (critère interprétatif) comme relevant de l’agent *versus* l’acteur. Penser en termes d’action conjointe à propos d’un enjeu spécifique et médiateur est alors un moyen pour éviter l’écueil de la pensée dualiste. Nous convoquons, ce faisant, notre hypothèse en matière de transposition didactique, en considérant que le lieu privilégié d’enquête n’est ni (que) dans les savoirs ni (que) dans les sujets (enseignants et apprenants) mais dans l’action conjointe (Schubauer-Leoni & Leutenegger, 2005).

Compte tenu de ce qui précède et dans l’état actuel d’avancement de nos travaux, nous trouvons intéressant de retenir les éléments d’articulation entre *activité et action* tels que proposés, à la suite de Leontiev, par Bronckart (2004) et Filliettaz (2002). Ces auteurs, dans une posture résolument moniste<sup>8</sup>, insistent sur le primat des pré-construits historico-culturel et considèrent que le développement des personnes

7. De ce point de vue l’échange entre pairs peut être vu, dans bien des cas, comme “moins risqué” : on reste dans le *topos* du groupe des apprenants.

8. Dans la tradition héritée de Spinoza, le monisme considère que, par essence, tout est matière, bien que certains objets puissent nous apparaître sous forme physique ou psychique. Ce principe est donc

et la production d'œuvres – en tant que construits collectifs- sont à penser comme s'alimentant mutuellement dans un processus continu de transactions humaines. C'est dès lors dans une dialectique permanente que Bronckart situe le jeu articulé de l'activité et de l'action. La première serait située du côté d'un *collectif organisé*. Elle acquiert du coup un statut premier et devient ressource disponible, parmi l'ensemble des pré-construits, pour l'action d'une *personne singulière*. L'origine collective des activités comporte, au plan intentionnel, des *finalités*, alors que l'action, située du côté de la personne, est portée par des *intentions* et des *motifs* qui sont propres aux raisons d'agir de celle-ci. Filliettaz, dans son approche de pragmatique psychosociale de l'agir, rejoint la distinction de Bronckart tout en associant la notion d'activité à celle de typicalité (« l'ensemble des ressources schématiques de l'agir, telles qu'elles procèdent du produit cristallisé de pré expériences cristallisées », p. 51) et en considérant l'action comme « (...)des réalités émergentes, c'est-à-dire les réalisations effectives et négociées de telles activités par des agents déterminés dans le cadre de situations déterminées ». C'est donc dans le cours de l'interaction sociale qu'il s'agit de cueillir la dialectique entre le déjà-là que fournissent les instruments, les représentations, les activités collectives disponibles et les actions qu'engagent les différents agents impliqués dans la situation. Par ailleurs, Bronckart attribue une grande importance aux dimensions de conscience pratique et discursive (au sens de Giddens, 1987) qui caractérisent le jeu dialectique entre l'action sous la responsabilité de la personne singulière et l'activité collective qui organise et régule l'interaction. Les contraintes en provenance des pré-construits et des activités disponibles sont bien la résultante des actions collectives passées et sont donc convoquées dans des interactions mettant en scène des actants dont le rôle dans le jeu interactionnel dépend de la nature de la tâche et des paramètres de la situation. Dans tous les cas, c'est l'agir qui constitue le donné empirique des recherches.

Notre étude tente justement de spécifier le contour et la nature de cet *agir* dans le cas, spécifique, des interactions didactiques et des transactions qui les caractérisent.

## **1.2 Action de la personne singulière, action collective, action conjointe**

En didactique des mathématiques, on considère que c'est le *contrat didactique* qui fait exister et fonctionner la ternarité professeur-élèves-enjeu d'enseignement et d'étude/apprentissage. Les interventions sur le monde didactique (*le milieu*<sup>9</sup>) censé réunir les instances humaines du système font appel à des transactions conjointes. De telles transactions interviennent dans la collaboration que suppose le jeu de l'enseignement et de l'apprentissage entre une instance enseignante (le directeur d'étude) et une instance étudiante (responsable de ses expériences). Mais, comme

---

étroitement articulé à une vision matérialiste et évolutionniste de l'univers. Cette position anti-dualiste amène à poser dialectiquement le rapport individu/société.  
9. Ce milieu n'est que potentiel dans le cas du didactique ordinaire. A charge de la recherche d'en établir la portée didactique.

le rappelle Vernant (1997) « (...) la collaboration va rarement sans compétition, et les transactions conjointes combinent généralement actions dérivées, concourantes et concurrentes » (p. 160). Selon cet auteur, « (...) l'action conjointe est guidée par une intention conjointe, un accord, rapidement fixé ou lentement négocié, sur un objectif commun. Généralement complexe, cet objectif requiert une *planification* apte à prévoir la combinaison (synchrone) et l'enchaînement (asynchrone) des *différentes* actions particulières des co-agents » (pp.158). Pourtant, comme le rappelle justement Filliettaz (op cit), à la suite de Bange (1992), plus qu'un partage de buts communs c'est plutôt une *interdépendance* entre des buts distincts dont il s'agit. « (...) chacun ne peut atteindre son but que si l'autre atteint le sien » écrit Bange (p.122). Cette précision convient parfaitement à la ternarité systémique que donne à voir le modèle et que résume bien l'expression suivante : le professeur gagne à son jeu (d'enseignement) dans la mesure où l'élève gagne au sien (le jeu de l'apprentissage). Un modèle de l'action conjointe paraît donc tout à fait compatible avec le principe du partage topogénétique des responsabilités entre professeur et élèves, partage qui renvoie à deux registres épistémologiques (au sens de Johsua & Dupin, 1993). Mais le modèle nécessite des nuances supplémentaires pour rendre compte du fonctionnement des actions collectives de l'instance « élèves ». En effet, si, en première approximation, la didactique s'est contentée du partage entre le *topos* professoral et le *topos* étudiant, ce dernier s'avère pluriel. Il importe donc de penser un modèle de l'action conjointe professeur-élèveS qui rende compte de comment une instance collective est pilotée, dans une perspective d'action conjointe, par le représentant institutionnel en position haute. La fiction didactique pourrait laisser entendre que l'enjeu didactique est celui d'une action conjointe entre le professeur et la classe. Cette dernière serait alors censée fonctionner d'un même mouvement intentionnel. Pourtant, les travaux sur le *contrat didactique différentiel* (Leutenegger & Schubauer-Leoni, 2002, Schubauer-Leoni 1991) et sur le jeu de l'*échange trilogique* entre le professeur, un élève momentanément érigé en interlocuteur légitime et le reste de la classe, le montrent bien (Schubauer-Leoni, 1997 ; Schubauer-Leoni, et al. 2004) : le professeur trouve moyen de se donner tour à tour un interlocuteur qu'il considère un répondant/représentant du groupe-classe pour faire avancer le processus d'action conjointe entre lui et le collectif. Ce processus caractérise bien ce qui se joue dans les dits « cours dialogués » réunissant le professeur et la classe. Or, que devient l'action conjointe dans le cas d'autres moments d'organisation du travail scolaire, comme les travaux de groupe ou le travail personnel de chacun ? Le modèle de l'action conjointe est dès lors censé rendre compte de l'ensemble de ces moments tout en posant la question de ce qu'il peut/doit mettre en évidence selon les découpages temporels considérés. En effet, le modèle tel que conçu initialement et mis à l'épreuve sur la situation de la « course à vingt » cueille le travail d'unités institutionnelles en lien avec une situation problème. Nous sommes donc typiquement dans une logique d'étude de « temps didactiques courts ». Mais quelle est/pourrait être la pertinence du modèle dans la prise en compte de temporalités longues telles celles qui se dégageraient du travail, pendant plusieurs mois, dans un domaine de savoir spécifique ?

Dans tous les cas, l'étude du didactique ordinaire oblige le chercheur à aller au-delà de la fiction d'un collectif comme instance unique pour chercher à comprendre à la fois ce qui émerge (*le référent construit*) au cours de l'agir conjoint, avec le concours de quels agents (caractérisés en fonction des *topos didactiques et sociaux* des divers intervenants) et selon quelles *articulations des temporalités* entre le tempo de l'enseignement et celui de l'étude/apprentissage des différents groupes d'élèves. Par ce biais il est possible de revenir sur la question de l'effet de l'enseignement (des conditions qu'il crée pour que les élèves modifient leurs rapports de connaissance aux objets du milieu) pour les différents élèves. C'est alors l'enjeu de l'action d'une *personne singulière* (au sens de Bronckart) au sein du collectif classe, qui est revisité : on retrouve ici la problématique de la dialectique entre le collectif et l'individuel, entre le statut d'*agent* (assujéti aux attentes de multiples institutions), celui d'*acteur* (négociant, voire, cherchant les formes d'assujettissement locales à des institutions lui permettant l'accès à des rapports de connaissance nouveaux) et l'émergence de la *personne*. Pour identifier ce genre d'articulations, il convient dès lors de repenser les mécanismes de fonctionnement de la transposition didactique et en particulier la place des processus de dé-repersonnalisation et de dé-recontextualisation<sup>10</sup> qui sont à l'œuvre ; nous avons développé ailleurs (Schubauer-Leoni & Leutenegger, 2005) la thèse selon laquelle le processus de transposition didactique ne peut admettre un vide au plan de la personnalisation et de la contextualisation. On pourrait d'ailleurs dire que, sans recontextualisation et repersonnalisation, il n'y a pas de dévolution possible.

10. Le double phénomène de décontextualisation-recontextualisation rend compte de la dynamique descendante de la transposition : le savoir (effectivement) enseigné a fait l'objet d'une extraction de son contexte d'origine (lieu d'invention, de production) pour venir prendre place (re-contextualisation) dans un nouvel univers (formé par l'organisation des savoirs à enseigner) apte à rendre cet objet « étudiable » par les élèves, qui se donneront, si possible, les moyens de l'apprendre (à leur tour les élèves vont re-contextualiser le savoir dans le système de tâches constitutif de leur travail d'étudiant et ce faisant ils réaménagent l'organisation déjà-là de leurs connaissances personnelles). Le phénomène de dépersonnalisation-repersonnalisation est intimement lié au précédent. En effet, le travail de dé-recontextualisation engendre le détachement de l'objet des instances (incarnées dans des individus concrets) qui l'ont porté, inventé, travaillé indépendamment et avant qu'il ne soit apprêté pour l'étude de l'élève. Celui-ci, lorsqu'il prend à sa charge les questions relatives à ce savoir, repersonnalise l'enjeu de connaissance. Ce double processus de contextualisation et de personnalisation affecterait aussi le travail de l'enseignant lorsqu'il prend la responsabilité d'extraire des manuels et autres documents didactiques les tâches, les problèmes, les questions jugés aptes à soutenir son action enseignante et partant l'action apprenante des élèves. Guy Brousseau (1998) s'exprime dans ce sens dans son exposé du triple travail du mathématicien, de l'élève et du professeur (pp. 48-50). Nous verrons toutefois dans ce chapitre que la repersonnalisation du côté du professeur peut s'avérer une étape délicate de la transposition si le professeur confie l'entière responsabilité épistémique au texte du savoir sans repenser, à son tour, les raisons didactiques qui justifient le traitement de tel problème avec ses élèves.

## 2. Un modèle de l'action du professeur et des élèves à propos de la situation « Course à vingt »

### 2.1 Un prototype

Le modèle a pris forme à partir du cas emblématique de la « Course à vingt ». Cette situation est réputée robuste au plan épistémologique. Elle est donc apte à supporter l'articulation entre processus de dévolution et d'institutionnalisation en faisant transiter les élèves de phases d'action, en phases de formulation et de validation au sens de la théorie des situations didactiques de Brousseau. Le professeur est censé modifier *le milieu* en conséquence. Quelques travaux ont déjà été réalisés sur la base de diverses études de classes ordinaires aux prises avec cette situation (Sensevy, 2001 ; Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni, 2000, Sensevy, Schubauer-Leoni, Mercier, Ligozat & Perrot, 2005 ; Sensevy, Ligozat, Leutenegger & Mercier, 2005 ; Schubauer-Leoni, Ligozat, Leutenegger, Sensevy & Mercier, 2004). Nous reprendrons ici, à quelques détails près, l'état d'organisation du modèle tel qu'exploité dans l'article de Schubauer-Leoni et al (2004). Nous présenterons brièvement quelques résultats obtenus lors de la comparaison entre deux classes contrastées en faisant fonctionner les catégories principales du modèle.

Le prototype de modèle que nous présentons, considère que la *mésogenèse* en tant que construction de la référence<sup>11</sup> est première. Elle prend inévitablement appui sur le grand partage topogénétique entre le professeur et les élèves en érigeant l'enseignant en pourvoyeur d'un milieu initial potentiellement porteur du travail des élèves. En clair, l'asymétrie des places est consubstantielle à tout processus mésogénétique ; mais nous estimons que l'étude de l'action conjointe gagne à être abordée par la prise en compte des gestes et techniques de type mésogénétique. Le tableau ci-dessous réorganise les catégories du modèle tout en conservant les constituants initiaux en termes de niveaux de description : les « structures fondamentales » de l'action conjointe ; les « types de tâches » et les « types de gestes et de techniques<sup>12</sup> » d'action. Les catégories<sup>13</sup> sont par ailleurs déclinées selon des formats de communication différents pour faire place au double travail du professeur et des élèves.

---

11. La construction mésogénétique de la référence dans la classe appelle une analyse de la compatibilité entre cette référence sous le contrôle du contrat didactique (transposition didactique interne) et les pratiques de référence extra-scolaires dont le jeu didactique est censé être l'image (transposition didactique externe).

12. Nous considérons volontiers, avec Sensevy, (2005) que les techniques peuvent être considérées comme autant de « gestes » de la part des actants. Bronckart (2004) appelle l'agir observé un agir-référent. Il précise qu'il peut relever d'un travail dont la structure peut être décomposée en tâches. Temporellement l'agir prend la forme d'un cours d'agir caractérisé par des chaînes de procès qui peuvent relever d'actes et/ou de gestes.

13. Précisons que la numérotation employée dans ce tableau ne signifie nullement un quelconque ordre ou une hiérarchie dans les catégories ; cette numérotation est utilisée pour coder plus facilement les interactions dans les données empiriques.

Catégories de l'action conjointe professeur-élèves

Structure fondamentale de l'action conjointe		DÉFINIR / RÉGULER & GÉRER L'INCERTITUDE / DÉVOLUER / INSTITUER	
TYPES DE TÂCHES		TYPES DE GESTES TECHNIQUES ET D'ACTION	
GESTION DES TERRITOIRES ET DES TEMPORALITÉS	CONSTRUCTION DE LA RÉFÉRENCE, INDICATION  DÉNOMINATION, ORGANISATION DE L'ACTION CONJOINTE ET DE L'INTERACTION, INTÉGRATION DES OBJETS ANALYSE DE L'ACTION	1-MÉSOGÈNESE	<b>DÉNOMINATION / DÉSIGNATION DES OBJETS DU DISPOSITIF</b> Ostension (éléments verbaux, gestuels, matériels, graphiques) de la part de P Diffusion de désignations produites par un ou plusieurs Els
			<b>ELABORATION D'UNE RÈGLE D'ACTION POUR ENTRER DANS LA SITUATION/ LA TÂCHE ET POUR LA TRAITER</b> (à propos du faire du dire du prouver) Indication/prescription de la part de P Co-construction (P en coopération avec un ou plus Els)
<b>DÉNOMINATION/DÉSIGNATION DE TRAITS PERTINENTS</b> (à propos du faire du dire du prouver) Identification et dénomination de TP - de la part de P - de la part de El(s) reprise/non reprise par P Questions d'un E relative à un TP → reprise/non reprise par P questions de P → réponse d'un E comportant un TP → reprise/non reprise par P			
		2-TOPOGÈNESE	<b>REPÉRAGE D'UNE CONTRADICTION</b> (à propos du faire du dire du prouver) Identification et dénomination - de la part de P - de la part de El(s) → reprise/non reprise par P Résonance sur une proposition contradictoire - provenant de El(s) → reprise / non reprise par P
			<b>GESTION DES PHASES DE L'ACTIVITÉ DES ELS</b> Position d'accompagnement et de transition gestion individuelle (P avec E) gestion collective (P avec Classe) 1.2 Suspension de l'action par P (El ou Classe sans P)
			<b>GESTION DES POSITIONS TOPOGÉNÉTIQUES DE P</b> (à propos du faire du dire du prouver) Postulation mimétique (P au niveau de E ou Cl) Mise à distance, retrait (Els, Cl travail sans intervention de P) Surplomb topogénétique (P statue, évalue la pertinence du faire du dire du prouver) Coalition (P instaure/ « joue avec » coalition entre E contre Cl ou Cl contre un E, ...)
		3-CHRONOGÈNESE	<b>GESTION DES TEMPORALITÉS : TEMPS DIDACTIQUE DE P / TEMPS D'APPRENTISSAGE DE LA CLASSE</b> Appel à la mémoire didactique (MD) de la classe initié par P diffusion par P d'un élément de MD évoqué par un ou plus Els Anticipation / finalisation d'actions possibles : par P par Els / Cl relativement à une diffusion à la charge de P Ralentissement / accélération de l'action par P par Els / Cl → reprise / pas reprise par P Orientation de l'action en fonction d'éléments nouveaux repérés par P en fonction d'él. Nouveaux repérés par El(s) diffusés / pas diffusés par P Repérage d'indices de fin d'activité par P par El(s) diffusés / pas diffusés par P Déclarations d'avancées par P dans un but d'institutionnalisation par un ou plus E → reprise par P Relance de la part de P à l'égard de un E ou la Cl entière
		INSTURMENTS VERBAUX ET NON VERBAUX Usages des pronoms, marqueurs oraux, notations	

Sans nous donner, encore, les moyens d'engager une étude fouillée sur la base d'une démarche empirique comparative, il nous importe de mentionner une convergence certaine avec le cadre théorique élaboré par des didacticiens du français pour rendre compte de la construction de l'objet enseigné. Schneuwly (2000) propose la prise en compte d'une *double sémiotisation* de l'objet enseigné permettant de créer d'abord *les bases d'une attention conjointe* et ensuite le travail d'une telle attention. La première phase de la double sémiotisation est celle caractérisée par le fait que *le contenu est montré* (rendu matériellement présent) *et présenté* (l'enseignant fixe l'attention sur les composantes significatives). La seconde sémiotisation concerne *l'action de pointer des dimensions essentielles*. « Les deux processus – rendre présent l'objet et le pointer/montrer-, écrit Schneuwly (2000) sont indissolublement liés et se définissent mutuellement » En lien avec notre modèle, il est intéressant d'établir un premier rapprochement *au plan des techniques mésogénétiques servant à la construction de la référence* entre, d'une part les gestes de dénomination/désignation des objets du dispositif auxquels s'ajoutent les gestes inhérents à l'élaboration d'une règle d'action et, d'autre part, le premier niveau de sémiotisation décrit par Schneuwly (la présentification du contenu). De même, les points relatifs à la dénomination/désignation de *traits pertinents* auxquels nous ajoutons le repérage de contradictions, semblent répondre à des exigences d'un ordre comparable à celles évoquées par Schneuwly en termes de « pointage des dimensions essentielles ». Sans vouloir tirer trop vite des points de convergence, au risque d'affaiblir le travail théorique en cours, il convient de garder à l'esprit la différence qui existe, *a priori*, entre le travail d'objets mathématiques (supposant un certain rapport à la vérité mathématique) et les enjeux inhérents à la modification de connaissances dans le domaine des langues (supposant divers rapports aux normes socio-historiques en la matière). Le débat, éminemment comparatiste, ne sera pas développé ici. L'intérêt du détour n'est, pour l'heure, que relatif aux catégories du modèle. Il n'est tout de même pas banal de constater que, depuis des univers théoriques, somme toutes distincts, on retrouve des éléments de superposition.

Mais revenons à nos contenus mathématiques et tentons le développement suivant pour éprouver le modèle : pensé depuis une situation mathématiquement dense comme la « course à vingt », que permet-il de voir, comprendre et expliquer, lorsque le jeu est mis en œuvre par un professeur qui ne dispose pas de la culture mathématique et didactique nécessaire à la « vie » de la situation broussaldienne ? Ce premier pas franchi, il importe alors de savoir si la situation résiste de part sa structure épistémologique ou bien s'avère transformée en *une tâche* à réaliser dans laquelle il y des « choses à faire » afin de trouver, empiriquement la liste des « numéros gagnants » pour jouer « course à vingt ».

## **2.2 Les constituants de la référence : sur quoi porte l'action conjointe ?**

Le « glissement » *de situation didactique à tâche scolaire* mérite un commentaire. Il s'agit en effet d'un enjeu de débat en didactique des mathématiques. Comme le souligne Brousseau (sans date) des didacticiens des mathématiques auraient

emprunté sans prudence, voire « sans analyse » le terme « tâche » aux dépens de situation. Ce qui entraînerait des « erreurs d'analyse ». Brousseau estime à ce propos qu'« une tâche est d'abord une succession définie d'actions connues, réalisables ou du moins envisagées comme telles, soit par celui qui doit les accomplir, soit par celui qui demande de les accomplir »<sup>14</sup>. Mais en didactique des mathématiques, l'actant est supposé agir en fonction d'un milieu qui contrôle certaines conditions. « La façon dont les décisions possibles, le milieu et le sujet interagissent et évoluent, dépendamment ou indépendamment les uns des autres est l'objet de la modélisation par une « situation », écrit Brousseau, qui poursuit : « il est clair que la situation est nettement distincte de la tâche. Elle l'inclut comme une de ses composantes mais pas l'inverse ». En ce qui nous concerne, nous avons opté, lors de l'étude du didactique ordinaire, en faveur d'un mode de désignation en termes de tâches sans pour autant sous-estimer, dans l'analyse, les éléments situationnels qui caractérisent le rapport de l'élève et de l'enseignant aux actions que comporte la tâche. Notre souci, déjà évoqué (Schubauer-Leoni, 2000 ; Schubauer-Leoni & Leutenegger, 2002), était essentiellement celui de ne pas attribuer d'emblée et sans procès, les caractéristiques d'un milieu (mathématiquement pensé) à des conditions de travail ordinaire qui se révéleraient ensuite (à travers les analyses du chercheur) des occasions d'exécution de « choses à faire », sorte d'algorithme d'une forme de travail scolaire en mathématiques. Dans ce cas l'enseignant piloterait une marche à suivre qui amènerait l'élève à produire, non pas une connaissance mais une réponse attendue et conforme à celle qu'aurait produite l'enseignant lui-même. Plutôt que de partir d'un « plein » mathématique au risque d'y découvrir un ensemble désolant de « vides », nous avons opté pour une position prudente : étudions des tâches prises dans des conditions sociales et culturelles qu'il s'agit de décrire *a priori* et en fonctionnement dans la classe- à l'aide des instruments de la théorie didactique et dégageons ensuite des éventuels *systèmes de tâches* susceptibles de « faire situation » pour les élèves et l'enseignant. Dans le cas d'études isolées de séances de classe, nous avons très souvent observé des successions de tâches dont la connexité était essentiellement liée à des éléments d'habillage ou d'ordre dans les pages d'un manuel, sans que l'organisation des contenus mathématiques ait été expressément pensée par le professeur. Dans ces cas, nous avons généralement renoncé à remonter depuis les tâches aux possibles situations mathématiques dont elles étaient potentiellement porteuses. Par ce biais il devient pourtant possible de repérer des comportements et actions d'élèves qui auraient pu débusquer dans la tâche un problème mathématique dont le traitement leur permettrait de rencontrer un savoir nouveau. C'est le cas dans l'étude entreprise par Alain Mercier à propos de la transposition didactique inhérente à la leçon sur les « grands nombres ». Dans ce cas, l'analyse a permis de donner un statut nouveau au problème que pose Louis et que l'enseignante n'a pas pu prendre en compte (pourquoi ne pas écrire 017 002 058, 17 2 58, au nom de la règle des trois chiffres équivalents aux rangs de

14. Une telle définition de la tâche ne trouverait certainement pas l'accord de nombre d'analystes du travail qui scrutent les tâches et leurs redéfinitions par les prescripteurs et les agents qui, non seulement en définissent les contours mais en découvrent constamment les conditions de réalisation.

chaque classe) (Mercier, 1997 ; Schubauer-Leoni, Leutenegger & Mercier, 1999). Il ne s'agit donc pas de choisir entre *tâche ou situation* mais d'engager le double travail d'analyse, quitte à constater que, de fait, les chances d'un travail de la situation et donc la confrontation à un milieu mathématiquement pertinent sont faibles et que des questions, pourtant pertinentes, de certains élèves ne trouvent pas de niche didactique apte à les recevoir<sup>15</sup>. Dans ce cas, faute d'un statut reconnu (la question, l'intervention n'est pas reconnue comme un trait pertinent par le professeur), le problème ou/et l'essai de solution se perd. Aucune institutionnalisation ne le maintient en vie. Par ailleurs, concernant le débat autour d'une problématisation de la notion de tâche il convient, dans une perspective comparatiste, de ne pas perdre de vue les échanges qui animent notamment la communauté des chercheurs en didactique du français. Ces derniers, dans le prolongement critique des travaux en analyse du travail, n'hésitent pas à mettre la notion de tâche au cœur de leur cadrage théorique<sup>16</sup>. Bien que controversée en didactique des mathématiques, nous ne renonçons pas (encore), dans la mise à l'épreuve du prototype de modèle de l'action, à l'usage de « tâche », ne serait-ce qu'au sens premier de « choses à faire » de la part d'une instance du système. Cet usage nous paraît d'ailleurs parfaitement compatible avec une analyse en termes de « jeu » au sens de Sensevy (dans cet ouvrage) et, comme nous l'avons précisé, c'est alors, notamment, le possible *jeu* entre « tâche », « milieu » et « situation » qui nous intéresse de montrer via le modèle.

### 2.3 Deux séances de travail à propos de la « Course à vingt »

Le synopsis<sup>17</sup> ci-dessous (repris de Schubauer-Leoni et al, 2004) met en parallèle les deux séances : celle animée par un professeur que nous appellerons P1 (enseignante formée aux enjeux mathématiques et didactiques du jeu et de la théorie des

15. En reprenant le langage de l'écologie nous dirons que, dans ce cas, les questions de ces élèves ne trouvent pas de collocation dans l'écosystème des questions possibles dans le contrat didactique en vigueur.

16. Voir à ce propos le No 29, 2001-2 de La Lettre de la DFLM, ainsi que le CDROM du Colloque international de la DFLM (2001) Les tâches et leurs entours en classe de français.

17. L'usage que nous faisons des tableaux synoptiques vise d'une part à réduire l'information et à repérer/situer les systèmes d'événements candidats à une analyse plus fine. Cet usage est d'autant plus nécessaire que le corpus (protocole ou système de protocoles, concernant plusieurs séances par exemple) est long. Le synopsis, tout en produisant une réduction de l'information, permet également de garder l'empan de la séance complète (ou de plusieurs séances successives) en faisant état de l'économie d'ensemble, nécessaire à une construction du sens pour dégager le fonctionnement du système didactique. Celui-ci est, par définition, un système « à mémoire » : il est donc risqué d'isoler (par l'analyse) l'une des parties sans la référer au tout. Encore faut-il s'interroger sur ce qu'on entend par « tout » puisque, par définition encore, l'empan d'une seule séance est, à son tour, un choix d'unité d'analyse qui appelle une argumentation théorico-méthodologique.

A noter encore que la notion de synopsis ne recouvre pas celle qui est en usage (et en construction) en didactique du français (Dolz, Jacquin & Schneuwly, à paraître ; Dolz, Ronveaux & Schneuwly, sous presse) visant à donner à voir « l'objet en acte ». Dans ce cas, plus qu'une seule séance, c'est la structuration d'une séquence de plusieurs leçons qui est visée. Contrairement au tableau synoptique que nous mettons en œuvre dans nos travaux, nos collègues didacticiens du français présentent synoptiquement la structure séquentielle et hiérarchique de la séquence. Cette hiérarchie cherche à tenir compte des diverses étapes d'élémentarisation de l'objet d'enseignement.

situations), et celle conduite par le professeur P2 (qui découvre le descriptif du jeu sans autre apport). Dans les deux cas, 64 minutes sont réservées à ce travail. Mais, si P1 est devant une classe de quelques 20 élèves, P2 n'a à faire qu'à 6 élèves. La différence n'est pas mince et il faudra en tenir compte dans l'interprétation des résultats : en effet, face à l'enjeu de la « course à vingt », la masse critique qu'offre une classe peut notamment favoriser l'aménagement de deux équipes aptes à soutenir la phase de formulation et partant celle de validation ; en revanche, le travail avec deux groupes de trois élèves peut accentuer l'effet d'individualisation du travail et contribuer à escamoter l'enjeu de la double posture des deux équipes concurrentes. Dans le synopsis sont par ailleurs mis en évidence les deux moments contrastés qui seront ensuite soumis à une analyse plus fine à l'aide des catégories de gestes et techniques du modèle.

Synopsis des deux séances gérées par P1 et par P2

P1			P2		
MINUTES	MODALITÉS DE TRAVAIL	FAIRE JOUER LE JEU : étapes de l'activité	MINUTES	MODALITÉS DE TRAVAIL	FAIRE JOUER LE JEU : étapes de l'activité
1-4	collectif	Consignes + jeu d'essai	1-4	collectif	Consignes + jeu d'essai
5-7		Organisation dyades, écritures, reprise consigne	5-7		Organisation dyades, écritures, reprise consignes
8-21	dyades	4 jeux 1 contre 1 <b>Situation d'action</b> Sattut du 17	8-17	dyades	4 jeux 1 contre 1 <b>situation d'action</b> statut du 17
22-29	collectif	½ classe (équipe A) contre ½ classe (équipe B). 1 représentant de chaque équipe au tableau <b>situation de formulation</b>	18-35	collectif	6 jeux ½ groupe contre ½ groupe (3 contre 3) <b>reprise situation d'action</b>
30-39	dyades + collectif	Discussion sur le statut de 17,14, pair/impair, commencer avec 2, 11,14,17,20, 2 au début			
40-42	collectif	Equipe contre équipe	36-40	triades	Discussion dans les groupes de 3 élèves
43-48		<b>Situation de découvertes et preuve.</b> Equipe contre équipe : preuve → gain 1 point ; falsification → gain 3 points	41-45	collectif	<b>Consigne découvertes</b>
49-53		Preuve empirique assertion « avec 11 on gagne » ; contre preuve	46-51	dyades	<b>Reprise situation d'action</b> 1 contre 1 + discussion sur action
54-59		Théorème 8 et 5 e « avec 2 on gagne »	52-64	collectif	Découvertes sur 11, 14, 17 Accélération + écriture série gagnante au tableau
60-64		Vérification empirique Institutionnalisation série gagnante Consigne : « course à 30 » en avançant de 1, 2 ou 3. Travail à domicile			

Le double synopsis montre que les premières 21 minutes de P1 et les premières 17 minutes de P2 semblent procéder de façon similaire par la mise en place d'une situation d'action. Dans les deux cas les enseignantes ont procédé à un travail faisant intervenir des gestes de dénomination/désignation des objets du dispositif tout en impliquant les élèves dans la définition des règles constitutives du jeu (co-construction d'une règle d'action). Le double jeu de sémiotisation du milieu (au sens de Schneuwly, 2000) s'opère à travers l'attention conjointe portée à la

présentification des objets du dispositif avec pointage des composantes essentielles (objets matériels et notations de bilans intermédiaires, règle du jeu et organisation sociale). Le référent<sup>18</sup> prend forme ; il est indiqué et apparemment communément admis puisque les équipes jouent conformément au jeu officiel.

Le changement de jeu s'opère pour P1 à la minute 22. Après avoir organisé les deux équipes A et B, P1 déclare :

« J'appelle/ au hasard/ un élève de chaque équipe-/ qui va défendre son équipe- vous jouez donc équipe A contre équipe B- vous avez compris+ toujours le même jeu- // c'est évident que vous pouvez/ discuter entre vous pour savoir comment vous devez jouer ».

De son côté P2, après avoir constitué les deux groupes de trois élèves, dit :

« alors/ il y en a qui disent qu'il y a un truc/ alors justement (...) nous ferons plusieurs parties au tableau (...) chacun va jouer deux fois e / c'est évident que si vous avez découvert quelque chose il faudra / en tenir compte/... ».

Le synopsis nous montre que P2 ne parviendra pas à sortir de la situation d'action et que, privée des effets de la situation de formulation, elle ne pourra mettre en scène une situation de preuve. Ce qui signifie que le milieu reste inchangé pour les élèves qui cumulent des expériences de jeu empirique. Le fait de jouer plusieurs parties portera carrément à une forme de raisonnement statistique qui éloigne encore plus de la réflexion sur les stratégies gagnantes. Les élèves compteront, dans les différentes parties, le nombre de fois que, par exemple, ils auront réussi à gagner avec le 14.

Comment se distinguent alors, les gestes et techniques des professeurs dans les deux cas ? Allons voir vers la minute 43 *l'événement remarquable* (au sens de Schubauer-Leoni & Leutenegger, 2002) au cours duquel P1 change le jeu de formulation au profit d'un jeu de découverte et de preuve.

### **2.3.1 Analyse d'événements remarquables dans l'action conjointe de P1 et de ses élèves**

Cette partie de l'analyse se veut délibérément « technique » afin de montrer comment nous procédons à la catégorisation des genèses (méso, chrono et topo) dans l'interaction didactique pour permettre une discussion ensuite, en donnant la possibilité de revenir de manière précise aux objets et aux formes d'actions conjointes, sujets de la catégorisation. Afin de faciliter la lecture de cette analyse, nous avons fait le choix de ne citer ici que les éléments saillants du codage que nous avons réalisé sur les événements choisis. Les petits extraits mis en exergue dans

18. En analyse de discours la notion de référence et en particulier de coréférence permet d'accéder à la construction de l'objet de discours à travers, notamment, le jeu des reformulations. Le référent serait alors la réalité pointée par la référence. (Charaudeau & Maingueneau, 2002)

le texte le sont donc à titre d'exemple de codage, sachant que les commentaires portent sur l'ensemble des événements (non reproduits dans leur intégralité pour ne pas alourdir le texte).

L'extrait 1, ci-dessous, montre bien la nature des gestes de P1 face à la classe : en termes mésogénétiques elle présentifie (OD : *désignation de nouveaux objets* : « les choses découvertes », à « proposer » à « démontrer » nécessairement -« il va falloir »-, les « points à gagner ») tout en indiquant des *traits pertinents* (TP) par une dénomination encore floue (des « choses ») et débouche sur des règles d'action de l'ordre du dire et du prouver (RA). Le déplacement du jeu qu'initie cet extrait est par ailleurs marqué topogénétiquement d'abord par une posture de P1 de type *accompagnement/transition* (topo 1.1) et ensuite par une forme de *mise à distance* (topo 2.2) signifié dans l'extrait par l'usage du pronom « vous » pour désigner le sujet des actions attendues. Le déplacement du côté du *topos* des élèves est aussi marqué par l'introduction des deux postures de preuve et de falsification entre les deux équipes. Quant à la chronogenèse, dans cet extrait, P1 à la fois *relance* (chrono 1.7), *déclare des avancées* (chrono 1.6), *oriente l'action* (chrono 1.4) et donne des signes de *finalisation d'actions* possibles (chrono 1.2). La cohérence de l'ensemble des gestes et techniques inventoriés semble, ici du moins, attester de la solidarité des trois genèses à une étape significative du travail de la classe.

Extrait 1 (min 43-48)

Transcription	Construction de la référence	Gestion des territoires et des temporalités
<p>P1 : asseyez-vous, asseyez-vous / attention /asseyez-vous/ DY/ <u>le jeu va continuer mais un peu différemment/</u> je crois que là dans chaque équipe <u>VOUS AVEZ DÉCOUVERT DES CHOSES QUI PERMETTENT DE GAGNER A COUP SUR/</u> j'ai bien vu à vos têtes /eh bien maintenant/<u>vous allez proposer ce que vous avez découvert/</u> un par groupe/ si ce que vous proposez /(…) <u>si ce que vous proposez EST JUSTE et que vous avez réussi à le démontrer parce qu'il ne suffit pas de dire/ c'est comme cela/ il va falloir ou l'essayer ou trouver un moyen de prouver que ce que vous dites/ c'est vrai /si/</u> ce que vous avancez est vrai/ vous marquerez un point/ si par contre ce que vous proposez <u>l'autre équipe arrive à démontrer que c'est pas vrai/</u> hein/ ce que vous proposez c'est pas vrai/ <u>l'autre équipe gagnera 3 points</u>                      Els : oh la la                      P1 : d'accord ?                      (...)</p>	<p>OD (1.1)                      TP (3.1) par P                      OD (1.1) + RA (2.1 à propos du dire)                      OD (1.1) + TP (3.1) potentiel                      OD (1.1) + TP (3.1) potentiel                      + RA (2.1 à propos du prouver)                      OD (1.1) + TP (3.1) potentiel                      + RA(2.1 à propos du prouver)</p>	<p>Topo (1.1)                      Chrono (1.4 et 1.7)                      Topo (2.3)                      Chrono (1.6)                      Topo (2.2)                      Chrono (1.2 et 1.4)                      Topo (2.2)                      Chrono (1.2 et 1.4)                      Topo (2.2)                      Chrono (1.2 et 1.4)</p>

Légende des codes utilisés :

Souligné : dénomination / désignation des Objets du Dispositif (OD)Souligné + capitales : dénomination/désignation de Traits (non) Pertinents (TP ou TnP). Comme nous l'avons pointé en première partie, la catégorie TP, telle que nous l'avons déjà éprouvée

dans l'observation du didactique ordinaire (Ligozat 2002), peut se décliner selon trois modalités possibles qui se superposent ou non<sup>19</sup> :

- TP par rapport à une organisation /situation mathématique ;
- TP par rapport au projet /attentes que le professeur a dans ce même contrat
- TP par rapport au contrat didactique identifié par l'élève

**Encadré** : repérage d'une contradiction (CTRD)

**surligné** : Elaboration d'une règle d'action pour entrer dans la situation/tâche et pour la traiter (RA)

Dans le prolongement de cet extrait, un autre événement remarquable apparaît sous couvert de la co-construction d'un espace de validation. Il se présente sous la forme d'un trilogue réunissant P1, un élève (Dy) représentant de l'équipe A devant la classe.

On voit, dans l'extrait 2, comment P1, par son intervention, fait appel à la nécessité et active, ce faisant, un geste de contrainte de l'élève dans le milieu de validation. Les catégories du modèle mettent en évidence l'apparition de *traits pertinents* (TP) à la charge de l'élève DY. P1, dans ce cas diffuse les indices de preuve fournis par DY, mais ce faisant elle garde le contrôle de cette diffusion en organisant elle-même les informations écrites au tableau (topo à la fois 2.1 –*postulation mimétique*- et 2.3 –*surplomb*-). Le geste faisant appel à une possible *contradiction* (CTRD) amène DY à se positionner clairement et à affiner son discours de preuve.

---

19. La décomposition en trois « variantes » de TP montre à quel point la catégorie descriptive est problématique. En effet, les trois déclinaisons de TP renvoient aux « raisons » des trois instances du système didactique : le savoir – et ses exigences intrinsèques –, le professeur et son jeu d'attentes fonctionnelles à son projet d'enseignement, l'élève et sa propre interprétation du jeu didactique à un moment t du contrat. Or, une vision essentiellement épistémique des pratiques didactiques pourrait amener l'analyste à ne considérer comme TP que ceux inhérents au savoir et à sa « densité » (voir à ce propos la contribution de Tiberghien et al dans ce volume, ainsi que la synthèse générale). Nous avons fait le choix de considérer les deux autres déclinaisons dans le but de montrer à quel point la relation professeur-élève(s) doit être maintenue à tout prix, y compris lorsqu'elle se donne des objets transactionnels autres que ceux prévus dans le projet didactique initial. Cet aspect sera repris dans la discussion des faits observés.

Extrait 2 (min 43-48)

TRANSCRIPTION	CONSTRUCTION DE LA RÉFÉRENCE	GESTION DES TERRITOIRES ET DES TEMPORALITÉS
<p>P1 (...) qu'est-ce que tu as dit ?                      DY: <u>SI ON MET LE 14/ ALORS L'ADVERSAIRE IL EST OBLIGE DE METTRE 16/ IL MET 15 OU 16/</u>                      P1: (écrit au tableau)  <u>A B</u>                      Si on met 14 → 15                      16                      DY: et <u>COMME CA MARCHE EN 1 OU EN 2/ ON PEUT METTRE 17/</u>                      P1 : alors/ <u>on peut ou il faut :</u>                      DY : <u>IL FAUT METTRE 17</u>                      On entend un élève de l'autre groupe qui répond en même temps                      P1: (à cet élève) mais attends/ attention je te signale que c'est eux qui gagnent le point/ donc si tu les aides/ hé bien tant mieux pour eux/ tant mieux pour eux                      DY : IL FAUT METTRE 17/ Et l'adversaire si il met/ si il met/ si moi/ <u>JE METS 17/ L'ADVERSAIRE IL EST OBLIGE DE METTRE 18 OU 19/ ET COMME CA MARCHE EN 1 OU EN 2/ COMME JE L'AI DEJA DIT/ ON MET 20</u>                      P1 : (continue d'écrire?)                      A B                      Si on met 14 → 15                      16  <u>17 → 18</u>                      19                      20                      est-ce que tout le monde est convaincu de ce qu'a trouvé/ <u>UN POINT/ UN POINT POUR L'EQUIPE A</u></p>	<p>TP(3.3) par DY repris et diffusé par P1                       OD (1.2 mais aussi 1.1)                       TP (3.1) par DY                       CTRD par P1                      TP (3.1) par DY                       RA (2.1)                       TP (3.1) par DY                       TP (3.1) repris par P1 et OD (1.1)                       TP (3.1) par P1 qui attribue le point</p>	<p>Topo (1.1)                      Chrono (1.4 et 1.7)                       Topo (2.1 et 2.3*)                      Chrono (1.4 et 1.6*)                       Topo (1.1)                      Chrono (1.7et 1.4)                       Topo (2.3)                      Chrono (1.1 et 1.2)                       Topo (2.1 et 2.3*)                      Chrono (1.4 et 1.6*)                       * dans la mesure où P1 organise à sa façon les écritures au tableau</p>

La suite du protocole (que nous ne détaillerons pas sous forme de tableau) montre pourtant qu'il ne suffit pas à la classe d'avoir entendu DY pour s'en convaincre et faire sienne la démonstration de l'élève. La possibilité d'un raisonnement non récursif peut d'ailleurs être invoquée en regard d'un autre jeu –non mathématique– susceptible de donner une chance à l'élève de gagner tout de même : « on n'est pas obligé / on peut changer » réclame ELI qui propose carrément (et pour 3 points) de « démontrer » que si on met 11 on peut perdre.

L'analyse de ces divers événements remarquables montre ainsi que l'existence d'une mésogénèse nourrie au plan des enjeux mathématiques correspond à un jeu au plan des territoires et des temporalités qui relèvent d'une forme de responsabilité partagée.

Sans pouvoir entrer dans plus de détails sur l'action conjointe entre P1 et les divers élèves, il convient de noter que pour donner vie à des échanges contradictoires entre élèves et donc mettre à l'épreuve des traits de la situation candidats au statut de *traits pertinents*, P1 doit renoncer, au moins provisoirement, à une position surplombante dans l'espoir de contrôler la pertinence de chaque déclaration au profit de techniques topogénétiques laissant place à une plus grande responsabilisation de la classe Ceci dit, l'analyse fine montre notamment, comme

nous l'avons vu, que P1, par le monopole qu'elle exerce sur les écritures au tableau introduit, par ce biais, un mode de régulation de l'incertitude et contribue ce faisant à la gestion des *traits pertinents*.

P2, nous l'avons vu dans le synopsis, semble rester dans un milieu d'action. Elle le pilote d'ailleurs de façon à conserver les traits pertinents utiles à l'établissement de la liste gagnante qu'elle affichera en fin de jeu. Nous n'entrerons pas dans le détail de l'action conjointe de ce professeur, mais en guise d'écho à ce que nous avons vu dans le cas de P1, nous nous limiterons à citer un bref extrait qui donne un aperçu d'un autre mode de gestion de l'incertitude :

Min 52<sup>20</sup>  
(...)  
P2 il me semblait MA et AN que vous aviez des idées  
AN. ouais hein↑  
P2 qu'est-ce que vous avez découvert↑/ mais n'hésitez pas/ on vérifie  
AN. si tu mets onze quatorze dix-sept/ et ben t'es sur la [bonne piste  
MA. [non [moi je  
P2 [alors je mets↑/  
d'accord↓/ (note sur feuille) si tu mets/// onze/ quatorze/ dix-sept↑/ on est sur la bonne  
piste↓//  
MA. P2 (lève la main en prononçant le nom du professeur)  
P2 alors est-ce qu'on pourrait essayer de jouer/ éventuellement pour voir ce  
que/ AN dit/ en démarrant de onze↑ et voir si ça joue↑  
(...)

P2 semble se précipiter sur la réponse de AN et ne laisse pas MA formuler sa réticence. Dans une position systématique de *surplomb* topogénétique, P2 fait levier sur le consensus social du groupe. C'est le cas notamment à propos du statut du « 11 » :

P2 Ici on le retrouve/ ici aussi/là aussi/ là aussi/ c'est vrai que nous l'avons souvent/ alors// je pense que ça a l'air intéressant/ alors il faudrait être sûrs que ça fonctionne mais à première vue // tu as commencé avec 11/ et je n'ai eu beaucoup de choix ici (référence à un jeu de l'élève contre P2)/ je n'ai pas tellement pu tenter de vaincre /c'était intéressant ce que Ann a trouvé↓

P2 fait place à ce qu'elle considère comme étant les *traits pertinents* pour aboutir à la liste gagnante, mais le rapport à la liste n'est pas interrogé. La façon même de stabiliser la pertinence du 11, du 14 et du 17 est gérée par un positionnement habile de P2 qui se place provisoirement en *position mimétique* pour mieux assumer

---

20. Dans l'extrait sont indiqués par des « ↓ » ou « ↑ » l'intonation montante ou descendante de la voix ; sont également montrées les superpositions des tours de parole par des « [ » et des /, //, /// expriment les brèves suspensions dans le débit de parole.

ensuite la position *surplombante* qui la caractérise et qui évite les contradictions entre pairs. On peut donc s'attendre à ce que la présence systématique d'une posture de ce type empêche l'accès à la validation de la part des élèves qui ne peuvent, du coup, qu'attendre des signes d'acceptation de la part de P des propositions de certains élèves. Les phases conclusives des deux séances de jeux signent le rapport de chaque professeur à la situation : P1 ouvre vers une possible « course à trente », tandis que P2 semble satisfaite de pouvoir afficher la liste des « bons » nombres pour gagner à la « course à vingt ». Apparemment les conditions pour comprendre que jouer une « course à vingt » équivaut à jouer une « course à deux », et que le premier joueur est le gagnant, ne sont pas réunies dans la classe de P2.

Les observations conduites dans les deux classes attirent notre attention sur la difficulté de maniement (au plan de l'analyse) des attributions de gestes de désignations de *traits pertinents*. Même dans le cas d'une situation mathématiquement consistante, on peut constater que ses conditions de vie tiennent aux gestes et techniques didactiques qu'active le professeur pour faire exister le jeu. Or, celui-ci peut être réduit à un enchaînement d'actions de l'élève et de l'enseignant, sans que l'enjeu mathématique ne soit mis en scène publiquement ni par les uns ni par les autres. Il se peut, évidemment, que certains élèves aient, dans leur rapport privé au jeu, engagé un autre type de questionnement, mais force est d'admettre que celui-ci n'a pas trouvé une occasion publique de s'exprimer. Du coup, si l'émergence d'une référence supposée conjointe est, pour l'essentiel, le fait du professeur, on ne peut que trouver, via le modèle, l'expression de formes de *surplomb topogénétique* de la part du professeur ainsi que le monopole de la chronogénèse par ce dernier.

La responsabilité de P2, en tant que personne, n'est nullement en cause ! Les catégories du modèle et les conditions de l'observation montrent des faits, dont les conditions d'émergence restent à identifier. Le modèle tel qu'esquissé ne peut que montrer la co-action émergente où il est question de « faire jouer le jeu » tout en en situant la portée par rapport aux déterminations de la construction du jeu (au sens des strates de Sensevy, dans cet ouvrage). Ce n'est pas rien. Toutefois, les résultats comparatifs et les raisons qu'ils appellent montrent les limites du découpage de ce modèle-ci et plaident en faveur de la prise en compte aussi du troisième niveau d'analyse : celui des « déterminations du jeu » (Sensevy, ici même). Dans le cas des deux séances analysées, l'adossement de P1 au groupe de recherche qui a conçu la « course à vingt » crée d'emblée une distinction nette, sans oublier, la remarque est d'importance, que les élèves de la classe de P1 ont l'habitude d'être confrontés à des professeurs « dévoluant » (au sens de Sarrazy, 2001), ce qui ne fait pas partie des pratiques du groupe de 6 élèves de P2. Cette enseignante a d'ailleurs regroupé ces élèves avec lesquels elle travaille de temps en temps comme enseignante complémentaire. En tant que système didactique, il s'agit donc plutôt d'un rassemblement conjoncturel qui ne peut compter sur des pratiques communes et partagées de longue date. Sans pouvoir éclairer plus avant les éléments d'épistémologie professionnelle et pratique qui caractérisent les *topos* respectifs de P1 et de P2, il convient une fois encore de souligner qu'au delà des caractéristiques intrinsèques du problè-

me « course à vingt », c'est le rapport – conjoint – à cet objet qui s'avère décisif. Or, un tel rapport est à la fois prédéterminé et construit dans le cours de l'action conjointe. C'est ce que montre l'analyse via le modèle.

### **3. Au-delà de la « course à vingt » le modèle dans des situations didactiques ordinaires en mathématiques**

Diverses tentatives d'exportation du modèle de l'action conjointe ont été conduites sur d'autres enjeux de savoir en mathématiques, et en particulier dans le cas de l'enseignement de l'écriture des « grands nombres » en lien avec l'étude du système décimal de numération (Ligozat, 2002 et 2004). Les interactions didactiques étudiées ont été observées en dehors de tout contrôle de type ingénierie, et concernaient des pratiques sur l'écriture des grands nombres telles qu'elles sont en vigueur dans l'enseignement ordinaire. Ces travaux ont montré, qu'au-delà de la « course à vingt », l'homogénéité de la catégorie des *traits pertinents* était mise en cause. En effet, face à des pratiques d'enseignement et d'apprentissage qui ne sont pas construites en vue de placer l'élève dans des situations (au sens broussaldien du terme), on se trouve devant la nécessité de distinguer des niveaux de pertinence pour la catégorisation de certains objets. Sans pouvoir entrer ici dans le détail de ces travaux, nous pouvons en donner un aperçu en revenant sur la séance « course à 20 » avec P2. Alors que la série 11 14 et 17 est indéniablement un *trait pertinent* par rapport à la situation mathématique, ce qui pose problème, c'est, qu'à lui seul, il ne permet pas de travailler les dialectiques de formulation ou de validation. Chaque assertion étant traitée pour elle-même, sans récursivité, le nombre annoncé ne l'est pas comme un « théorème ». Face à de tels événements didactiques, nous avons été amenées à reconnaître, dans les pratiques ordinaires, des sortes de *traits pertinents* relativement au contrat didactique et à lui seul. A savoir que, en dehors de tout enjeu mathématique, élèves et professeur peuvent dégager un certain nombre de caractéristiques dans la mésogenèse qui tiennent aux attentes que les élèves identifient chez le professeur et réciproquement et qui ne s'avèrent pas forcément être en concordance avec les enjeux d'une situation mathématique potentielle à propos de ces pratiques. Le « jeu de l'élève » doit dès lors être situé par rapport au « jeu du professeur » tel qu'il est tout en mettant en évidence la « faiblesse » du dispositif didactique en regard d'un possible travail mathématique. Ce type d'analyse a notamment le mérite de montrer que le jeu contractuel peut se poursuivre y compris par défaut d'enjeu mathématique. En quelque sorte on peut dire que « faire jouer le jeu » peut se transformer en « faire jouer *un* jeu » sans que le professeur puisse identifier le « détournement » du jeu. P2 n'avait pas à disposition les clefs de lecture pour que son milieu d'enseignement fasse rétroaction.

La suite de notre contribution poursuit l'enquête en prenant en compte le travail réalisé dans deux classes de première primaire de l'école genevoise. L'étude s'inscrit

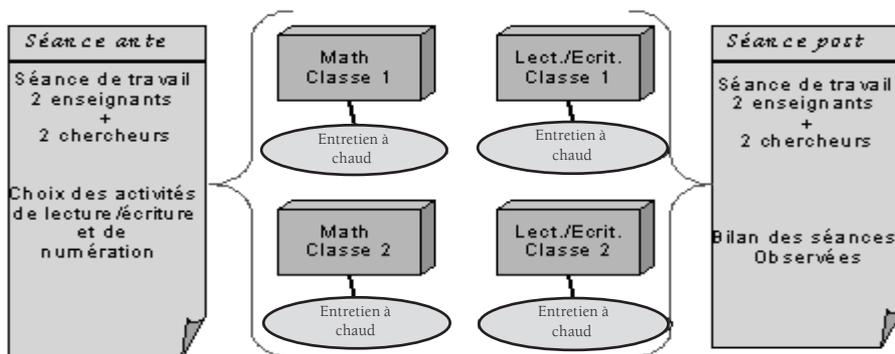
dans la recherche conduite à Genève dans le cadre d'un projet PIREF<sup>21</sup>. Afin de donner un statut aux données retenues pour cette contribution nous esquisserons d'abord brièvement le dispositif en isolant, à son interne, les matériaux considérés ici. Une analyse *a priori* de la situation mathématique sous-jacente à la « fiche » (issue du manuel en usage et proposée par les enseignantes observées) sera ensuite engagée, à laquelle seront intégrées des informations issues d'entretiens avec les enseignantes. Enfin une analyse de l'action conjointe telle qu'elle émerge dans la classe A, pourra être développée.

### 3.1 Activités numériques en première primaire : le dispositif de la recherche, l'analyse *a priori*, les entretiens

Le dispositif concerne deux classes « ordinaires » de 1P (degré 1) dans l'enseignement genevois. Dans chacune des deux classes deux leçons sont observées et donnent lieu à des enregistrements vidéos : l'une de français (apprentissages initiaux en lecture/écriture), l'autre de mathématiques (numérique). Ces leçons sont conduites par l'enseignant titulaire de chaque classe : nous les appellerons PA et PB. Trois temps sont à distinguer. Au cœur du dispositif : les séances d'enseignement dans la classe, suivies d'un entretien « à chaud » ; en amont une séance dite « ante » initie le dispositif ; une séance « post » le clôture. Les séances *ante* et *post* rassemblent les deux professeurs et deux chercheurs, elles ont lieu hors classe, sans les élèves.

Le schéma ci-dessous synthétise ce dispositif en trois étapes.

#### Dispositif



Il est devenu classique (Leutenegger, 2003 ; Schubauer-Leoni & Leutenegger 2002) d'encadrer une observation de classe par des entretiens entre professeur et

21. Projet de recherche en réponse à l'appel à projets du PIREF (2004-2006), intitulé « Caractérisation des pratiques d'enseignement et détermination de leur efficacité. La Lecture et les Mathématiques au Cours Préparatoire (Première Primaire) »

chercheur afin de pouvoir, lors de l'analyse, confronter les données recueillies aux positions *a priori* et *a posteriori* du professeur et réduire ainsi les incertitudes relatives aux interprétations des faits d'observation.

Nous avons, dans cette recherche, choisi de donner à la séance *ante* la forme d'une séance de travail réunissant les deux professeurs et ce, en présence des chercheurs. L'enjeu de cette séance, au demeurant habituelle lorsque les professeurs travaillent en équipe, est connu à l'avance : il s'agit de se mettre d'accord sur « ce qui va être fait » comme séance de mathématique d'une part, de français d'autre part par chacun des professeurs dans sa classe. Notons que les professeurs de notre recherche ne travaillent habituellement pas ensemble et que la présence des chercheurs, même silencieux, imprime une coloration particulière à ce dialogue : les séances choisies ne sont pas des simples séances de classe que chacun conduira mais elles vont, du fait de la recherche, être « publiques ». Du point de vue du chercheur, cet entretien, à caractère décisionnaire et préalable à l'enseignement, donne à voir les gestes professionnels à l'œuvre lorsque le professeur (ou comme ici le *duo* de professeurs) est en position de préparation de son cours (position 1 du professeur, au sens de Margolinas, 2004).

En ce qui concerne la séance de mathématiques, c'est une fiche des moyens officiels pour l'enseignement des mathématiques en Suisse romande qui sera choisie : « La débandade » (voir en annexe). À noter que le classeur des moyens officiels d'enseignement, qui se présente comme un recueil de fiches à travailler en classe, est imposé à l'ensemble des enseignants dans les cantons romands. Ce document est organisé à ce niveau de classe en cinq « modules ». Le module 2, dont est issue la fiche qui nous intéresse, est intitulé « Des problèmes pour approcher le nombre et lui donner du sens ». Ce module est considéré comme central par les professeurs qui manifestent par ailleurs une vision positive des ouvrages officiels pour l'enseignement des mathématiques.

Par exemple, PA dit à ce sujet :

« (...) les moyens qui sont mis à disposition/ je veux dire c'est quand même plus simple de/ de s'investir dans un classeur comme ça et puis trouver une activité et puis on a les mêmes/ les mêmes outils// en français/ c'est vrai qu'on n'a pas d'outils/ on a des outils depuis l'année dernière mais qui sont difficilement utilisables »

Quels sont les arguments sur lesquels repose la décision des professeurs de donner à voir cette activité là ? C'est une fiche des moyens d'enseignement usuels et non pas une fiche spécifiquement construite pour la recherche qui est sélectionnée. Outre l'inscription de ce choix dans une continuité matérielle avec le quotidien de la classe de mathématique, deux points sont à relever à la lecture de la transcription de la séance *ante* : d'une part la nécessité pour ces deux professeurs de se créer, d'abord, un espace commun pour inscrire leur choix dans cet univers partagé ; d'autre part la nécessité d'appréhender l'histoire des enseignements/apprentissages

de chacune des classes pour inscrire la séance prévue dans la macro-chronogénèse de la classe. Il s'agit d'abord de savoir ce qui a déjà été fait « pour pouvoir en fait prendre une activité qui n' [a] pas encore été vue ». Le temps didactique ne peut stagner, les objets d'enseignement sont censés évoluer, et pour ce, engager avec les élèves une activité nouvelle semble être le garant d'une avancée dans la chronogénèse du savoir même si ce n'est évidemment pas une condition suffisante. En fait, pour nombre d'enseignants, c'est le fichier d'activités qui est censé prendre en charge l'avancée du temps didactique, le rôle du professeur se limitant au choix de la fiche à proposer aux élèves.

Le « module 2 » étant désigné, plusieurs fiches sont passées en revue, les commentaires portant soit sur :

Leur contenu : « L'oubliette<sup>22</sup> aussi on est toujours à l'oral, comptine numérique » (PA)

Les gestes professionnels que suppose l'utilisation de ces fiches censées proposer des situations - problèmes : « il faut tout faire soi-même une fois pour pouvoir comprendre ce qu'on demande aux enfants (...) je trouve que par rapport aux relances aussi, si on ne fait pas soi-même, on est incapable de relancer parce qu'on ne se rend pas compte » (PA)

La gestion dans la durée : « prévoir l'activité en deux fois quarante cinq minutes » (PA)

Les élèves et leur positionnement topogénétique : « ce qui est intéressant, c'est de voir comment ils arrivent à articuler donc le changement des dizaines » (PA)

Ces propos de PA, auxquels PB semble adhérer, ont permis aux deux enseignantes de se donner un univers commun de référence (le fichier étant un élément clé de cet univers commun) et de baliser les notions abordées. Ces notions sont peu désignées en lien avec le savoir mathématique mais sont censées transparaître à travers la désignation des fiches déjà proposées. L'état des connaissances des élèves qui participe à leur positionnement topogénétique n'est pas évoqué en tant que tel ; c'est le pointage de l'avancée dans le fichier qui est censé donner à voir l'avancée dans la chronogénèse. La topogénèse est, de fait, peu interrogée. Sur cette base, la fiche qui suit celles déjà abordées dans l'une ou l'autre classe est « La débandade ». Apparemment, la connexité des contenus en jeu n'a pas à être questionnée puisque le fichier officiel est censé prendre en charge cette cohérence, et prendre une fiche dans le même module est un gage suffisant de cohérence. Un des points soulevés est celui de l'égalisation des conditions de réalisation de l'activité prévue. En particulier, les enseignantes décident que dans les deux classes, les élèves doivent pouvoir faire référence à la classique « bande numérique ». Pour cela, il faut que PB fasse, en anticipation de la séance prévue, une autre activité du fichier, celle qui amène les élèves à réaliser concrètement la bande numérique usuelle et ce, à partir de nombres « isolés ». C'est ce que résumait PA et PB lorsque le chercheur les questionne sur les critères qui leur ont permis de choisir :

22. Nom d'une autre fiche

(PB) « On a déjà regardé ce qu'on avait fait [...] puis après on s'est basé sur le module, on est allé directement sur le module qui traite de ça spécifiquement en fait ».

Une analyse *a priori*, même sommaire, de « La débandade » inscrit cette activité, bien sûr, dans le champ conceptuel du nombre, la macro classe de situations concernées faisant appel à la désignation des nombres entiers. De façon plus spécifique il s'agit de l'une des nombreuses activités proposées à ce niveau en rapport avec la « bande numérique », objet omniprésent qui, selon les instructions officielles, permet un travail sur l'écriture de la suite des nombres, à articuler avec le travail oral fait depuis les classes enfantines sur la suite des mots - nombres. Les situations proposées pour élaborer la mise en relation des numérations orale et écrite de notre système décimal sont nombreuses et il n'est pas surprenant qu'à cette époque de l'année les deux professeurs de notre recherche choisissent une activité relative à cette classe de situations.

Dans le document du maître relatif à la fiche « La débandade » il est mentionné que :

« Le maître met à la disposition des élèves une bande numérique lorsqu'ils ne peuvent choisir entre deux bandes différentes, celle qui est correcte.

L'objectif de cette activité est axé sur l'observation des écritures des nombres et des régularités sur un plan plutôt intuitif. Le travail spécifique sur la numération se fera plus tard.

Cette activité permet à l'élève de se construire des points d'appui pour la mémorisation de la suite des nombres selon la description faite dans « 1 2 3 beaucoup »<sup>23</sup>

(Déroulement : Livre du maître, p. 116)

Mémorisation de la suite des nombres et observations des régularités quant à l'écriture sont donc les objectifs assignés à cette activité. Or, les caractéristiques de cette fiche en font une activité peu ordinaire. En effet il s'agit, contrairement aux autres fiches de ce module, de travailler sur des segments [1,6] [5,10] [10,15] [13,18] [18,23] [22,27] [25,30] et donc sur des ensembles discrets, bornés : les notions d'origine et d'extrémité sont alors importantes. Par ailleurs ces segments ne sont pas disjoints et l'intersection non vide de certains de ces segments constitue à la fois la spécificité et l'intérêt de cette situation.

Construire la « bande numérique » habituelle à partir de ces segments de  $\mathbb{N}$  et non plus à partir de nombres isolés (d'étiquettes), traiter la question du recouvre-

---

23. Ce paragraphe se retrouve à l'identique dans les instructions de gestion données au maître dans l'activité précédente du module « à la queue leu-leu », activité qui propose la construction d'une bande numérique de 1 à 50 à partir de nombres écrits sur des étiquettes. Quant à la fiche « 1,2,3 beaucoup » elle consiste à colorier dans un tableau de nombres ordonnés de 1 à 30 (appelé « bande » !) la suite des nombres connus.

ment numérique quand il s'agit de juxtaposer par exemple [10,15] et [13,18] est, potentiellement, porteur d'un travail mathématique sur la coordination entre égalité et ordre strict. Nous avons pu constater que dans le champ conceptuel du nombre, dès les premiers degrés scolaires, de nombreuses situations centrées sur l'ordre strict « < » sont proposées, ainsi que des situations travaillant les relations d'équivalence. La relation d'ordre elle-même ( $\leq$ ), dont la réflexivité permet de ranger à la fois des nombres égaux et des nombres différents est peu travaillée. C'est en général au début du secondaire qu'est proposée, sous une forme immédiatement formalisée, la définition de la relation d'ordre, en même temps qu'est faite la différence avec l'ordre strict. Dans l'activité de mise en ordre des segments dans « La débandade » analysée ici, il s'agit bien de traiter des « doublons » dans la constitution de la « bande numérique », bande correspondant à la concrétisation d'un segment dont origine et extrémité sont explicitement désignées dans la consigne :

« Fabrique une bande numérique à partir de ces sept morceaux.  
Cette bande commence par 1 et se termine par 30 » (fiche élève p 64)

Outre la question des segments à juxtaposer en tenant compte de l'ordre des nombres, en particulier des extrémités, que faire du segment [5, 6] (ou des deux nombres isolés 5 et 6) inclus dans les deux segments [1,6] et [5,10] ? L'égalité doit être mathématiquement traitée pour construire une « bande numérique » sans répétition de nombres. Plusieurs traitements matériels peuvent correspondre au traitement mathématique des égalités : l'élimination dans l'un des deux segments des nombres qui apparaissent deux fois soit en coupant le segment concerné soit en le repliant pour qu'il disparaisse « visuellement », ou la superposition par collage des intersections (morceaux de bandes identiques collés l'un sur l'autre pour ne faire apparaître qu'une fois chaque nombre). Dans ce deuxième cas il y a traitement à la fois de l'ordre strict et de l'égalité en constituant une « classe d'équivalence ».

Si cet aspect du travail mathématique potentiel apparaît dans la consigne (« On ne doit voir qu'une seule fois chaque nombre » -fiche élève p.64-), la formulation utilisée, nous le verrons, renvoie à une prise en compte matérielle du problème. La simple demande de constitution d'une bande numérique en éliminant la phrase « On ne doit voir qu'une seule fois chaque nombre », aurait, peut-être, permis qu'apparaisse la question du traitement des nombres égaux (les doublons) dans une collection de nombres à ordonner et qu'alors une vraie question mathématique émerge dans la classe.

L'analyse *a priori* de cette fiche fait également apparaître un hiatus relativement au choix des variables numériques. En effet, s'il s'agit avec cette fiche de travailler la question de la constitution de la suite numérique écrite des premiers nombres entiers (à partir de 1), il faut, minimalement, que se pose la question de l'ordre. Or cette propriété même, n'est pas nécessaire pour répondre à la question posée de la constitution de la « bande numérique » usuelle à partir des segments proposés

dans le tableau à savoir [1,6] [25,30] [5,10] [22,27] [10,15] [13,18] [18,23]. La succession des nombres 1,2,3,4,5,6 du segment [1,6] s'articule avec la succession 5,6,7,8,9,10 des nombres du segment [5,10] par simple superposition du segment [5,6] et cela sans que la question de l'ordre ne se pose : il suffit d'observer la similitude de l'écriture du couple (5 6). En fait les nombres pourraient parfaitement être remplacés par des signes quelconques : par exemple la bande [§, &, «, \*, £] s'articulerait de la même façon avec la bande [\* ,£, k, %, ù]. Pour que l'ordre dans la suite numérique écrite intervienne comme une connaissance nécessaire, il aurait fallu qu'au moins deux segments à placer consécutivement soient disjoints or ce n'est pas le cas : on pourrait avoir par exemple (1 2 3 4 5 6) (25 26 27 28 29 30) (7 8 9 10 11 12) ( 20 21 ....) etc : dans ce cas la juxtaposition des n-uplets (1 2 3 4 5 6) et (7 8 9 10 11 12) doit être motivée par l'ordre, par la succession 6-7 dans N et non plus par la seule similitude visuelle des extrémités.

Une autre option pour que se pose la question de l'ordre pourrait être d'imaginer une organisation sociale différente, par exemple que chaque élève ne dispose que d'une partie des bandes à coordonner et qu'ainsi un travail d'anticipation soit nécessaire pour passer commande à un autre élève de la bande « suivante ».

A la suite du travail individuel de constitution de la bande numérique, une confrontation entre pairs est prévue dans la consigne : « Lorsque tu as fini, compare ta bande avec celle d'un autre enfant » (fiche élève p.64).

Différentes stratégies sont possibles lors de cette confrontation :

Comparaison directe des longueurs (ce qui ne peut garantir l'exactitude) ;

Comparaison terme à terme des graphies (ce qui permet de repérer les « lieux » de l'erreur) ;

Comparaison par l'intermédiaire de la suite orale des nombres (le caractère indirect de cette comparaison rendant difficile le repérage des erreurs).

La réalisation de cette bande, telle que proposée dans cette activité, pose des problèmes concrets que l'enseignant doit gérer, notamment :

Le découpage des bandes *horizontales* à partir du tableau partiellement ordonné de nombres peut s'avérer compliqué à ce niveau scolaire. Les bandes sont *a priori* complètes, il faut rompre avec l'usage d'étiquettes isolées ne comportant qu'un seul nombre.

Fabriquer la bande ne nécessite pas vraiment un support ou un système de languettes permettant de juxtaposer les différents « morceaux » antérieurement découpés puisqu'il y a toujours recouvrement des nombres et donc possibilité de recouvrement d'un segment de papier. Donner un support de papier/carton pour coller les différents segments facilite la réalisation de la bande finale demandée (c'est ce que feront les professeurs observés), reste à décider par l'enseignant si la bande donnée a (ou non) la longueur exacte nécessaire, c'est une variable qui ne sera pas négligeable dans la confrontation finale des bandes numériques entre pairs.

Il faut noter que si dans la fiche elle-même, les commentaires et prolongements sont relatifs à la seule « bande numérique », dans l'introduction du module 2, la « tâche de l'élève » dans l'activité « La débandade » est mentionnée ainsi : « ordonner des nombres en éliminant des nombres superflus ». Nous l'avons dit, dans les

conditions qui sont celles de la fiche «La débandade», la consigne « on ne doit voir qu'une seule fois chaque nombre» conduit à faire l'économie du travail des doublons, le choix des variables numériques entrave celui de l'ordre. Quelle intention du professeur peut alors motiver le choix de cette fiche ? Explicitement dans le fichier, cette activité est mise en lien avec un travail d' « observation des écritures des nombres et des régularités sur un plan plutôt intuitif », il ne s'agit pas encore, selon les commentaires, d'un travail systématique relatif à la numération. « Cette activité permet à l'élève de se construire des points d'appui pour la mémorisation de la suite des nombres ». La « bande numérique », correspondant au passage à l'écrit de la comptine numérique, sera ensuite le support de différentes activités mentionnées comme des prolongements possibles de la fiche.

Que disent les professeurs à propos de la fiche choisie ? Le commentaire de l'activité par PA est fait en termes d'actions à réaliser par les élèves : « (...) ça se chevauche, tu vois, ils doivent couper les bandes (...) ils doivent reconstruire la bande numérique mais en superpositions, en superposant les mêmes nombres (...) ils doivent coller dessus pour pouvoir continuer la bande numérique».

Dans cette partie de dialogue « spontané » entre deux professeurs en position de choix d'une activité commune, l'énumération des fiches abordées semble suffisante aux enseignants pour les informer de l'état des connaissances des élèves sans que se pose la question de la possibilité qu'il y a – ou non – de faire, à propos de cette nouvelle activité, un moment pertinent de l'enseignement pour l'avancée du temps didactique. Cette avancée du temps didactique est-elle un critère pour les professeurs ? On peut se le demander car PA déclare :

« (...) je trouve intéressant de leur donner une activité quasi similaire et de voir comment ils vont se l'approprier/ qu'est-ce que cela déclenche chez eux/ comment ils vont s'organiser ».

Cette activité à venir semble pensée non pas dans un processus d'enseignement mais comme une mise en action des élèves qui va permettre de recueillir des informations sur l'état de connaissance des élèves de la classe. L'intention des enseignants n'est donc pas, dans ce cas, de faire une leçon qui explore un champ nouveau. Cette position est initiée ou au moins confortée par le fait que PA et PB ne détectent pas la nouveauté de la situation proposée aux élèves quand on leur demande de constituer une « bande numérique » à partir de segments (non disjoints), même si, sur sollicitation du chercheur, il y a pour PB l'identification d'une certaine spécificité de cette fiche (repérée comme une difficulté) :

« (...) ce qui est nouveau c'est de les mettre les uns sur les autres/ ça ça va pas être évident [...] ils ont pas l'habitude qu'on leur mélange trois chiffres les mêmes »

PA acquiesce :

« oui le nœud il est là hein» et affirme : « c'est presque une consolidation de la notion abordée [la bande numérique]».

Tout se passe comme si la différence de *topos* entre professeur et élève n'était alors pas assez importante pour que PA et PB anticipent une vraie question mathématique à partir des éléments familiers que donne à voir la fiche. Il s'agit bien pour les professeurs d'une activité « de consolidation » relativement à la « bande numérique » déjà travaillée, en cela PA et PB sont tout à fait en conformité avec les instructions du fichier.

A ce stade de nos analyses, on pourrait se demander si la fiche « La débandade » justifie l'investissement d'un travail approfondi de ce qui se passe dans le travail conjoint des professeurs A et B à son propos. En effet, l'analyse *a priori* met déjà en évidence certaines déterminations du jeu telles qu'elles se manifestent dans la phase de construction du jeu. En effet, les textes officiels auxquels les professeurs se réfèrent, ne leur donnent pas d'indications utiles et suffisantes pour penser la tâche comme une situation mathématique distincte de celles déjà faites. Par ailleurs, les épistémologies professionnelles que ces professeurs ont élaborées ne leur permettent pas d'imaginer d'autres conditions pour créer l'enjeu mathématique que pourrait comporter la fiche. Pourquoi alors poursuivre l'enquête jusqu'aux gestes et techniques par lesquels les professeurs vont faire jouer le jeu ? En poursuivant notre intention de mise à l'épreuve du prototype de modèle de l'action conjointe, nous espérons, par ce biais, pouvoir rediscuter la portée des catégories du modèle, en soulevant –en écho aux analyses réalisées dans les classes de P1 et P2- quelques éléments d'articulation entre types de gestes et de techniques. Si, comme le laisse prévoir l'analyse *a priori*, l'enjeu porteur de la mésogénèse pourrait se révéler maigre au plan mathématique, le « comportement » du modèle à ce propos nous semble non négligeable : selon la nature du jeu que vont se donner, dans le vif de l'action, les instances humaines, quelles traces méso-, topo- et chronogénétiques allons-nous obtenir via le modèle ? C'est dans ce sens que nous entrons plus avant dans l'étude de l'action conjointe de la classe A à propos de « La débandade ».

### 3.2 *L'analyse de l'action conjointe dans la classe A*

Nous allons présenter le déroulement de la séance selon des grandes phases répertoriées à partir de la transcription des interactions filmées. En fonction des macro déplacements dans le « faire jouer le jeu » de « La débandade » et en lien avec l'analyse *a priori* qui permet de déceler le cœur de l'activité du point de vue de son organisation mathématique, nous pointerons quelques *événements remarquables* qui sont candidats à une analyse plus fine de l'action conjointe professeur-élèves lors de l'activité. Cette analyse sera menée sur des extraits de protocole, en nous appuyant sur le modèle exposé ci-dessus. Tout d'abord, nous nous centrerons particulièrement sur les aspects mésogénétiques en décrivant la *construction de la référence* lors des événements remarquables répertoriés. Nous montrerons également comment ces éléments mésogénétiques s'articulent à des *mouvements chronogénétiques et topogénétiques* dans la dynamique du contrat didactique. Au-delà des phénomènes propres à cette leçon, nous souhaitons engager un débat sur les modalités de catégorisation de la construction de référence par le professeur et les élèves. Ainsi, dans les propositions d'analyse que nous faisons ici, il se peut que certaines paraissent « forcer » les catégories du modèle dans sa forme actuelle. Cet exercice, dans le prolongement de celui engagé à propos de P1 pour « course à vingt », se conçoit donc comme une manière d'éprouver la robustesse du prototype.

### 3.2.1 Le synopsis de la séance gérée par le professeur A

Le tableau synoptique ci-dessous rassemble plusieurs strates d'informations. Par rapport à l'échelle du temps objectif (temps des horloges de la première colonne) : nous avons repéré dans le protocole, les grandes phases qui scandent le « faire jouer le jeu ». Compte tenu de la nature du jeu, ce sont des *tâches à accomplir par les élèves*, ainsi que les modalités de travail associées (collectif ou individuel) qui sont exprimées. Dans la dernière colonne, sont sélectionnés des événements qualifiés de remarquables car ils sont potentiellement porteurs d'enjeux que nous avons identifiés lors de l'analyse *a priori*. La colonne « Faire jouer le jeu : étapes de l'activité » fait état des tours de parole ou plus généralement des tours d'action<sup>24</sup>, emblématiques de ces événements (ou d'un résumé de ceux-ci).

Synopsis de la séance gérée par PA

minutes	Modalités travail	Faire jouer le jeu : étapes de l'activité	Événements remarquables
0-6	collectif	Consigne + rappel sur BN + organisation pratique PA : « fabrique une bande numérique à partir de ces sept morceaux (...) elle commence par un (...) elle se termine par trente (...) on doit voir qu'une seule fois chaque nombre »	Désignation du problème (étape 1)
7-15	Individuel	Tâche 1 : découper les bandes sur les pointillés	Régulation sur la production de MAT (1) (étape 2)
16-28		Tâche 2 : composer une bande numérique en supprimant les doublons PA à Mat : « vérifie ta bande numérique c'que j'te propose/ c'est de vérifier ta comptine numérique et de compter en même temps dans ta tête/ de te la réciter// pour voir si ça correspond à ce que tu as/ classé » Mat : noter les doublons => E : « ça servirait à quoi d'noter sur un papier » Mat : cacher les doublons (superposition)	
28-36		Tâche 3 : vérifier la BN avant de coller les morceaux	
37-41	Collectif	"Mise en commun" PA : « qu'est ce qui était difficile dans ce travail » Ilé : « y avait les mêmes numéros/ après/ on savait pas comment/ on pouvait faire pour les cacher » 3 techniques : superposer, couper, plier => E admet la 1ère). E (pour la 3ème) : « c'était pas c'qu'on avait dit », mais admet cette technique.	Les « techniques » possibles pour supprimer les doublons (étape 3)
41-46	Individuel	Tâche 4 : Terminer le collage	

24. Nous considérons que les interactions sont faites de « gestes » à la fois verbaux et physiques qui peuvent se combiner ou émerger indépendamment. Les protocoles, en tant que textes de l'action font donc état des échanges verbaux mais également, des manipulations, déplacements, pointages...etc. qui sont repérables sur les bandes vidéo et qui participent de façon significative au cours de l'action didactique.

Le synopsis met clairement en évidence trois grandes étapes qui peuvent être désignées comme autant de jeux au sens de Sensevy : la lecture par PA de la consigne de la fiche avec le renvoi mnémorique à la bande numérique, la constitution matérielle de la bande (tâches 1 à 3) et une « mise en commun » des difficultés et des techniques matérielles utilisées pour faire la bande. La séance se termine par le travail concret de collage des morceaux. La tâche, au sens large, répond parfaitement à la consigne « on ne doit voir qu'une seule fois chaque nombre ».

Dans ce déroulement il est possible d'isoler quelques événements qui méritent un détour plus fin d'analyse :

La présentation de la fiche « La débandade » (min 0 à 6) se fait sur le mode du cours dialogué, où PA distille la consigne par une lecture entrecoupée de questions comme pour s'assurer qu'un maximum d'élèves a compris le sens de chaque segment d'énoncé. Ainsi l'objet physique « bande numérique »<sup>25</sup> (dans la suite, notée BN) est re-situé dans l'affichage de la classe et, les élèves ayant préalablement travaillé avec l'autre enseignante intervenant dans la classe<sup>26</sup>, PA se doit de modifier le contrat didactique à propos de ce matériel, pour ne pas refaire la même chose. Elle pose donc comme condition expresse de ne travailler qu'avec les sept morceaux de bande numérique, selon les indications données par la consigne, sans avoir la possibilité de séparer les cases individuelles. La consigne, telle qu'elle est présentée sur la fiche, explicite, nous l'avons déjà précisé, qu'« on ne doit voir qu'une seule fois chaque nombre ». Le problème est ainsi posé, il appartient dès lors aux élèves de reconstruire la bande numérique en rassemblant judicieusement les sept morceaux et en éliminant les nombres-doublons. Cet épisode relatif à la *définition du problème* (min 2-4) nous semble être le premier candidat potentiel pour étudier la manière dont le professeur engage les élèves dans le jeu, soit les prémisses de la construction de la référence de la séance en question.

La description des tâches auxquelles sont confrontés les élèves par la suite, montre que les aspects pratiques de découpage et de collage occupent un volume non-négligeable dans le déroulement de la séance. Dans la succession des tâches observées, aux minutes 16-28, la composition de la bande numérique, une fois les sept morceaux découpés, constitue le cœur de l'activité puisque les élèves sont alors confrontés au rangement des sept morceaux et à la présence des doublons qu'il s'agit d'éliminer. Les difficultés à traiter les nombres qui apparaissent deux fois amènent PA à procéder à des régulations individualisées avec certains élèves dès le début de la phase de mise en ordre (tâche 2), et ce de manière répétitive jusqu'à ce que tous les élèves aient vérifié (et corrigé) leurs productions (tâche 3). En regard de ces constats, nous avons donc sélectionné comme candidat à l'étude fine de l'action

25. Cette « bande » de 1 à 50 est, du reste, composée de trois morceaux placés l'un sous l'autre. L'image ne permet pas de le voir précisément, mais il semble que la première va de 1 à 20, la deuxième de 21 à 40 et la dernière de 41 à 50.

26. La classe est sous la responsabilité de deux enseignantes, chacune présente à mi-temps : la première bande numérique a été construite avec l'autre enseignante.

conjointe du professeur et des élèves, un épisode didactique qui concerne un élève (MAT), dont la production fait l'objet de *deux moments de régulation* de la part de PA, à quelques minutes d'intervalle (min 16-18 et min 25-27). Cet épisode devrait être, entre autres, un lieu d'enquête sur ce qui oriente le projet de PA, en examinant finement les caractéristiques de la suite numérique utilisées pour réguler.

Pour finir, nous prolongerons l'enquête dans la phase de « mise en commun » collective : allons-nous trouver des traces d'*institutionnalisation* des dimensions essentielles (du point de vue de l'enseignante) de l'activité qui s'est déroulée ? La référence construite va-t-elle être rappelée ici, voire établie une fois pour toutes, au cas où certains élèves ne l'avaient pas encore admise ? En effet, quelques élèves n'ont pas encore terminé leur travail (il sera poursuivi dans les dernières minutes de la séance observée) et cette mise en commun collective intervient pour ceux-ci comme une régulation intermédiaire commune.

### 3.2.2 Analyse d'événements remarquables dans l'action conjointe de PA et de ses élèves

Cette partie de l'analyse reprend, en mettant à l'épreuve, la catégorisation des genèses (méso, chrono et topo) dans l'interaction didactique. Comme pour « course à vingt » nous ne citerons ici que les éléments saillants du codage que nous avons réalisé sur l'ensemble des événements choisis (étapes 1, 2 et 3 dans la suite). Par la suite nous reprendrons ces catégories afin de les relier entre elles et d'en tirer un certain nombre de conclusions, à la fois sur les phénomènes qui se produisent dans cette séance, mais aussi et surtout, concernant les possibles et limites du modèle.

#### 3.2.2.1 Les prémisses d'une référence dans la phase de désignation du problème

Etape 1 : min 1-4

Tout d'abord, la lecture par l'enseignante de la première phrase de la consigne (voir extrait 1 ci-dessous) « fabrique une bande numérique à partir de ces sept morceaux » introduit *deux objets du dispositif* (OD 1.1) qui sont « bande numérique » et « sept morceaux » pris dans une règle d'action prescrite de l'ordre du faire (RA 2.1). Ensuite, un ensemble de gestes de désignation verbaux tels que la question « qu'est ce que c'est qu'une bande numérique ? » ou l'évocation d'une action passée « on l'avait déjà fabriquée ensemble vous vous souvenez » mais aussi des gestes physiques, lorsque PA désigne la bande numérique dans l'affichage de la classe, cherchent à donner une épaisseur à cet objet. Il s'agit de montrer que c'est bien de cet objet dont il va être question, mais il sera pris, cette fois-ci, dans un enjeu différent formalisé à la minute 2, avec l'insistance sur la présence de l'objet « sept morceaux » (reprise de OD 1.1, plus loin dans le protocole). Le recours à la *mémoire didactique* collective (Chrono 1.1) convoquant implicitement un rapport normé par les institutionnalisations précédentes, fait penser que, du point de vue de PA, il n'y a pas lieu de s'appesantir sur les présupposés mathématiques de la

bande numérique. PA peut donc se satisfaire de la réponse de l'élève ILE, réponse que nous pouvons classer comme *trait pertinent* par rapport aux attentes du contrat identifiées par l'élève ainsi que par rapport aux attentes de l'enseignante (TP 3.3 / contrat El & attentes PA).

### Extrait 1

<p>(...) PA : alors moi j'vais vous donner ce matin <u>une nouvelle consigne</u>// écoutez bien ↓ /// fabrique <b>une bande</b> numérique à partir de ces sept morceaux/ qu'est-ce que c'est qu'une bande numérique// Ile↓ Ile : c'est c'te/ euh <u>C'EST UNE GRANDE EUH FEUILLE EN CARTON ET/</u> on peut/ et <u>DESSUS ON COLLE DES NUMÉROS</u> PA : d'accord↓ / .....</p>	<p>OD 1.1 + RA 2.1 OD 1.1 TP 3.3 / contrat El</p>	<p>Topo 2.3 Chrono 1.1</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	--------------------------------

Importance ensuite de l'objet « sept morceaux » (voir extrait 2) est marquée par de nombreux *gestes de désignation* à l'initiative de PA (notamment le parcours du doigt, à plusieurs reprises, sur les sept morceaux horizontaux) et imbriqué dans des *règles d'action* destinées à préparer le matériau de travail, telles que « on va découper pour avoir sept morceaux », « si on découpe sur les pointillés on va avoir (...) sept morceaux », « pour avoir ces sept morceaux je vais devoir faire quoi ». Ces formes d'insistance de la part de PA *accompagnent* le repérage des nouvelles exigences (Topo1.1). Elles répondent à la nécessité chronogénétique de travailler à la différenciation du problème que PA souhaite poser par rapport à ce que les élèves ont déjà fait précédemment à propos de « la bande numérique », à savoir, découper chaque nombre séparément et reconstituer la bande de 1 à 30. Dans tous les cas, l'association *d'objets du dispositif* tels que « sept morceaux » (OD 1.1 verbal & physique), « les petits points » (OD 1.1 verbal & physique), « les grands traits » (OD 1.1 verbal & physique), et la *règle d'action* (RA 2.1) « découper » ne désigne rien d'autre que des tâches à enjeu strictement pratique et organisationnel. Si PA avait voulu éviter cette phase de travail, elle aurait tout aussi bien pu découper elle-même les sept bandes et les donner aux élèves pour qu'ils traitent le problème de reconstruction de la bande numérique.

### Extrait 2

<p>(...) PA : voilà// d'accord/ alors y nous ont un p'tit peu compliqué l'travail/ <u>on va découper sur les petits points (montre du doigt les pointillés sur la FE)/les pointillés</u> et pas <u>sur les grands traits (fait des gestes verticaux de la main sur la FE)</u>// d'accord↑ alors si on découpe <u>sur les pointillés</u> on va avoir (passe avec le doigt sur chaque ligne de la FE pour indiquer le nombre de morceaux) un deux trois quatre cinq six <u>sept morceaux</u>// <u>vous les voyez vos sept morceaux</u> ↑ Els : oui PA : d'accord (...)</p>	<p>OD 1.1 + RA 2.1 OD 1.1  Reprise OD 1.1</p>	<p>Topo 1.1  Chrono 1.4</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------	-------------------------------------

La dernière partie de la désignation du problème (voir extrait 3), à partir de la minute 3, est le moment où PA, consigne à l'appui, va diffuser deux caractéristiques de la bande numérique qu'elle souhaite faire faire aux élèves. D'une part, la désignation des bornes de la bande numérique avec les *objets* « commence par un » (OD 1.1 verbal) et « se termine par trente » (OD 1.1 verbal), renforcée par la reprise d'un *trait pertinent* « trois et zéro » (TP 3.3 / écriture math) venant d'un élève et permettant d'identifier graphiquement le nombre « trente » (OD 2.1 verbal & symbolique), vient donner des éléments d'entrée et d'indices de fin de l'activité, par *anticipation* (Chrono 1.5). Il faut noter l'adéquation de cet élève à la nature des objets du moment lorsqu'il dit « trois zéro » ; il s'agit bien de dire l'écriture en chiffres du mot-nombre « trente » et ceci bien que la question de PA dise : « trente c'est combien ? ». Le contrat s'oriente vers un travail de reconnaissance graphique (TP 3.3 / écriture math / contrat El/ enseignant).

Extrait 3

(...) PA : (...) d'accord/ une fois qu'j'ai mes sept morceaux/ on me dit// que <u>cette bande va commencer par un (fait un geste pour représenter à sa gauche un nombre imaginaire qui signifie le début de la BN)// et se terminer par/</u> <b>trente</b> El : <u>trente c'est combien</u> ↑ PA: trente c'est combien trente Els : <u>TROIS ET ZÉRO</u> PA: <u>trois et zéro</u> / d'accord (...)	OD 1.1  OD 1.1  TP 3.3 / écriture math / contrat El devient OD 2.1	Topo 1.1    Chrono 1.5
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------

Par la suite, la phrase de la consigne lue par PA (« on ne doit voir qu'une seule fois chaque nombre ») (voir extrait 4) est le moyen de confirmer le statut des objets (nombres écrits) et de désigner aux élèves une contrainte du problème : « des fois y en a deux les mêmes » (TP 3.3 / contrat El). Le polylogue prend la forme de trilogie entre PA et l'élève ILE devant le reste de la classe. On peut noter que la déclaration : « on ne doit voir qu'une seule fois chaque nombre » est à la fois un *objet du dispositif* désigné par PA (OD 1.1 verbal), une *règle d'action* définie par la consigne (RA 2.1), mais aussi un *trait pertinent de la situation mathématique* (TP 3.1 / Sit. Math.) qui consiste à ordonner des nombres selon une suite croissante ou décroissante (ce qui est différent de ranger des collections, pour lesquelles *a priori*, on n'a pas d'ordre strict). Pourtant, cette possible situation mathématique n'est pas mobilisée, au profit d'une orientation de l'action sous forme de « tâche à faire » dans le dernier tour de parole de PA. Puisque la consigne dit qu'il ne faut qu'une fois chaque nombre et qu'on peut voir que « des fois y en a deux les mêmes » (TP 3.3 / contrat El qui devient OD), l'élève repère dans les objets du dispositif, le trait pertinent avec lequel il va falloir « se débrouiller ».

Extrait 4

(...) PA : <u>trente</u> // ON-NE-DOIT-VOIR/ QU'UNE-SEULE-FOIS/ CHAQUE/ NOMBRE/ pourquoi on nous dit ça// pourquoi on nous dit qu'on doit voir qu'une seule fois chaque nombre// oui [Ile]	OD 1.1 + RA 2.1 + TP /Sit Math	Topo 1.1
Ile : <u>PARCE QUE DES/ DES FOIS Y EN A DEUX LES MÊMES</u> PA : ah <u>des fois y en a deux les mêmes</u> ../ alors on va devoir se débrouiller/ et ça c'est justement <u>le problème de c'matin</u>	TP 3.3 /contrat El devient OD RA 2.1 OD 1.1	Chrono 1.6 Chrono 1.4
(...)		

Pour conclure l'analyse de cette première étape, nous dirons que la manière de définir le problème aux élèves passe par la désignation d'un objet de savoir ancien (bande numérique), qui vient s'insérer dans un dispositif nouveau (sept bandes, parfois deux fois le même nombre) et pour lequel il va falloir déterminer des *règles d'action* qui satisfassent d'une part les nouvelles contraintes et d'autre part ce que les élèves sont censés savoir de la bande numérique (ordre et unicité des nombres) dans le cadre d'une tâche. On a donc une alternance de techniques chronogénétiques qui font appel à la *mémoire didactique* (Chrono 1.1) et d'autres qui font état d'*anticipations et d'orientations possibles de l'action* (Chrono 1.4 & 1.5). Plus précisément, on peut distinguer trois phases dans ce processus de sémiotisation (au sens de Schneuwly, 2000) qui consiste à rendre présent un enjeu d'apprentissage dans un ensemble de matériaux en pointant des composantes anciennes dont il s'agira de se saisir, partiellement, pour réaliser la nouvelle tâche. La technique globale de PA consiste donc, à partir d'un objet supposé connu, à définir précisément un nouveau dispositif et à diffuser elle-même un des *traits pertinents* relatifs à l'organisation mathématique de la bande numérique, existant dans la consigne de la fiche (on ne peut avoir qu'une seule fois le même nombre), mais sans pour autant le relier à sa raison d'être mathématique. Dès l'introduction et comme nous l'avions supposé à la lumière de l'analyse *a priori* incluant la séance collective de « construction du jeu », il semble que la possibilité d'organiser la rencontre avec la situation mathématique sous-jacente à la fiche, n'est pas de mise.

Sur le plan du fonctionnement du modèle, on constate que les éléments méso-génétiques qui apparaissent dans l'interaction sont majoritairement portés par le professeur depuis une *position topogénétique surplombante* (Topo 2.3) ou d'*accompagnement* (Topo 1.1) dans certains cas. Les objets de la mesogénèse se superposent à ceux de la chronogénèse (voir gestion des temporalités). La co-construction ne s'enracine que dans des éléments de décodage d'attentes contractuelles via la rediffusion, par quelques élèves, d'objets ou de *traits pertinents*, dont PA a favorisé l'émergence.

### 3.2.2.2 Le devenir de la référence dans la régulation des productions d'élèves

Etape 2 : min 17-18 et 25-27

Au cours de l'événement où PA visite l'élève MAT dont la bande numérique comporte des doublons, on a affaire à de nombreuses relances (Chrono 1.4 et 1.7) fondées sur des re-désignations des objets du dispositif (OD 1.1), des règles d'actions (RA 2.1) et traits pertinents par rapport à la définition de la bande numérique (TP 3.1).

La bande numérique de MAT<sup>27</sup>

1/2/3/4/5/6	7/1/2/3/4/	11/12/13/14/15	13/14/15/17/18	18/19/20/21/22/2	22/23/24/25/26/2	25/26/27/28/29/3
-------------	------------	----------------	----------------	------------------	------------------	------------------

Dans un premier temps, PA introduit « la comptine numérique » (voir extrait 5) comme moyen de vérifier la bande numérique ce qui est un *objet constitutif du dispositif* (OD1.1) mais est aussi un trait pertinent (TP 3.1 /Sit Math) par rapport à la possibilité de réaliser une correspondance terme à terme. On observe à ce moment là une imbrication entre *objet du dispositif*, *trait pertinent* et proposition de *règles d'action* (TP2.1) (telles que « compter en même temps », « réciter ») de nature à *générer une technique* à même de permettre la vérification de la part de l'élève MAT.

#### Extrait 5

(...) PA : Mathieu / dans ta bande numérique/ <b>ON NE DOIT PAS VOIR APPARAÎTRE DEUX FOIS/ LE MÊME CHIFFRE/</b> est-ce que tu as vérifié Mat : non PA: alors <b>vérifie ta bande numérique</b> Mat : ( <b>vérifie sa BN</b> ) ( <i>arrivée à quinze, la BN reprend à treize quatorze etc.</i> ) PA : c'que j'te propose/ c'est de vérifier <b>TA COMPTINE NUMÉRIQUE</b> et de <b>COMPTE EN MÊME TEMPS</b> dans ta tête/ de <b>TE LA RÉCITER//</b> pour voir si ça correspond à <b>ce que tu as/ classé//</b> ok (26sec)	Reprise OD 1.1 / RA 2.1 / TP 3.1  RA 2.1  OD 1.1 & TP 3.1 /sit math +RA 2.1 Reprise TP 3.1 + RA 2.1	Topo 2.3    Chrono 1.4& 1.7
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------

Comment l'élève peut-il s'emparer de cette technique pour éliminer les doublons ? L'élève MAT rappelle PA quelques minutes après avec une proposition de notation des nombres sur une feuille à part. PA n'y reconnaît pas une issue possible et le détourne de ce projet au profit d'une co-construction d'une *règle d'action* qui relève de sa technique à elle, et qu'elle cherche à faire découvrir à l'élève au prix d'une stagnation du temps didactique. A la suite de nombreuses relances du type « qu'est ce qu'on pourrait faire / sans découper / pour que cette bande soit correcte / pour qu'on ne voie plus deux fois les mêmes chiffres » (chrono 1.4 et 1.7), MAT finit par comprendre

27. Au début, MAT a découpé et a exclu les nombres qui se répétaient, ce que l'enseignante a interdit assez vite après la mise en route de l'activité. La BN est donc juste jusqu'à quinze, mais ensuite, MAT a posé le sixième morceau. La BN reprend à treize après quinze. Ensuite, deux dix-huit sont côte à côte. Arrivé à vingt-trois, la BN reprend à vingt-deux, ce qui correspond aux morceaux sept et quatre de la fiche à découper, posés côte à côte. Idem à partir de vingt-sept, la BN reprend à vingt-cinq, les morceaux quatre et deux ont été posés l'un après l'autre.

où PA veut en venir, c'est à dire superposer les doublons (voir extrait 6). Rappelons que l'élève MAT (comme tous les autres élèves observés d'ailleurs) n'a pas fait d'erreurs dans le placement des bandes car globalement sa bande numérique va croissant. Son problème est, apparemment, purement pratique car il est confronté à des nombres qui apparaissent deux fois et à l'impossibilité de découper pour éliminer les doublons selon le contrat défini par PA (TnonP (3.3) / projet PA). En effet, selon PA, le découpage est un *trait non pertinent* pour le traitement du problème. C'est donc par une sorte de devinette de l'intention de PA que MAT aboutit à une forme de *trait pertinent* -« y cacher » - (TP 3.3 / projet PA), qui n'engage l'élève que dans une manipulation matérielle.

Dans ces conditions, comment identifier des éléments de chronogénèse ? Du point de vue topogénétique, c'est PA qui garde la haute main (*position surplombante* : Topo 2.3) sur l'émergence d'une technique de manipulation des objets matériels du dispositif (faire coulisser les bandes pour que les doublons se superposent). Dans cette perspective, *les traits pertinents ou non pertinents* dégagés ne le sont que par rapport au projet que s'est donné PA, et non plus par rapport à un quelconque savoir mathématique. Ayant montré cela, autant dire que le problème mathématique est officiellement évacué en reconduisant l'activité à un travail technique de superposition plutôt que de découpage<sup>28</sup>. Les *traits pertinents* qui émanent du projet de PA n'engagent que des *règles d'actions sur des objets (matériels) du dispositif* (TP (3.3) / projet PA => RA (2.2) + OD (matériel). Faute de s'engager dans un travail mathématique sur des segments (sous-ensembles discrets et bornés du segment [1,30]), la classe revient à un travail sur les unités en tant que succession de nombres dont la reconstitution en un tout de 1 à 30 peut, par la matérialité même des bandes, être traité sans rien connaître à la suite des nombres écrits. C'est alors un recul (ou du moins un sur-place) chronogénétique qui serait en jeu.

Extrait 6

<p>(...) PA: non ↑/// qu'est-ce que tu as fais là avec ton dix (<i>désigné</i> <i>«10» posé à part de la BN</i>) Mat : mmh// je l'ai enlevé ↑ PA : tu l'as enlevé↑// et comment est-ce qu'on pourrait faire pour que/ LES CHIFFRES QUI SONT À DOUBLE N'APPARAISSENT QU'UNE FOIS (5sec) si on/ peut pas couper/ qu'est ce qu'on pourrait faire d'autre Mat : mmh Y CACHER PA : ah ah/ comment est-ce qu'on pourrait y cacher Mat : BEN EN METTANT EUH L'AUTRE EUH/ EUH DESSUS ↑ PA : tu peux me montrer↑ Mat : mm (6sec) (<i>HÉSITE PUIS SUPERPOSE LES DEUX DIX-HUIT QUI SE RÉPÉTAIENT HÉSITE ENCORE EN REGARDANT SA BN</i>) PA : mm mm ↑ (8sec) Mat : (<i>SUPERPOSE LES VINGT-DEUX ET VINGT-TROIS QUI SE RÉPÉTAIENT HÉSITE PUIS SUPERPOSE AUSSI LES VINGT-CINQ VINGT-SIX ET VINGT-SEPT QUI SE RÉPÉTAIENT</i>) (...)</p>	<p>OD 1.1 + RA 2.2 TnonP 3.3 /projet PA</p> <p>OD 1.1 + TP 3.1 + RA 2.2</p> <p>TP 3.3 / projet PA devient RA 2.2 sur OD (matériel)</p> <p>TP 3.3 / projet PA +RA 2.2 sur OD (matériel)</p>	<p>Topo 2.3 Absence Chrono</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------

28. A noter que Mathieu, lorsqu'il recouvre les nombres 22 et 23, déplace la bande correspondante et par-là même re-découvre 17 et 18 «cachés» préalablement : toute la bande doit donc être re-vérifiée à chaque déplacement pour cacher l'un des segments.

Du point de vue du modèle, la catégorisation devient très difficile en l'absence d'épaisseur pour les objets auxquels on a à faire. Tout ce passe comme si certaines catégories, comme la chronogenèse ne permettaient plus de catégoriser les interactions. En l'absence d'objets de savoir patents, peut-on encore affirmer que ces interactions sont le siège d'une chronogenèse ? Si l'on s'en remet à l'une des définitions princeps de ce processus (Chevallard 1991), soit la gestion du texte du savoir par l'enseignant, rien n'est moins sûr. On constate qu'il reste bien évidemment des éléments de mésogenèse qui médiatisent la communication entre l'enseignante et l'élève, mais leur portée didactique devient discutable.

### 3.2.2.3 Le bilan de la séance avec le collectif classe

Etape 3 : min 37-41

Lorsque la plupart des élèves ont terminé, et ont reçu une correction individualisée de PA, une « mise en commun » est faite. Elle consiste, d'une part et sous forme de trilogue, à établir «ce qui était difficile dans ce travail» (l'échange est possible grâce à l'élève ILE qui résume les enjeux qu'il a identifiés : »y avait les mêmes numéros/ après/ on savait pas comment/ on pouvait faire pour les cacher» ; TP 3.3/ contrat El), et d'autre part à faire dire aux élèves quelles étaient les techniques admises. Quatre techniques sont alors évoquées : «mettre dessus» (élève CYN), technique reformulée par PA sous la forme «**elle** elle a choisi de les mettre/ **par-dessus** ↓/» (TP 3.3 / projet PA); «mettre dessous» (élève ILE) qui est une variante de la précédente ; «couper», énoncée par PA qui rappelle encore une fois que cette technique n'était pas admise (TnonP 3.1 / projet PA) ; «plier» (élèves CYN et DIA), reformulée par PA sous la forme «donc toi tu as plié les chiffres qui revenaient deux fois/ tu les a pliés pour que ça ce...ce soit bien l'un a côté de l'autre et qu' ça continue la suite numérique était bien dans l'ordre ↓//» (TP 3.3 / projet PA). A noter que la proposition de MAT (noter sur un papier à part) et celle de MAR (superposer en changeant de direction, tel un domino) ne sont pas reprises lors de cette mise en commun.

Du point de vue de la référence, on peut donc constater que seuls des traits pertinents dépendant des attentes de PA et des effets contractuels qui en découlent font l'objet d'une forme d'institutionnalisation. Les « techniques » de collage et pliage pour éviter les doublons sans découper sont représentatives de ce qui s'est construit durant cette séance. A aucun moment, en effet, les caractéristiques *numériques* de la bande ou la différence entre l'ordre et l'ordre strict ou l'unicité du nombre comme écriture chiffrée pour désigner l'ensemble de collections équipotentes, ne sont évoquées dans cette partie de la séance.

## 3.3 Conclusions sur l'analyse de l'action conjointe dans la classe A

Nous l'avons vu : ce qui advient dans la classe A à l'occasion du travail de la fiche « La débandade » a une parenté avec les phénomènes didactiques observés à propos de la situation « Course à vingt » dans la classe de P2. Dans les deux cas, les professeurs « retiennent » la classe dans un milieu du « faire ». C'est donc bien

face à une « tâche » que les élèves sont placés, une tâche dont les caractéristiques matérielles prennent le dessus sur un milieu d'action mathématique. Et pourtant, le projet de MAT de noter sur une feuille les doublons aurait pu donner lieu à un travail d'un autre ordre : mais le trait n'a pas été jugé pertinent par PA, une situation mathématique n'a donc pas été posée officiellement. Qu'a fait MAT de son intuition ? Impossible de le savoir d'après nos traces. Comme pour P2, en termes topogénétiques, seule une *posture surplombante* permet à PA de « tenir » la fabrication matérielle de la bande numérique, une bande dont le statut cognitif pourrait être réduit au copiage de la bande affichée au TN ou alors la constitution d'une suite de « choses écrites » (les nombres) sur des carrés en évitant la répétition de certaines formes (les écritures identiques) mais sans aucunement se poser de questions sur le sens de cet ordre du point de vue mathématique et plus particulièrement sur des constats du type : « le 10 est celui qui vient tout de suite après le 9 mais aussi celui qui vient juste avant le 11 ». Le seul moyen de « contrôle » que propose PA est la correspondance terme à terme entre la suite des nombres sur la bande et la récitation de la comptine, ce qui reconduit la tâche aux versions précédentes du travail sur la bande numérique. Pour certains élèves cette tâche aurait pu être du même ordre que celle relative à la reconstitution d'un texte, à partir de phrases qui se suivent avec des bouts répétés et qu'il faudrait éliminer pour avoir un texte « correct » (sans doublons !). Nous retrouvons là des aspects de la fiche tels qu'analysés *a priori*. Dans ce cas les élèves auraient même pu réaliser la tâche sur la base de textes découpés - et écrits dans une langue étrangère inconnue - en se donnant les moyens de repérer les bouts identiques au plan du graphisme.

#### **4. Conclusions provisoires sur la robustesse du modèle**

Que dire, alors, de l'action conjointe et du modèle construit pour rendre compte de la dynamique de la co-construction d'un monde didactique entre enseignant et élèves ?

Toute interaction sociale fait appel à des objets de médiation. Or, le modèle permet effectivement de rendre compte de l'émergence de ces objets autour et grâce auxquels les partenaires tentent de décoder les intentions de l'autre. Sous couvert d'institutions à vocation d'enseignement et d'étude, les élèves de 1P ont déjà appris à chercher des indices d'attentes du côté du professeur. Leur décodage est la condition d'un travail d'institution réussi : « je fais comme veut la maîtresse comme ça elle est contente » pourrait dire l'élève qui veut coïncider avec l'institution. Selon le modèle, l'identification de *traits pertinents* est l'occasion d'attribuer un statut aux objets. A ce propos, force est d'admettre que selon l'interprétation de la situation/tâche de la part du professeur, le type de rapport attendu aux objets et partant la nature des *traits pertinents* attribués à l'action sur ces objets varie grandement. Si la situation est porteuse d'enjeux mathématiques et si le professeur parvient à en faire dévolution aux élèves, le rapport aux objets au cours de l'agir peut mettre en exergue des traits pertinents de l'action au plan mathématique ; mais si le jeu est un enchaînement de gestes pour fabriquer un matériau non questionné au plan mathématique, les traits

pertinents sont d'une autre nature. Ils concernent, nous l'avons vu, l'adéquation de l'agir de l'élève dans la fabrication du produit attendu. Quant aux *règles d'action* elles sont sensibles aux mécanismes de définition du « problème » à gérer en commun.

L'analyse *a priori* s'avère une condition nécessaire pour anticiper les possibles systèmes d'objets et partant, les possibilités qu'émerge une situation mathématique du système de tâches proposé. S'il s'agit de « faire » une tâche, en suivant une marche à suivre précise et prévue par l'enseignant, il n'y a donc aucune raison qu'émergent des situations de formulation et de validation. Les *règles d'action* sont portées par le professeur en *position surplombante* et les *traits pertinents* sont pilotés « par le haut » du *topos* professoral. Dans ce régime de fonctionnement « didactique », pas de place pour le débat contradictoire (Fluckiger, 2004) sous la responsabilité d'élèves qui s'engageraient à soutenir tels traits jugés pertinents. L'élève chronogène est, lui aussi, autrement définissable selon que la situation lui attribue la fonction de porter l'enjeu épistémologique dans l'avancement de la connaissance effective de la classe ou si son rôle d'élève « chronogène » correspond à une posture de « bon décodeur » des attentes sociales de l'enseignant lors de l'exécution matérielle de la bande numérique.

En l'état d'avancement de nos analyses et compte tenu du fait que nous sommes ici face à des données relatives à des unités didactiques courtes (le temps d'une séance institutionnelle de 45-50 minutes), nous constatons que :

Une situation mathématiquement dense (ex « course à vingt ») ne peut produire des effets didactiques significatifs que si l'action professorale opère les changements de jeux du contrat conformément aux milieux (d'action, formulation, validation). C'est alors le changement de jeu qui va permettre aux élèves d'assumer des responsabilités fortes dans le *pointage des dimensions essentielles* (au sens de la double sémiotisation) et dans le débat de preuve. Ceci semble peu compatible avec une position surplombante systématique du professeur.

Une situation (quasi) vidée de son contenu mathématique au profit d'un travail d'exécution matériel (la fabrication de la bande portant la suite des nombres jusqu'à 30 en éliminant les doublons) permet de décrire les ajustements de l'agir (au plan des divers objets matériels et verbaux) sous le contrôle du professeur qui régit l'exécution d'une tâche sans composantes notionnelles nouvelles.

Une étude dynamique de l'action conjointe permet de pointer le statut fondamentalement différent des objets constitutifs de la référence. C'est alors, dans le même mouvement, la nature du rapport à ces objets – que l'agir a permis d'établir – qui est mise en évidence.

Selon les *topos* des différents élèves et en fonction de l'avancement chronogénétique, il est possible, parfois, de repérer des zones d'adidacticité<sup>29</sup> (au sens de Mercier,

29. Selon Mercier, l'élève se trouverait dans des conditions d'adidacticité lorsqu'il rencontre l'opportunité d'établir un rapport nouveau de connaissance à des objets et ceci bien que l'enseignant n'ait pas expressément construit un dispositif didactique à cet effet. Contrairement aux situations adidactiques de la théorie des situations de Guy Brousseau, on peut considérer que les occasions d'adidacticité se présentent aux élèves en dehors de toute intentionnalité professorale. L'étude du didactique ordinaire

1997) que tentent de se donner certains élèves « contre » le (ou dans les interstices du) projet d'enseignement du professeur (cf l'exemple de MAT qui proposait de garder trace des doublons par une notation écrite).

Le modèle contribue alors, nous semble-t-il, à permettre une articulation entre l'étude des tâches et celles des possibles situations dans le cas du didactique ordinaire. Face au constat, relativement fréquent dans les études sur des séances isolées, d'une dé-mathématisation des situations ordinaires au profit d'activités sociales dont la portée dans un programme d'enseignement des mathématiques n'a nullement été étudiée à ce jour, le modèle de l'action conjointe pourrait-il contribuer à penser les conditions d'une re-mathématisation de certaines tâches ?

Tel que mis au travail dans la version actuelle, le modèle montre d'emblée deux limites majeures : l'unité « séance » est trop petite pour tirer des conclusions sur un éventuel processus général de dé-mathématisation des tâches ; il ne suffit pas de s'en tenir au « faire jouer le jeu » et à la « construction du jeu » et il va falloir intégrer, aussi, les « déterminations du jeu » au sens de Sensevy (dans cet ouvrage). Ceci dit, nous nous méfions d'un mouvement générique vers ces strates de détermination qui ne se donnerait pas les moyens d'éprouver, finement, les co-déterminations à l'œuvre lorsqu'il s'agit de « faire jouer le jeu ». Comprendre comment professeur et élèves peuvent se faire acteurs d'un processus d'action conjointe en tirant profit de la succession d'expériences d'agentivité *stricto sensu*, ramène les chercheurs que nous sommes à une remise sur le métier des gestes et techniques méso- topo- et chronogénétiques pour en saisir l'articulation au gré des objets et des enjeux. Nous ne faisons que poursuivre, en tenant compte désormais de l'important travail théorique des collègues comparatistes et de tous ceux qui, en didactique, s'intéressent à la construction de la référence pour enseigner et apprendre, la question des jeux et des enjeux de la relation didactique qui nous avait déjà mobilisés dans les années 1980 (Schubauer-Leoni, 1986).

Le chemin est tracé mais beaucoup reste à faire pour que le modèle soit rendu opérationnel et légitimement robuste pour traiter non seulement des mathématiques enseignées dans des classes ordinaires mais aussi d'autres objets. Par le biais de l'élaboration d'un modèle de l'action conjointe, c'est l'ensemble de l'édifice théorique du champ qui est revisité. La question relative à « qu'est-ce qu'un savoir ? » et la place des « savoirs » en tant qu'enjeu d'enseignement et d'apprentissage revient dès lors avec force. Dans ce chapitre portant sur des connaissances mathématiques de l'école élémentaire, nous rencontrons des phénomènes que nous désignons en termes de « démathématisation/remathématisation » de l'action conjointe. Il s'agit certes de s'en préoccuper pour que l'Ecole continue d'assurer sa fonction de diffusion des savoirs que la société lui confie et partant l'émancipation des personnes. Ceci dit, notre visée n'est pas rationaliste au point de penser que seules des résistances cognitives inhérentes aux savoirs empêchent la réussite du double jeu du professeur et des élèves. L'étude du contrat didactique différentiel, via le modèle de l'action

---

a notamment comme fonction de débusquer de telles rencontres entre l'élève et un milieu porteur de connaissances pour lui.

conjointe, devrait permettre de renouer avec l'*ailleurs* du didactique. Dans ce cas, il ne s'agit pas seulement de remonter la chaîne des pratiques transpositives pour retrouver trace de celles qui légitiment le jeu scolaire, mais aussi de saisir la portée de l'enjeu pour les différents élèves qui tentent de se projeter dans des pratiques pour voir si « le jeu en vaut la chandelle ». Une fois encore, on ne peut que constater à quel point le didactique ne peut être vu et interprété indépendamment du non didactique : Guy Brousseau ne disait-il pas, déjà, que le contrat didactique doit penser les conditions de son extinction ? C'est une autre façon de penser les déterminations du jeu. Sans oublier que le non didactique renvoie à des pratiques qui ne sont pas que d'ordre mathématique. Les projets des personnes (qu'elles soient en position d'enseignant ou d'élève), leur devenir identitaire, s'ajustent parfois bien difficilement avec les découpages, les finalités collectives et les tempos des institutions scolaires.

## Références

- BANGE (1992) *Analyse conversationnelle et théorie de l'action*. Paris : Hatier-Didier
- BOSCH, M. & CHEVALLARD, Y., (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Objet d'étude et problématique. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19.1, 77-123.
- BRONCKART, J.-P- (1997) *Activités langagières, textes et discours. Pour un interactionnisme socio-discursif*. Lausanne, Paris : Delachaux & Niestlé
- BRONCKART, J.-P. & GROUPE LAF (Ed.) (2004). *Agir et discours en situation de travail. Cahiers de la Section des sciences de l'éducation, Université de Genève, FPSE, no 103*
- BROUSSEAU, G. (1998), *Théorie des situations didactiques, en mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU, G.(sans date). Tâche, situation, activité <http://www.ssrddm.ch/SSRDM/actualite/materiels/tachebrousseau.pdf>
- BRUNER, J. (1991). *Car la culture donne forme à l'esprit*. Paris : ESHEL
- CHARAUDEAU, P. & MAINGUENEAU, D. (2002) *Dictionnaire d'analyse du discours*. Paris : Seuil.
- DEWEY, J. (1938/1993) *Logique. La théorie de l'enquête*. Paris : PUF
- DOLZ, J., RONVEAUX, CH. & SCHNEUWLY, B. (sous presse). Le synopsis – un outil pour analyser les objets enseignés. In M.J. Perrin & Y. Reuter (Ed.), *Les méthodes de recherche en didactique. Actes du Premier séminaire international de juin 2005*. Villeneuve d'Ascq: Presses Universitaires du Septentrion.
- DOLZ, J, JACQUIN, M. & SCHNEUWLY, B. (à paraître) Le curriculum enseigné en classe de français au secondaire : une approche a travers des objets enseignés. In M. Crahay, F. Audigier & J. Dolz (Ed.) *Curriculum, enseignement et pilotage* (titre provisoire) Ouvrage à paraître dans la collection *Raisons Educatives*, De Boeck Université.
- FILLIETAZ, L., (2002). *La parole en action. Eléments de pragmatique psychosociale*. Quebec : Nota Bene.
- FLÜCKIGER, A. (2004) Comment débattre pour apprendre? la question du débat scientifique dans l'enseignement scientifique. *Faut-il parler pour apprendre*. Colloque International Arras mars 2004 (CD Rom)
- GASCON, J. (1998) Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en didactiques des mathématiques*. 18/1. 7-34.
- GIDDENS, A. (1984/1987) *La constitution de la société*. Paris : PUF
- JOSHUA, S. & DUPIN, J-J., (1993) *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris : PUF.
- LEUTENEGGER, F, (2003). Etude des interactions didactiques en classe de mathématiques : un prototype méthodologique. In A. Danis, M.L. Schubauer-Leoni & A. Weil-Barais (Ed.), *Interaction, Acquisition de connaissances et Développement*. *Bulletin de Psychologie* 56(4) 466, 559-571.
- LEUTENEGGER, F & SCHUBAUER-LEONI, M.L. (2002) Les élèves et leur rapport au contrat didactique : une perspective de didactique compa-

- rée. *Les dossiers des sciences de l'éducation, Didactique des disciplines scientifiques et technologiques : concepts et méthodes.*, 8, 73-86.
- LIGOZAT, F. (2002). *Analyse didactique des interactions dans une leçon sur les « grands nombres », suivie d'un essai de catégorisation de l'action enseignante en milieu ordinaire.* Mémoire de DEA, FPSE, Université de Genève.
- LIGOZAT, F. (2004). Gestes didactiques et discursifs des professeurs : quel statut dans le déroulement temporel d'une séance de mathématiques? In E. Nonnon, M.-J. Perrin-Glorian & D. Tissoires (Ed.). [CD-ROM]. *Actes du congrès « Faut-il parler pour apprendre ? », Arras 24-26 mars 2004.*
- MARGOLINAS, C., (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques.* Note d'Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Provence : Aix-Marseille.
- MERCIER, A., (1997). La relation didactique et ses effets. In C. Blanchard-Laville (Ed.) *Variations sur une leçon de mathématiques. Analyse d'une séquence : "L'écriture des grands nombres"*(pp.259-312.), Paris : L'Harmattan.
- MERCIER, A. (2002). La transposition des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématiques, Note de synthèse, *Revue Française de pédagogie*, INRP, Paris, 141, 135-171
- OGIEN, A (1999) Emergence et contrainte. Situation et expérience chez Dewey et Goffman. In M. de Fornel & L. Quéré (Eds.) *La logique des situations, Raisons pratiques*, (pp. 69-93) Paris : Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales,
- SARRAZY, B (2001) Les interactions maître-élèves dans l'enseignement des mathématiques : Contribution à une approche anthropo-didactique des phénomènes d'enseignement. *Revue française de pédagogie*, INRP, Paris, 136- 117-132
- SCHNEUWLY, B., (2000). Les outils de l'enseignant : un essai didactique. *Repères*, 22, pp 19-38
- SCHNEUWLY, B. (2002) La tâche : outil de l'enseignant. Métaphore ou concept ? CDROM du 8ème Colloque international de la DFLM « Les tâches et leurs entours en classe de français ».
- SCHUBAUER-LEONI, M. L (1986) Le contrat didactique: un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés par les élèves en mathématique *Journal européen de psychologie de l'éducation* ,vol 1, 2. 139-153.
- SCHUBAUER-LEONI, M. L (1991) L'évaluation didactique : une affaire contractuelle. In J, Weiss (Ed.) *L'Evaluation: problème de communication* (pp. 79-95). Fribourg : Del Val
- SCHUBAUER-LEONI, M.-L. (1997). Interactions didactiques et interactions sociales : quels phénomènes et quelles constructions conceptuelles? *Skholè*, (Cahiers de la recherche et du développement, pp 103-134) IUFM d'Aix-Marseille.
- SCHUBAUER-LEONI, M.L. (2000). Comprendre l'éducation depuis la psychologie en passant par une approche de didactique comparée, *Carrefours de l'éducation*, 9, 65-94.
- SCHUBAUER-LEONI, M.L. & LEUTENEGGER, F (2002). Expliquer et comprendre dans une approche clinique/expérimentale du didactique «ordinaire». In F. Leutenegger & M. Saada-Robert (Ed.), *Expliquer et comprendre en Sciences de l'Education* (pp. 227-251). Collection Raisons Educatives. Paris, Bruxelles : De Boeck Université.

- SCHUBAUER-LEONI, M.-L., & LEUTENEGGER, F. (2005). Une relecture des phénomènes transpositifs à la lumière de la didactique comparée. *Revue Suisse des Sciences de l'Éducation*, 27, 2005/3, 407-429.
- SCHUBAUER-LEONI, M.L, LEUTENEGGER, F, MERCIER, A. (1999). Interactions didactiques dans l'apprentissage des "grands nombres". In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.) *Apprendre dans l'interaction. Analyse des médiations sémiotiques*.(pp. 301-328) Nancy et Aix-en-Provence : Presses Universitaires de Nancy & Publications de l'Université de Provence.
- SCHUBAUER-LEONI, M.-L., LIGOZAT, F, LEUTENEGGER, F, SENSEVY, G. & MERCIER, M. (2004). Capire l'azione dell'insegnante per interpretare l'attività dell'allievo in classe. In B. D'Amore & S. Sbaragli (Ed.) *La Didattica della matematica : una scienza per la scuola*. (pp.49-63) Bologna : Pitagora Editrice.
- SENSEVY, G. (2001). Théories de l'action et action du professeur, In J.-M. Baudoin et J. Friedrich (Ed.) *Théories de l'action et éducation*, (Coll. Raisons Educatives : pp. 203-224), Bruxelles : De Boeck Université.
- SENSEVY, G. (2002). Des catégories pour l'analyse comparée de l'action du professeur : un essai de mise à l'épreuve. In P. Venturini, C. Amade-Escot & A. Terrisse (Ed.). *Etude des pratiques effectives : l'approche des didactiques*. (pp25-46). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- SENSEVY, G. (2005) Sur la notion de geste professionnel, *La lettre de la DFLM*, 36, 1, 4-6.
- SENSEVY, G., MERCIER, A. & SCHUBAUER-LEONI, M.L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur à propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques* 20/3, 263-304.
- SENSEVY, G., LIGOZAT, F, LEUTENEGGER, F & MERCIER, A. (2005 / à paraître) The teacher's action, the researcher's conceptions in mathematics, [<http://cerme4.crm.es/>] In CERME 4 Proceedings "Teaching practices to issues in teacher's education" (workgroup 12), Feb, 17th-21st. 2005, Sant Feliu de Guixols, Spain.
- SENSEVY, G., SCHUBAUER-LEONI, M.-L., MERCIER, A., LIGOZAT, F, & PERROT, G. (2005) An attempt to model the teacher's action in the mathematics class, [Special issue] *Educational Studies in Mathematics*, 59 (1,2,3).
- VERGNAUD, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherche en didactique des mathématiques*, 10(2/3), 133-170
- VERGNAUD, G. & RÉCOPÉ, M (2000) De Revault d'Allonnes à une théorie du schème aujourd'hui, *psychologie française*, 45/1, 35-50.
- VERNANT, D. (1997) *Du discours à l'action*. Paris : PUF

## Annexe 1 - Fiche de l'élève (fichier p.64).

La débandade						Prénom: _____
Découpe. Fabrique une bande numérique à partir de ces sept morceaux. Cette bande commence par 1 et se termine par 30. On ne doit voir qu'une seule fois chaque nombre. Lorsque tu as fini, compare ta bande avec celle d'un autre enfant.						
1	2	3	4	5	6	
25	26	27	28	29	30	
5	6	7	8	9	10	
22	23	24	25	26	27	
10	11	12	13	14	15	
13	14	15	16	17	18	
18	19	20	21	22	23	
						