Eléments d'analyse sur la réception par les enseignants du programme de 2000 sur les fonctions en mathématiques en seconde

Coppé, Sylvie; Dorier, Jean-Luc; Yavuz, Ilyas

Coppé, S., Dorier, J-L. & Yavuz, I. (2009) Eléments d'analyse sur la réception par les enseignants du programme de 2000 sur les fonctions en mathématiques en seconde. *Spirale* 43, 149-170.

ELEMENTS D'ANALYSE SUR LA RECEPTION PAR LES ENSEIGNANTS DU PROGRAMME DE 2000 SUR LES FONCTIONS EN MATHEMATIQUES EN SECONDE

Sylvie Coppé, IUFM de Lyon, Université Lyon 1
UMR ICAR équipe Coast
Jean-Luc Dorier, équipe DiMaGe, Université de Genève
Ilyas Yavuz, UMR ICAR équipe Coast

Résumé : L'enseignement des fonctions en classe de seconde en France a subi des changements importants dans les programmes de 2002, en particulier concernant l'usage des tableaux de valeurs et de variations. Dans cet article, nous nous proposons d'analyser la façon dont les enseignants ont ou non modifié leurs pratiques d'enseignement sur ces objets. Nous partons d'une analyse de l'évolution des programmes depuis la contre-réforme des mathématiques modernes sur la notion de fonction au début du lycée dans la perspective de l'approche anthropologique du didactique développée en didactique des mathématiques par Chevallard. Nous analysons également les enjeux autour des tableaux de valeurs et de variations à la lumière de divers travaux de Duval sur les registres de représentation sémiotique et sur les tableaux plus précisément. Nous analysons ensuite plusieurs manuels sortis avec les programmes de 2002, puis les réponses d'enseignant à un questionnaire que nous avons conçu.

***Mots clefs** : fonction, tableau de valeurs, tableau de données, tableau de variations, registre de représentation sémiotique, didactique des mathématiques, programme scolaire, manuels scolaires, pratiques enseignantes.*

Abstract : The teaching of functions in 10th grade (age 15) in France has been subject to important changes in the new curriculum in 2002, especially concerning tables of value and of variations. In this paper, we propose to analyse in which way teachers have or not modified their teaching practices concerning these objects. We start with an analysis of the evolution of the curriculum since the '80s about the concept of function in high school, using Chevallard's approach of the didactical anthropology. We also analyse the issue of tables of value and variations in the light of Duval's approach of registers of semiotic representation. We then analyse several textbooks published in 2002, and teachers' answers to a questionnaire that we have conceived.

***Key words:** function, table of values, table of data, table of variations, register of semiotic representation, didactics of mathematics,, school curriculum, textbook, teaching practices.*

1. *Introduction*

Les fonctions constituent un des points essentiels et emblématiques de l'enseignement des mathématiques dans la classe de seconde en France. Les programmes de 2000 ont apporté des changements significatifs sur la façon de les enseigner, marquant peut-être l'évolution la plus importante depuis la contre-réforme des mathématiques modernes. Certains de ces changements touchent à des questions épistémologiques assez profondes, en particulier du rapport des mathématiques aux autres disciplines et de leur utilisation pour la modélisation. De tels changements ne sont pas toujours faciles à faire accepter par la profession, soit que les enseignants s'y refusent, soit qu'ils ne soient pas suffisamment formés, ou encore parce que les contraintes du système rendent ces changements impossibles. Dans ce texte[1], nous tentons de donner des éléments d'analyse sur cette question.

Un survol de l'évolution des programmes depuis les années 80 montre un renforcement progressif de l'utilisation des divers modes de représentation des fonctions, en même temps qu'une diminution de l'importance de la représentation algébrique. De plus, il apparaît que les objets « tableau de valeurs » et « tableau de variations » ont pris une importance croissante et ont gagné en autonomie. A titre d'exemple, voici des extraits du programme actuel de Seconde et des commentaires qui l'accompagnent :

> « Identifier la variable et son ensemble de définition pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule »
> « Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe. Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variations » (Programme de Seconde, 2000)
> « Pour chaque notion, le programme invite à repérer la multiplicité et la complémentarité des points de vue (graphique, numérique, algébrique, géométrique). Dans chaque chapitre, l'accent a été mis sur les activités faisant fonctionner les connaissances (thèmes y compris) et sur la résolution de problèmes »
> « Le programme demande explicitement de traiter des exemples de fonctions données à l'aide d'une courbe (…) ainsi que celles fournies par un tableau de données. » (Commentaires du programme, 2000)

L'affirmation des liens avec les autres disciplines apparaît également explicitement :

> « On étudiera des situations issues, entre autres, de la géométrie, de la physique, de l'actualité ou de problèmes historiques » (programme de Seconde, 2000)

Ainsi, pour la première fois, les programmes demandent de définir une fonction à partir d'un tableau de valeurs et non plus par une formule algébrique. On parle explicitement du passage d'un tableau de variations à une représentation graphique (ces types de tâches n'étaient jamais explicites dans les programmes antérieurs, au moins depuis 1980, même s'ils ont pu correspondre à une pratique effective). Or ces nouveautés posent plusieurs problèmes de divers ordres :

- Du point de vue des mathématiques, il n'y a pas une relation univoque entre ces différents types de représentations. Cette difficulté engendre de nouveaux problèmes mathématiques susceptibles de modifier au moins les exercices posés aux élèves.
- Du point de vue des apprentissages des élèves, si l'on se place du point de vue de Duval (1993), nous pouvons lire une volonté des concepteurs des nouveaux programmes de travailler sur les types de représentation, donc sur les activités de

[1] Issu de la thèse de Yavuz(2005), co-encadré par Sylvie Coppé et Jean-Luc Dorier.

traitement, et de favoriser les activités de conversion. Or, Duval précise bien l'importance des jeux sur les représentations sémiotiques (voir paragraphe 2.1).

- Du point de vue épistémologique, les fonctions « sortent de la sphère des seules mathématique » pour prendre des exemples qui viennent d'autres disciplines. Les professeurs doivent donc envisager autrement leur rapport à l'objet « fonction ».
- Du point de vue des compétences professionnelles, les connaissances mathématiques des professeurs doivent être revues puisque la plupart de ceux-ci n'ont pas reçu un enseignement semblable à celui qu'ils doivent pratiquer.

On voit bien, à travers cette rapide analyse, que ce changement de programme peut avoir des implications importantes au niveau des pratiques des professeurs. C'est ce que nous allons tenter d'approfondir dans cet article. Nous nous centrerons en particulier sur ce qui touche au nouveau rôle assigné aux tableaux de valeurs et de variations.

Dans un premier temps, nous présenterons nos analyses et questions sur la nature des tableaux de valeurs et de variations, leur place dans l'enseignement des mathématiques, leur rôle dans la représentativité des fonctions et leur appartenance à des registres de représentation sémiotique. Ensuite, nous donnerons quelques résultats sur l'analyse que nous avons faite de manuels scolaires de la classe de 2nde, édités en 2000. Enfin, l'analyse d'un questionnaire destiné aux professeurs nous permettra de donner quelques conclusions sur la prise en compte par les enseignants d'un changement de programme important.

2. *Quelques éléments d'analyse sur les tableaux de valeurs et de variations*

2.1. Les registres de représentation sémiotique

L'existence de plusieurs représentations pour un même objet est un point essentiel à considérer pour notre problématique. Duval (1993) s'intéresse au rapport entre sémiotique et construction du sens, dans le fonctionnement cognitif de la pensée humaine, en général, et celui de la pensée mathématique en particulier.

D'emblée, il souligne ce qu'il appelle *le paradoxe cognitif de la pensée mathématique*. Ce paradoxe tient au fait que les objets mathématiques ne sont pas directement accessibles par la perception, mais seulement à travers des représentants et que, seule la distinction entre un objet mathématique et ses représentations peut garantir son appréhension qui ne peut être que conceptuelle :

« D'une part, l'appréhension des objets mathématiques ne peut être qu'une appréhension conceptuelle et, d'autre part, c'est seulement par le moyen de représentations sémiotiques qu'une activité sur des objets mathématiques est possible. » (op. cité, 38)

Ainsi, la distinction entre un objet mathématique (conceptuel) et ses représentations devient un des points stratégiques pour la compréhension des mathématiques, car « toute confusion entraîne, à plus ou moins long terme, une perte de compréhension et les connaissances acquises deviennent vite inutilisables hors de leur contexte d'apprentissage (…) » (ibid., 37)

Duval (1995) introduit les termes de *sémiosis* et de *noésis* pour désigner respectivement « *l'appréhension, ou la production, d'une représentation sémiotique et l'appréhension conceptuelle d'un objet* », et il affirme que « *la noésis est inséparable de la sémiosis* ». Il en ressort que tout enseignement mathématique doit être organisé de façon à prendre en compte cette forte liaison entre sémiosis et noésis, et en particulier, ne doit pas négliger la sémiosis, en tant qu'opération cognitive, par rapport à la noésis.

Pour qu'un système de représentation puisse être considéré comme un registre de représentation, il doit permettre, toujours selon Duval, les trois activités cognitives fondamentales liées à la sémiosis :

- la **formation** d'une représentation identifiable comme une représentation dans un registre donné ;
- le **traitement** d'une représentation, c'est-à-dire sa transformation dans le registre même où elle a été formée ;
- la **conversion** d'une représentation, c'est-à-dire la transformation de cette représentation en une représentation d'un autre registre en conservant la totalité ou une partie seulement du contenu de la représentation.

Duval souligne que, si l'activité de formation est correctement prise en compte dans l'enseignement, celle de traitement ne l'est pas toujours, et qu'aucune place véritable n'est accordée à celle de conversion. Or, souligne-t-il, le problème de la conversion des représentations, largement méconnu par l'enseignement, mérite une attention toute particulière. En effet, pour qu'une connaissance ou un savoir mathématique puisse être mis en œuvre, il est nécessaire, toujours selon Duval (1996) :

- que le sujet dispose, non pas d'un mais de plusieurs registres de représentation (on ne peut différencier un objet de sa représentation, que si on dispose d'au moins une autre représentation, dans un autre registre) ;

- qu'il ait acquis la coordination de ces registres, faute de quoi, on observe les effets du cloisonnement entre les différents registres.

Les fonctions constituent un objet mathématique pour lequel les registres de représentation donnent lieu à de nombreuses études parmi lesquelles celle de Sierpinska (1992) et René de Cotret (1985). Si plusieurs travaux ont été consacrées au rôle et à la place des courbes (Lacasta, 1995, Chauvat, 1999, Falcade, 2002 et Bloch, 2002 et 2003), peu d'études portent sur l'usage et la place des tableaux.

Avant de poursuivre notre étude didactique, nous allons donner un rapide aperçu du rapport des élèves aux tableaux de valeurs et de variations à travers les enseignements antérieurs de mathématiques et des disciplines connexes. Nous préciserons également les caractéristiques mathématiques de ces objets dans le champ des fonctions.

2.2. Le tableau de valeurs

Un tableau de valeurs d'une fonction est un tableau comprenant deux lignes qui mettent en correspondance certaines valeurs de la variable x avec les images correspondantes $f(x)$. En général les valeurs sont données par ordre croissant, parfois avec un pas régulier, mais aucune contrainte stricte n'est imposée sur le choix de ces valeurs.

A l'entrée en seconde, les élèves ont déjà rencontré et utilisé des tableaux comprenant deux lignes de valeurs, en mathématiques comme dans d'autres disciplines ou dans des situations extérieures à l'école. De plus, ils ont eu à représenter graphiquement les données d'un tel tableau, par le tracé de points dans un repère et même éventuellement en reliant ces points, en général par des segments de droites. Par exemple, dans le programme de physique-chimie de 5ème / 4ème de 1997, on trouve :

> A l'issue du cycle central des collèges, l'élève doit également être capable de :
> - construire un graphique en coordonnées cartésiennes à partir d'une série de données, les échelles étant précisées par le professeur ;
> - le graphique étant donné, interpoler une valeur. (BO n° 5 du 30-1-1997)

Notons ici qu'il s'agit de tableau de données et non de tableau de valeurs. Un tableau de données souligne l'aspect de modélisation présent dans les disciplines scientifiques, où l'exhaustivité n'est pas de mise et où l'ordre croissant des données n'est pas indispensable. Le programme de mathématiques de 2000 reprend l'expression de tableau de données (voir citations plus haut), mais les manuels et les enseignants de mathématiques restent attachés à l'expression tableau de valeurs. Il y a là une différence culturelle qui peut éventuellement être source de difficultés des élèves.

En classe de mathématiques, en troisième, le travail sur les fonctions linéaires et affines, conduit à la représentation des tableaux de proportionnalité (travaillés depuis le primaire) par des droites, mais aussi par des formules algébriques, sous forme fonctionnelle. C'est ici que se situe la première rencontre des élèves avec l'idée selon laquelle on peut traduire par une fonction, la relation qui peut rendre compte du passage de la première à la seconde ligne d'un tableau.

Ainsi, en classe de seconde, le tableau de valeurs n'est pas un objet nouveau pour les élèves, le lien avec les courbes a été vu, mais cela ne veut pas dire que ces objets représentent des fonctions, objets encore flous dans la tête des élèves. De plus, ces diverses expériences autour des tableaux de données/valeurs ont formaté leurs représentations de cet objet. En outre, celles-ci peuvent être influencées par l'usage de calculatrices et de tableurs, qui renforcent certains stéréotypes et notamment l'idée qu'un tableau suffit pour tracer une courbe et qu'il y a un rapport doublement univoque entre une courbe et « son » tableau de valeurs.

Pour une fonction, un tableau de valeurs donne un « échantillon » des couples formés par une valeur de la variable et la valeur correspondante de son image. C'est donc une représentation partielle (sauf dans le cas très particulier d'un ensemble fini) de la correspondance entre la variable et son image, qui donne une vision finie de cette correspondance qui est en général infinie. Qui plus est, dans la majorité des cas, le tableau de valeurs révèle une discrétisation d'un phénomène continu. En outre, le tableau de valeurs n'a aucune raison de contenir des valeurs remarquables de la fonction au regard de ses variations. C'est dans ce sens une représentation très partielle et arbitraire. Par ailleurs, partant d'un tableau de valeurs, par nature fini, il existe une infinité de fonctions qui peuvent le satisfaire. Dans le cadre graphique, ceci se traduit par les différents choix possibles pour joindre certains points par des lignes. Si, théoriquement, la variabilité est infinie, en pratique, il existe certains implicites ou usages qui limitent ce choix, pouvant même laisser croire à l'unicité. D'un point de vue algébrique, l'interpolation est un domaine inabordable au niveau de la seconde dans toute sa généralité, même si la recherche de la droite représentant au mieux un nuage de points est abordée dans des cas simples.

Dans ce contexte, un tableau de valeurs peut être considéré comme une représentation sémiotique dans le cadre numérique des fonctions. Dans un travail récent, Duval (2003) a proposé une classification des différents types de tableaux en fonction de leur fonctionnement représentationnel. Il souligne que l'unité représentationnelle d'un tableau n'est pas la case, mais une énumération faite selon une relation d'ordre. Dans le cas d'un tableau de valeurs, cette unité est donnée par la première ligne qui énumère, en général par ordre croissant, les valeurs retenues de la variable. Duval souligne que ce type de tableau, qui n'est qu'une juxtaposition de deux listes (celles des valeurs de la variable et celle des valeurs des images) est le plus simple (parmi les cinq types qu'il distingue). La lecture et le traitement d'un tableau de valeurs n'est donc pas en soi problématique, ce qui est délicat, c'est qu'un tableau de valeurs n'est pas en général le représentant d'une seule fonction mais de plusieurs. Par ailleurs, même si l'usage du tableau est suffisamment simple pour que l'on considère que le registre est numérique sans autre spécificité, il n'en reste pas moins que la signification entre la ligne du haut et celle du bas est bien spécifique de la notion de fonction. Ainsi, une difficulté vient de ce que la représentation d'une fonction par un tableau, laisse un implicite sur les valeurs qui ne sont pas présentes et sur ce qui permet de passer des valeurs de x à celles de $f(x)$. Un tableau de valeurs peut être précieux pour un expert ; pour le novice, cela nécessite, au-delà du signe, de ne pas oublier l'objet et tout ce qui n'est pas déterminé. Dans ce sens, le travail de conversion vers d'autres registres semble une nécessité. On peut déjà toutefois anticiper qu'un trop grand enfermement dans le duo « registre numérique – registre graphique » peut ne jamais laisser vraiment envisager ce qu'est une fonction.

2.3. Le tableau de variations

Le tableau de variations d'une fonction donne en première ligne (dans une seule case) outre la première et la dernière valeur du domaine de définition (éventuellement $-\infty$ et $+\infty$), <u>toutes</u> les valeurs où la fonction change de sens de variation. Dans la ligne du dessous, la case correspondante indique les valeurs des images correspondantes, en les plaçant à des niveaux horizontaux différents pour permettre de les relier par des flèches qui indiquent les sens de variations. Dans le cas particulier où une fonction n'est pas définie en un point, un double trait vertical indique sous cette valeur que la fonction n'a pas de valeur, et les limites à droite et à gauche sont spécifiées. Mais ce cas n'est pas abordé en classe de seconde.

Contrairement aux courbes et aux tableaux de valeurs, les tableaux de variations sont des objets tout à fait nouveaux pour les élèves de seconde, puisqu'ils sont fortement liés aux fonctions. Comme le relève Bloch (2000), le tableau de variations n'a pour « fonction [que] d'être une transition entre l'étude d'une fonction et la représentation graphique ». Traditionnellement, c'est un outil permettant de résumer (sorte de sténographie) l'étude du signe de la dérivée, avant de passer à la représentation graphique. Néanmoins, dans les nouveaux programmes de seconde, il est introduit avant la notion de dérivée. Sa fonction reste cependant de résumer, par un codage adapté, les variations d'une fonction avec la donnée des valeurs des extrema et des valeurs ou limites aux bornes du domaine de définition. Dans certains cas, on peut y rajouter quelques autres valeurs particulières, mais ce n'est qu'une facilité d'écriture, évitant de donner en plus un tableau de valeurs. Ce n'est donc pas un simple tableau à double entrée, il est régi par un codage plus complexe qui contient beaucoup plus de connaissances mathématiques sur les fonctions. Comme le tableau de valeurs, c'est bien un tableau à deux lignes avec des valeurs numériques, mais celles-ci ne sont pas arbitraires : les déterminer correspond à un travail mathématique complexe. De plus, les flèches ont une signification bien particulière et ne peuvent être tracées n'importe où. Les tableaux de variations appartiennent donc à un registre symbolique spécifique qui emprunte à des codes plus généraux mais dans un domaine limité. Pourtant, à première vue, dans la classification de Duval (2003) le tableau de variations correspondrait au même type que le tableau de valeur.

> Tout d'abord il y a des règles de formation pour les tableaux comme il y en a pour les autres types de représentation. Il ne suffit pas d'avoir une disposition en lignes et en colonnes pour parler de tableau. Il faut qu'il y ait la possibilité d'une mise en correspondance, case à case, entre les colonnes ou/et entre les lignes. Il faut en outre que le contenu de chaque case soit une unité d'information identifiable sans aucun travail préalable de segmentation d'expressions enchâssées, ce qui exclut par exemple de mettre des phrases entières dans les cases. (ibid., 28)

Cependant, au sens strict un tableau de variations ne comprend que deux colonnes. La première, identique à celle d'un tableau de valeurs, est ce que Duval appelle la marge, correspondant à la liste (x, $f(x)$). La deuxième colonne est plus complexe, puisque la case du haut correspond à une liste de valeurs de la variable (qui ne sont pas arbitraires) et la case du bas est une mise en rapport par des flèches, des valeurs des images correspondantes.

Ainsi un tableau de variations serait plus qu'un tableau, du fait de la complexité de la case la plus importante, qui comprend une information bien plus complexe qu'un tableau ordinaire. Dans un tableau de variations, il y a donc un tableau de valeurs qui ne peut être représenté par des colonnes distinctes et un système de flèches. Il faut donc lire un tableau qui n'est que partiellement représenté et savoir déchiffrer la signification des flèches, sans parler du fait de reconnaître le caractère exhaustif des informations sur les variations et la particularité des valeurs représentées. Du point de vue sémantique, le tableau de variations est donc plus complexe que n'importe quel tableau que les élèves de ce niveau ont pu rencontrer.

Par ailleurs, le tableau de variations prend implicitement en compte l'aspect continu de la variable, puisqu'il résume les variations et ne se contente pas d'un échantillonnage discret comme le tableau de valeurs. Ceci constitue une difficulté d'ordre conceptuelle importante.

Enfin, à quelques différences superficielles près, à une fonction donnée correspond un seul tableau de variations. C'est une différence essentielle avec le tableau de valeurs. Par contre, plusieurs fonctions peuvent correspondre à un même tableau de variations. Il n'y a donc pas de correspondance univoque entre les représentations et ce sont plus les variations que l'on représente, que la fonction elle-même.

Notons que dans le programme de 2000 cité plus haut, le tableau de données (tableau de valeurs dans les manuels) peut définir une fonction alors que le tableau de variations sert à représenter les variations de la fonction. Ces deux objets ne jouent donc pas le même rôle. Il semble bien que ce qui est dit des tableaux de données soit une transposition de pratiques issues d'autres disciplines (la modélisation en science), alors que le tableau de variations reste circoncis à la sphère mathématique. Il y a là une différence importante, dont on peut d'ores et déjà se demander si les manuels et les enseignants se feront l'écho de cette distinction, surtout en l'absence d'explicitations plus nettes dans les programmes.

A l'appui de cette introduction permettant de mieux saisir les enjeux de notre travail, nous allons à présent présenter nos analyses. Elles portent sur la détermination du rapport institutionnel, dans le contexte des programmes de 2000 de la classe de seconde, aux tableaux de valeurs et de variations, à travers les programmes, les manuels et les pratiques des enseignants.

3. *Analyse des programmes*

Les programmes constituent la première étape de l'étude de la transposition didactique (Chevallard 1985 et 1994), puisqu'ils sont le résultat de la transformation du savoir savant en un savoir à enseigner. Lorsqu'un enseignant construit son cours, une des références à laquelle il est fortement lié est le programme (y compris les commentaires et les documents d'accompagnement éventuels). En effet, celui-ci précise, dans un premier temps, ce que le professeur est tenu de faire. En se plaçant dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1992, 1999), le concept de rapport institutionnel permet de modéliser l'assujettissement de l'enseignant à l'institution scolaire au sein de laquelle il évolue.

L'analyse d'un programme permet d'identifier un rapport institutionnel à l'objet de savoir à enseigner, attendu dans l'institution scolaire. Notre première analyse vise donc à nous permettre de mettre en évidence les choix de transposition pour organiser l'étude du concept de fonction depuis 1980, afin de mieux éclairer les choix actuels. En particulier, nous nous attacherons à analyser l'évolution de l'usage des tableaux de valeurs et de variations durant cette période, afin de mieux comprendre le rôle qu'ils sont censés jouer selon les programmes les plus récents.

Par ailleurs, l'analyse de programmes ayant existé à d'autres périodes d'enseignement permet d'envisager d'autres choix possibles pour un enseignement de la notion de fonction s'inscrivant dans un système de contraintes institutionnelles différent du système actuel. En effet, les enseignants qui doivent aujourd'hui enseigner la notion de fonction en seconde ont été « assujettis », en tant qu'élève ou en tant que professeur, à des systèmes de contraintes institutionnelles qui ont existé à propos d'un enseignement du concept de fonction dans le passé. Ces différents assujettissements sont potentiellement sources de « libertés » et de contraintes pour l'enseignant.

Nous avons choisi de commencer cette étude au début de la période de la contre-réforme des mathématiques modernes (à partir de 1980). Ce choix s'est imposé d'une part pour des raisons pratiques de taille (nous nous limitons ainsi aux évolutions « récentes »), mais aussi par le fait que ce n'est qu'à partir de 1980 que des changements significatifs commencent à apparaître dans les programmes pour l'étude du concept de fonction. En effet, de 1971 à 1983 le programme sur la notion de fonction reste à peu près stable. D'autre part, 1980 est l'année de mise en place de la nouvelle classe de Seconde dite «indifférenciée » rassemblant tous les élèves.

Rappelons que l'époque 1980–2000 est marquée par cinq programmes différents correspondant à cinq périodes : 1980–1985, 1986–1989 et 1990–1999 et 2000-. Chacun des programmes concernant l'enseignement de la notion de fonction en seconde de chacune de ces périodes conserve, pour l'essentiel, les objectifs et la substance du précédent. Nous n'avons pas la place dans le cadre de cet article de détailler nos analyses (nous donnons en annexe un tableau de synthèse), néanmoins, nous pouvons dégager des changements significatifs.

Dans la période 1980-1985, la contre- réforme marque une rupture importante avec la période dite « des mathématiques modernes ». On réduit la théorisation et la formalisation en général, et en particulier pour la notion de fonction au strict nécessaire, on commence à mettre en avant la résolution de problèmes, le lien avec les autres disciplines notamment expérimentales et on introduit les calculatrices. De fait, on sent bien une volonté de sortir du tout algébrique : il est indiqué explicitement (BO du 5 mars 81) que la fonction peut être introduite par des formules explicites, des tableaux de données numériques, des touches de la calculatrice et définie par des graphiques. Ceci marque un changement radical du rôle des représentations graphiques par rapport à l'époque précédente. En effet, alors que dans les années 1970 le graphique venait après les résultats théoriques, il peut désormais apparaître comme registre d'entrée.

Les statistiques introduites pour la première fois en Seconde dans cette période, constituent un thème où la « lecture de tableaux » et l'« analyse des graphiques » sont propres à modifier certaines des tâches relatives aux fonctions. Il apparaît ainsi que ce chapitre nourrit et renforce l'utilisation du tableau de valeurs et de la représentation graphique.

La période 1986-1989 constitue un renforcement des changements initiés dans la précédente avec, en plus, la suppression des outils de l'étude locale d'une fonction (comme la dérivation) et des équations du second degré. Ce changement marque la nouvelle place des fonctions en classe de seconde.

La période 1990-1999 marque à nouveau une rupture. En effet, la volonté ambitieuse des premiers programmes de la contre-réforme, de donner les outils théoriques pour une approche expérimentale graphique et numérique, à travers l'étude du comportement local des fonctions, est abandonnée. Par ailleurs, l'usage des représentations graphiques est accru afin de permettre de diminuer les difficultés liées aux manipulations algébriques : « les représentations graphiques tiennent une place importante », BO n°20 du 17 mai 1990. En revanche, on n'évoque plus les tableaux :

> « On exploitera des situations variées : tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithme de calcul, relations de dépendance issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale. » BO n°20 du 17 mai 1990

Dans la même période, l'enseignement de l'algèbre au collège a subi un net recul, et de fait, le registre de représentation algébrique des fonctions a commencé à perdre de sa prédominance en seconde. Le programme contemporain de Troisième développe également un enseignement des statistiques, pour la première fois, qui couvre tout l'ancien programme de Seconde, et comprend entre autres, « lecture, interprétation et réalisation de tableaux et de graphiques ».

La calculatrice programmable est également introduite pour la première fois en Seconde pour l'étude des fonctions. Ainsi le statut de tableau de valeurs est complètement changé : on peut avoir facilement accès à cet objet à partir d'une touche « tableau de valeurs ».

A partir du programme 2000, l'évolution se confirme. Plusieurs modes de représentation de la fonction sont cités explicitement par le programme. Le registre algébrique n'est plus le seul mode d'entrée. Les statistiques ont pris une place croissante et dans le nouveau programme de 2000, elles constituent à elles seules, une de trois grandes parties du programme.

Dans le même temps, les connaissances algébriques exigées des élèves entrant en seconde ayant diminué, le registre algébrique n'est plus en mesure de jouer un rôle central. En effet, le « bestiaire » des expressions algébriques connu des élèves s'est peu à peu réduit aux fonctions affines et du second degré, à la fonction racine carrée et la fonction inverse.

En conclusion, on constate que le programme de 2000 achève une tendance marquée à une modification structurelle importante dans l'enseignement des fonctions. Plus particulièrement, il y a une injonction forte à utiliser, dans des conditions nouvelles, les objets tableaux de valeurs et de variations. Il apparaît clairement que ces injonctions, d'une part viennent pallier le vide laissé par le registre algébrique et, d'autre part, s'insèrent dans un changement plus global touchant à une plus grande prise en compte de contextes extra-mathématiques et à l'utilisation des calculatrices graphiques. Cependant, les programmes restent assez vagues sur les types de tâches possibles.

Voyons maintenant comment ces évolutions sont prises en compte dans les manuels.

4. Analyse de manuels

Pour étudier le processus de transposition didactique interne, et dans l'optique de comprendre les choix faits par les enseignants au niveau du savoir enseigné, il est nécessaire d'analyser les manuels auxquels la plupart d'entre eux se réfèrent pour construire leurs cours.

Nous considérons donc les manuels scolaires comme un des produits de la première étape de la transposition didactique interne. Ils sont le résultat des choix faits par leurs auteurs sur le savoir à enseigner, c'est-à-dire, selon les termes de Ravel (2003), le résultat d'un certain « apprêtage didactique ». Dans cette étape, le jeu des conditions et des contraintes institutionnelles, où les auteurs de manuels gardent une certaine marge de manœuvre, conduit à une certaine interprétation des termes du programme. Des choix sont déjà faits à ce niveau.

Nous chercherons alors à répondre aux questions suivantes : comment sont mises en place les nouveautés du programme 2000 de Seconde dans les différents manuels ? Quel est *l'écart* entre les intentions des programmes et l'application de ces intentions dans les manuels ? Quelles libertés ont prises les auteurs de manuels par rapport aux contraintes institutionnelles ?

Nous avons choisi d'analyser 4 manuels parus en 2000 : *Fractale, Hyperbole, Pythagore* et *Déclic*. Nous donnons ci-après les principaux résultats de notre analyse (pour plus de détails voir Yavuz, 2005 et Coppé, Dorier et Yavuz, 2007).

Le premier constat est qu'il existe une grande diversité dans ce qui est proposé dans l'introduction à la notion de fonction. Il y a donc un écart important entre les intentions des programmes et leur réalisation dans certains manuels. Il apparaît assez nettement que le manuel *Fractale* se distingue par une plus grande adéquation avec les intentions du programme, dans la mesure où il se particularise à beaucoup de points de vue par une utilisation plus riche des registres tableaux. Par contre, *Déclic* est le seul manuel à aborder explicitement des questions sur la construction des tableaux de variations. Ainsi, si l'ensemble des manuels offre une variété importante de situations où les tableaux de valeurs et de variations sont utilisés, il n'y en a pas un qui les recouvre toutes, même si *Fractale* est largement en tête.

Par ailleurs, le registre graphique semble être privilégié dans *Déclic* alors que *Pythagore* privilégie plutôt le registre algébrique, les deux autres ayant une approche assez équilibrée vis-à-vis de ces deux registres.

En ce qui concerne les tableaux de valeurs et de variations, leur utilisation est très différente suivant les manuels. Certains leur donnent un statut important alors que pour d'autres, leur rôle est très faible.

Seul, le manuel *Fractale* essaie de montrer qu'un tableau de valeurs ne donne que des informations partielles et que ce type de tableau n'a aucune raison *a priori* de contenir des valeurs remarquables de la fonction au regard de ses variations, alors que dans les autres, aucune précision n'est donnée sur son rôle et ses limites pour l'étude des fonctions. D'autre part, dans la moitié des manuels analysés, le tableau de valeurs n'est jamais utilisé comme registre d'entrée dans la partie « cours ». De plus, seulement dans *Fractale*, le tableau de valeurs apparaît à la fois dans des contextes intra et extra mathématiques, alors que dans les autres manuels on l'utilise seulement dans l'un des deux contextes.

Dans les contextes intra mathématiques rencontrés dans ces manuels, les tableaux ne comprennent toujours que 6 à 9 valeurs, quasiment toujours entières et données dans l'ordre croissant. La plus grande et la plus petite correspondent toujours aux bornes des intervalles si l'ensemble de définition est précisé. Enfin, on utilise en général un pas régulier. Dans les contextes extra mathématiques, les tableaux sont toutefois moins stéréotypés, on a ainsi trouvé des tableaux avec 20 valeurs.

Pour le tableau de variations, seul *Déclic* donne des explications sur sa construction, en revanche, aucun manuel ne donne de précision sur les codes et les codages utilisés pour le construire. Nous avons pourtant souligné plus haut que le tableau de variations était plus complexe qu'un tableau ordinaire du simple point de vue sémiotique.

Les exercices de conversions relatifs aux tableaux de valeurs et de variations tiennent une place plus ou moins grande selon les manuels : absent dans *Pythagore*, alors que seul *Fractale* aborde tous les types de conversions possibles en seconde (entre les registres graphique, algébrique et les tableaux de valeurs et de variations). Dans les autres manuels, seules certaines conversions classiques sont proposées. Cette relative absence, dans des manuels scolaires, des exercices de conversion semble montrer que ce type d'exercice a du mal à vivre dans l'enseignement, puisque les changements de registres ne sont pas systématiquement intégrés dans les manuels, alors que le programme les met en avant. Il reste à savoir ce que les enseignants font réellement travailler à leurs élèves de ces conversions (la section suivante nous donnera des informations à ce sujet). Cette question est fondamentale si on se réfère à la position de Duval (1993) pour qui les activités de conversion sont essentielles dans le processus de conceptualisation des objets mathématiques, et tout particulièrement pour la notion de fonction (voir plus haut).

Par ailleurs, dans la plupart des manuels, on prend beaucoup de place pour retravailler ce qui est censé avoir été fait en $3^{ème}$ autour des fonctions linéaires et affines : ainsi, on retrouve beaucoup des types de tâches classiques, qui relèvent du traitement dans le registre algébrique (calcul d'images et d'antécédents à partir de l'expression algébrique de la fonction, lecture graphique) ou bien de conversion (tracer la courbe d'une fonction affine ou retrouver l'expression de la fonction à partir de la courbe ou d'un tableau de valeurs). Ceci est certainement un indice de l'embarras des auteurs à trouver de nouveaux contenus qui peuvent faire sens.

Enfin, la distinction tableau de données- tableau de valeurs est absente et seule la dernière expression apparaît. De même, si la plupart des manuels proposent, en général dans une activité introductive, une situation permettant de modéliser un phénomène physique, biologique ou démographique par une fonction, la problématique de l'exhaustivité des valeurs ou du passage du discret au continu est absente. Ainsi si un contexte extra-mathématique est évoqué, il n'est qu'un prétexte et ‘engage pas une réflexion sur la modélisation, qui pourrait permettre une réflexion sur l'aspect parcellaire des informations contenues dans un tableau de valeurs.

Vu cette diversité et ces difficultés, il apparaît doublement important de voir ce que les enseignants font réellement travailler à leurs élèves de ces conversions. C'est ce que nous avons essayé de voir à travers le questionnaire que nous présentons ci-dessous.

5. *Questionnaire aux enseignants*

Hormis les renseignements classiques, qui nous permettent de situer le professeur : (ancienneté, manuels utilisés…), nous avons regroupé les renseignements récoltés en trois catégories :

- les organisations mathématiques mises en place par chaque professeur autour de la notion de fonction (nombre de chapitres avec leurs titres, lien avec d'autres chapitres, etc…) ;
- les définitions et les rôles attribués aux tableaux de valeurs et de variations ;
- les éléments de la pratique que nous avons pu déterminer en leur demandant leur avis sur certaines questions que les élèves ont eu à faire dans leur questionnaire[2] (donneraient-ils ou non ces exercices ?, si oui à quel moment de l'apprentissage et avec quels objectifs ?, prévision de ce que feraient les élèves).

22 enseignants ont accepté de répondre à ce questionnaire (voir texte complet en annexe 2). Leur ancienneté en seconde est diverse : sept enseignants ont commencé à enseigner avant le programme 1980 ; deux dans la période 1980–1986, un seul dans celle de 1986 à 1990, dix dans celle de 1990 à 2002, un après 2002 et un n'a pas répondu à cette question.

Voici les principaux résultats issus de l'analyse de leurs réponses.
Sur les organisations mathématiques en place, nous pouvons voir que les chapitres consacrés aux fonctions par les enseignants diffèrent, mais correspondent en général aux chapitres du manuel de la classe, ce qui peut paraître normal puisque les enseignants de chaque lycée choisissent leurs manuels. Mais cela nous montre combien le manuel de la classe constitue une ressource importante et donc peut influencer largement ce qui est fait dans les classes, alors même que nous avons montré la diversité des types de tâches proposées dans ces manuels.

Quant aux chapitres qui peuvent entretenir un rapport important avec la notion de fonction, là encore des différences importantes apparaissent. Pour le chapitre « Statistique », les réponses confirment notre analyse a priori et laissent penser que ce chapitre reste un peu à part et que les professeurs ne font pas vraiment de liens avec les autres parties du programme.

5.1. Le tableau de valeurs

La plupart des enseignants pensent que cet objet ne nécessite pas de définition puisque les élèves le connaissent et l'utilisent déjà. Il semble pour eux que les connaissances sur les tableaux de valeurs sont peu importantes, voire transparentes, et donc qu'elles n'ont pas à être explicitées. Ceci est encore renforcé par l'utilisation de la calculatrice programmable.

[2] Nous ne parlons pas dans cet article de la partie de notre travail qui concerne le rapport des élèves.

Quant à leurs propres définitions, on constate qu'elles diffèrent de façon importante. On peut les classer ainsi : environ un tiers des enseignants précisent que le tableau de valeurs est un résumé de quelques valeurs et de leurs images sans choix sur la variable (huit enseignants), alors que pour six enseignants, le tableau de valeurs est soumis à des contraintes sur le choix de la variable (valeurs particulière, pas, etc.). De plus, pour deux autres enseignants, il est exhaustif de tous les couples (x, $f(x)$). Enfin six enseignants ne précisent pas de définition en répondant « aucun intérêt » ou « la calculatrice le remplace » ou ne répondent rien. Néanmoins, la plupart des enseignants sont d'accord sur le fait qu'il aide à tracer la représentation graphique d'une fonction.

Ce premier résultat montre que les représentations des enseignants sur l'objet tableau de valeurs diffèrent donc assez largement. On peut penser que leurs connaissances mathématiques, construites dans les diverses institutions auxquelles ils ont été assujettis, vont avoir des conséquences sur les pratiques en classe, sur le choix des exercices et sur les réponses attendues des élèves. Par exemple, ceux qui mettent des contraintes sur les données du tableau vont modifier le rapport des élèves à cet objet et on risque de voir apparaître des effets de contrat importants dans les classe concernées.

Ceci confirme l'analyse de l'évolution des programmes dans laquelle on voit bien comment la fonction et la place de cet objet ont évolué. En revanche, les enseignants considèrent massivement que cet objet est, d'une part peu problématique pour les élèves, et, d'autre part, très lié au registre graphique. On peut donc penser qu'ils auront du mal à l'associer à des types de tâches moins classiques.

5.2. Le tableau de variations

La quasi-totalité des enseignants considèrent que le tableau de variations est un objet indispensable pour l'étude des fonctions et qu'il constitue un résumé des propriétés d'une fonction (beaucoup l'associent au terme « schéma »). Or, comme pour le tableau de valeurs, la plupart d'entre eux ne donnent pas une définition explicite aux élèves. En effet, le tableau de variations est expliqué sur des exemples à partir d'une courbe mais sans identification de connaissances particulières. Il semble que, comme pour le tableau de valeurs, les connaissances sur les tableaux de variations restent transparentes pour eux et ne fassent donc pas l'objet d'un enseignement explicite.

Ils soulignent majoritairement deux rôles principaux du tableau de variations : résumé des propriétés d'une fonction et schéma de l'allure de la courbe. Ces réponses délimitent certainement les types de tâches qu'ils lui associent :

- Tâches de traitement : répondre à certaines questions sur les propriétés d'une fonction (sens de variations, extrema, comparer deux images, etc).

- Tâches de conversion entre le tableau de variations et le registre graphique. Là encore, on peut voir que le tableau de variations est fortement associé au registre graphique.

Il semble donc qu'il y ait davantage de consensus sur la définition d'un tableau de variations, et que, comme pour le tableau de valeurs, le lien avec le registre graphique soit privilégié. De plus, les enseignants montrent le plus souvent la construction de cet objet sur un exemple, ce qui nous laisse penser qu'ils sont conscients de certaines difficultés liées à son utilisation, notamment le codage/décodage. Enfin, on voit que les tâches de traitement sont bien particulières.

On constate ainsi une différence dans les représentations et les connaissances des enseignants sur ces deux objets : le tableau de variations étant un objet mathématique davantage reconnu pour lequel les pratiques semblent plus stables.

5.3. Leurs positions vis-à-vis de certains exercices du questionnaire aux élèves

Parmi les exercices que nous avons proposés aux professeurs, nous avons constaté que ceux qui concernent le tableau de valeurs sont beaucoup plus discutés que ceux concernant le tableau de variations, alors que les deux relèvent de la conversion de registre. Ainsi l'exercice posé à la question 8 : « tracer une courbe, puis une autre à partir d'un tableau de variation » est majoritairement choisi par les professeurs qui indiquent que c'est un exercice facile pour les élèves qui ne devraient pas faire d'erreurs. Ces arguments montrent que ce type de tâches est conforme au rapport institutionnel (il est également cité dans les programmes).

Cependant la seconde question semble plus problématique. Six enseignants précisent qu'ils pourraient poser cet exercice à condition de modifier l'énoncé ou sa forme : donner un tableau de valeurs avec plusieurs tableaux de variations et choisir ceux qui sont compatibles. Deux d'entre eux précisent préférer un tableau de valeurs avec des graphiques possibles et ensuite les tableaux de variations. Ils transforment donc cet exercice pour le rendre plus conforme à ce qu'on trouve dans les manuels. De plus, ils introduisent un choix parmi plusieurs graphiques ou tableaux, ce qui rend le problème moins ouvert quant au nombre de réponses possibles. Ainsi, nous pensons que ces professeurs considèrent peut-être que cet exercice est hors contrat parce qu'il est trop ouvert ou que leurs rapports personnels aux objets tableaux ne prennent pas en compte ce type de conversion « directe » entre deux tableaux.

Voyons maintenant l’exercice suivant qui a également été posé dans le questionnaire élève.

9. Voici un exercice de Seconde

« Soit une fonction *g* définie sur l’intervalle [-2 ; 14] dont on connaît les valeurs suivantes :

x	-2	3	8	14
g(x)	-7	41	7	34

1) Quelle est, à votre avis, la plus petite valeur prise par *g* sur l’intervalle [-2 ; 14] ? Expliquez.

2) Quelle est, à votre avis, la plus grande valeur prise par *g* sur l’intervalle [-2 ; 14] ? Expliquez»

et les questions posées aux professeurs

a. Donnez un corrigé de cet exercice.

b. Poseriez-vous cet exercice à vos élèves de seconde ? Explicitez vos raisons.

c. Si vous le posiez à des élèves, l’envisageriez-vous comme un exercice : d’introduction, d’entraînement, de réinvestissement, une partie d'un DS, une partie d'un DM[3] ou autres (précisez). (Plusieurs réponses sont possibles).

d. Quelles seraient, selon vous, les principales difficultés qu’un élève de seconde pourrait rencontrer dans la résolution de cet exercice ?

Cet exercice fait partie de ceux que nous avons déterminés comme non classiques. Il vise à faire travailler les élèves sur le lien entre les informations données dans le tableau de valeurs et celles qu’on peut en tirer pour la fonction. Ainsi, dans ce cas, on ne peut pas connaître le minimum de la fonction sur l’intervalle donné puisqu’on ne connaît que quelques valeurs. Il y a plusieurs fonctions qui correspondent à ce tableau puisqu’on ne connaît que quatre couples de valeurs ou quatre points de la courbe. Pour donner un corrigé, la plupart des enseignants passent soit au registre graphique, soit au tableau de variations. Seul un enseignant donne un contre-exemple numérique. Ceci montre que leurs connaissances sur le tableau de valeurs sont certainement conditionnées par une représentation dans un autre registre. Deux autres enseignants répondent -7 et 41 en traçant un tableau de variations compatible avec le tableau de valeurs donné. Ils ne paraissent donc pas avoir vu le problème (ou bien ce sont eux qui considèrent que le tableau de valeurs donne toutes les informations pertinentes), ce qui

[3] DS : Devoir Surveillé (c’est-à-dire fait en classe et évalué) et DM : Devoir à la Maison (travail donné à faire à la maison, qui peut ou non donner lieu à une évaluation).

explique qu'ils jugent l'intérêt de cet exercice quasi nul et qu'une lecture graphique ou un tableau de variations serait plus intéressant pour chercher les extrema d'une fonction. Ils déclarent ainsi qu'ils ne poseraient pas cet exercice dans leur classe.

Leurs réponses à la question b sont très partagées, ce qui montre que cet exercice ne fait certainement pas partie du rapport institutionnel de la classe de seconde, ce qui est confirmé par les réponses à la question c. En effet, la plupart des enseignants envisagent cet exercice comme une partie d'un DM, il est plutôt considéré comme un exercice de recherche et est renvoyé au travail personnel des élèves.

Ceux qui le poseraient le feraient pour montrer les limites des informations données par le tableau de valeurs alors que les autres trouvent qu'il y a trop de réponses possibles, ce qui pourrait déstabiliser les élèves voire leur donner des idées fausses.

D'une façon générale, les exercices que nous avons proposés dans lesquels le tableau de valeurs intervient (autrement que pour aider au tracé d'une courbe) sont peu choisis par les professeurs. Ce point important nous signale un aspect du contrat didactique révélateur des pratiques des enseignants. On peut donc penser que les pratiques habituelles des professeurs de mathématiques actuels laissent encore peu de place à des exercices qui pourraient permettre de problématiser certaines notions et de les discuter pour faire évoluer les connaissances des élèves.

Ainsi, notre étude montre qu'il existe une distance entre les tendances du nouveau programme et les choix de certains enseignants, qui révèle une difficulté à mettre en place certaines nouveautés du programme dans leurs classes. Les pratiques des enseignants semblent donc bien conformes à ce que nous avons pu observer dans les manuels. Enfin on peut constater que les activités de conversion sont très limitées, seules les plus classiques sont travaillées.

6. Conclusions

Dans la partie de notre travail présentée dans cet article, nous avons tenté, en croisant plusieurs analyses, de déterminer comment les tendances fortes dans l'évolution curriculaire sur la notion de fonction peuvent vivre dans la classe, c'est-à-dire quels changements les professeurs ont opéré sur leur enseignement. Le premier constat est que ces changements ont du mal à vivre dans les classes puisque les types de taches proposées aux élèves ne semblent pas avoir sensiblement évolué. Ce constat mérite toutefois d'être pondéré, du fait que notre travail a eu lieu dans les trois années qui ont suivi le changement de programme. Or, on sait que la réponse à un changement de programme demande un certain temps de réponse. En effet, le système éducatif a une certaine inertie au changement, d'autant plus si ceux-ci sont fréquents (ce qui est le cas depuis les années 80, pas seulement en mathématiques). Il serait donc intéressant de compléter notre étude pour voir si les modifications amorcées en 2000 qui ont été confirmées par les évolutions récentes dans les programmes ont abouti à des changements plus significatifs dans les pratiques (d'autant que de nouveaux manuels sont sortis en 2004). Il se peut en effet que certaines évolutions que nous avons jugées difficiles à mettre en œuvre aient eu un meilleur sort avec un peu plus de temps de maturation. Ceci resterait à vérifier.

Nous avons constaté, à partir de l'analyse de l'évolution des programmes, qu'il y a une tendance assez forte à une modification structurelle dans l'enseignement des fonctions. Ces évolutions, inscrites dans le programme de la classe de seconde, laissent penser qu'elles doivent s'accompagner d'une évolution des types de tâches et des pratiques des professeurs. Toutefois, nous pouvons relever que le programme et ses commentaires restent très flous sur des questions importantes, en particulier sur la différence entre tableau de valeurs et tableau de données, qui renvoie à la question du lien avec les autres disciplines et à la modélisation, ou encore sur la nécessaire définition du tableau de variations et à sa complexité en tant qu'objet sémiotique particulier. De fait, les manuels et les enseignants prennent peu (voire pas) en compte ces points aveugles qui devraient accompagner les évolutions.

D'une façon générale, nous avons vu que l'utilisation des tableaux de valeurs et de variations est très différente suivant les manuels. Certains leur donnent un statut important alors que pour d'autres, leur rôle est très faible. De même pour certains, ils restent un outil pour tracer les courbes alors que pour d'autres ils ont un rôle dans l'acquisition des connaissances sur les fonctions.

L'analyse des manuels est confirmée par les analyses des questionnaires des professeurs (au moins de ceux que nous avons interrogés). Il y a ainsi absence d'une problématique de modélisation par les fonctions de situations extra mathématiques, une grande diversité dans la prise en compte des tableaux dans la pratique de la classe qui se traduit par peu de travail explicite sur les codes relatifs aux tableau de variations, peu de tâches concernant les conversions de registres. Seuls les types de tâches classiques (tableau de valeurs/variations vers courbe) sont choisis par les enseignants (et sont mieux réussis par les élèves).

Ceci peut s'expliquer, en partie, par l'influence des divers programmes précédents qui font que les professeurs ont beaucoup de mal à se dégager de la prégnance de l'algèbre, puisqu'ils utilisent les fonctions depuis longtemps, qu'on leur a enseigné les fonctions dans un cadre très algébrique et donc, qu'ils ont du mal à intégrer d'autres facettes. D'autre part, nous pensons que les enseignants n'ont peut-être pas pris conscience que l'utilisation de différents registres est importante pour la compréhension de la notion de fonction. Ces premières explications mettent donc en jeu les connaissances mathématiques et didactiques des enseignants, mais elles sont aussi en partie imputables à un manque d'explicitation des programmes.

Plus précisément, la plupart des enseignants font comme si le tableau de valeurs était un objet qui ne nécessite pas d'être défini et que son utilisation va de soi, son usage se limitant essentiellement à servir le tracé de la courbe. Par ailleurs, la question de la non-unicité de la représentation est peu interrogée, en l'absence notamment de pratiques de modélisation.

Le tableau de variations, quant à lui, est considéré comme indispensable pour l'étude des fonctions par les enseignants, certainement car il est mieux reconnu comme objet mathématique. Pourtant, aucun enseignant ne dégage de connaissance explicite ni sur sa construction, ni sur les codes et les codages utilisés. Ainsi, la complexité de la dimension sémiotique du tableau de variations est certainement sous-estimée dans l'enseignement, ce qui rejoint les conclusions de Duval (2003).

Nous avons pu déterminer un réseau de conditions et de contraintes qui font que certains éléments essentiels du nouveau programme n'arrivent pas à émerger dans l'enseignement. Dans une autre partie de notre travail qui n'est pas présenté ici, nous avons construit et soumis aux élèves des exercices correspondant à ces points du programmes qui n'arrivent pas à vivre dans l'enseignement effectif (voir Yavuz, 2005, et Coppé, Dorier & Yavuz, 2006 et 2007). Les conclusions sont convergentes. Par exemple, de nombreux élèves font comme si toutes les informations pertinentes étaient contenues dans un tableau de valeurs et très peu envisagent plusieurs cas de figures correspondant à un même tableau. Ainsi, ils n'ont pas pu répondre correctement à la question où l'on demandait de donner une autre courbe ou un autre tableau de variations à partir du même tableau de valeurs. De plus, nos évaluations jusqu'en terminales ont également montré que ces difficultés qui ne sont jamais gérées en classe persistent jusqu'à la fin du lycée.

Le phénomène de résistance au changement que nous avons observé prend semble-t-il sa source dans la forte prégnance, dans le système éducatif (et donc chez les enseignants), d'une organisation mathématique classique qui a du mal à évoluer. Celle-ci masque les nouveautés, fait écran, et finit par ramener à ce qui a toujours été fait. Nous décelons aussi de façon plus générale, une résistance aux types de tâches qui laisseraient trop de place à des questions ouvertes, pour lesquelles il n'y aurait pas une seule réponse. Il semble enfin, comme plusieurs études à la suite des travaux de Duval l'ont montré pour d'autres domaines, que la question des changements de registres soit sous-estimée et peu travaillée dans l'enseignement des mathématiques au niveau du lycée.

Nous avons également souligné l'importance de points aveugles du programme, qui préconise des changements mais ne donne pas toujours à voir les raisons qui les sous-tendent. Ces manques d'explicitation peuvent être un facteur important dans les résistances observées. Enfin, notre étude n'a porté que sur un nombre restreint d'enseignants et n'a pas pris en compte le facteur de la durée. Nos conclusions restent donc à confirmer.

Bibliographie

BLOCH, I. (2000), *L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée/université : connaissances, savoirs, et conditions relatives à la validation*, Bordeaux : Université de Bordeaux 1.

BLOCH, I. (2002). Un milieu graphique pour l'apprentissage de la notion de fonction au lycée. *Petit x*. 58. 25-46.

BLOCH, I. (2003), Teaching functions in a graphic milieu : what forms of knowledge enable students to conjecture and prove. *Educational Studies in Mathematics*. 52. 3-28.

CHAUVAT, G. (1999), Courbes et fonctions au collège. *Petit x*. 51. 23-44.

CHEVALLARD, Y. (1985), *La transposition didactique* (1991). Grenoble : La Pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques.* 12(1) 73-111.

CHEVALLARD, Y. (1994), Les processus de transposition didactique et leur théorisation, In Arsac, G. et al. (eds.) *La transposition didactique à l'épreuve* (pp.135- 180). Grenoble : La Pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 19(2) 222-265.

COPPE, S, DORIER J.L. & YAVUZ, I. (2006), Eléments d'analyse sur le programme de 2000 concernant l'enseignement des fonctions en seconde. *Petit x*.71, 29-60.

COPPE, S, DORIER J.L. & YAVUZ, I. (2007), De l'usage des tableaux de valeurs et des tableaux de variations dans l'enseignement de la notion de fonction en France en seconde, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 27(2), 151-186.

DUVAL, R. (1993), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de Sciences Cognitives (*IREM de Strasbourg). 5. 37-65.

DUVAL, R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*, Bern : Peter Lang.

Duval, R. (1996), Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherches en Didactique des Mathématiques* 16(3*)*, 349-386.

Duval, R. (2003), Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité, *Spirale* 32, 5-31.

FALCADE, R. (2002), L'environnement Cabri-Géomètre outil de médiation sémiotique pour la notion de graphe d'une fonction. *Petit x*. 58. 47-81.

LACASTA, E. (1995), *Les graphiques cartésiens de fonctions dans l'enseignement secondaire des mathématiques : illusions et contrôle*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I.

RAVEL, L. (1994), *Étude didactique de l'enseignement de l'arithmétique en Terminale S.* Thèse de l'Université J. Fourier Grenoble1.

RENE DE COTRET, S. (1985), *Etude historique de la notion de fonction : analyse épistémologique et expérimentation didactique*. Thèse de doctorat de l'Université du Québec à Montréal.

SIERPINSKA, A. (1992), On understanding the notion of function, in The concept of function : Aspects of Epistemology and Pedagogy, *Mathematical Association of America MAA Notes.* 25. 25-58.
YAVUZ, I. (2005), *Evolutions récentes de l'enseignement de la notion de fonction en France en classe de seconde. Utilisation des tableaux de valeurs et de variations*. Thèse de doctorat, Université Lumière - Lyon 2.

Manuels scolaires de 2nde
Collection Fractale, 2000. Editions Bordas.
Collection Nouveau Pythagore, 2000. Editions Hatier.
Collection Hyperbole, 2000. Editions Nathan.
Collection Déclic, 2000. Editions Hachette.

Annexe 1 – Tableau de synthèse de l'étude des programmes depuis 1980

	1980 - 1985	1986 - 1989	1990 - 1999	2000 -
Généralité du programme en 2^{nde}	- Réduit la théorisation et la formalisation - Finalité : résolution de problème et activité des élèves	- l'importance de l'activité expérimentale - Etude locale d'une fonction est repoussé en $1^{ère}$ - La variété des registres et le lien avec d'autres disciplines sont accentués - Suppression l'étude des fonctions polynômes de degré deux et des fonctions homographiques - Diminution de l'étude des fonctions en $3^{ème}$	-La variété des registres et les lien avec d'autre disciplines - Diminution de l'étude des fonctions références en 2^{nde} et en $3^{ème}$	- Affirmation des liens avec d'autres disciplines est centrale - Tous les registres sont cités - Diminution de l'étude des fonctions références
L'évolution des autres chapitres	- Apparition des statistiques : « lecture de tableaux, analyse des graphiques » - Les suites sont supprimées en 2^{nde} - le lien équation - fonction est précisé	- L'enseignement des statistiques est encore développé Le lien équation – fonction est renforcé	- Apparition des statistiques en $3^{ème}$: « lecture, interprétation et réalisation de tableaux et de graphiques » - les statistiques encore développés - Diminution du champ des équations	- Les statistiques sont l'un de trois grands chapitres - Le mode de résolution graphique est renforcé pour l'étude des équations
Calculatrice	- Définition d'une fonction avec « touches de la calculatrice »	Introduction de la calculatrice programmable en $1^{ère}$	Introduction de la calculatrice programmable en 2^{nde} : « Exemple simples de programmation de valeurs d'une fonction »	Son utilisation est renforcée : « utiliser de façon raisonnée et efficace la calculatrice… »
Evolution des registres graphique et tableaux	<u>Graphique</u> : nouvelles niches permettre une démarche expérimentale (analyse des graphiques, conjecturer à partir d'études graphiques) <u>Tableau de valeurs :</u> appelé « tableaux de données numériques » <u>Tableau de variations :</u> n'est pas cité	<u>Graphique :</u> nouvelles niches ; expérimentation graphique et expérimentation numérique, donner du sens aux équations, … <u>Tableau de valeurs</u> : appelé « tableaux de données » <u>Tableau de variations</u> : n'est toujours pas cité	<u>Graphique</u> : une nouvelle rubrique apparaît « les représentations graphiques », permettre de diminuer les difficultés de manipulation algébrique. <u>Les tableaux de valeurs et de variations</u> ne sont pas mentionnés de façon explicite	<u>Graphique</u> : registre central et cité toujours premier comme mode de représentation, <u>Les tableaux de valeurs et de variations,</u> et des tâches liés à ces outils sont cités explicitement.

Annexe 2. Questionnaire (professeurs des mathématiques)

L'original comprenait la place pour répondre et était donc bien plus « aéré ».

Nom :

Prénom :

Lycée :

Quand avez-vous commencé à enseigner en Seconde ? :

1.a. Quel est le manuel utilisé dans votre (vos) classe(s) de 2^{nde} ?

1.b. Utilisez-vous d'autres manuels pour la notion de fonction ?

Si oui, lesquels et pour quoi faire ?

2. Combien de chapitres consacrez-vous pour l'étude des fonctions ?

Pouvez-vous donner leurs titres dans l'ordre chronologique ?

3. Quels autres chapitres du programme de 2^{nde} vous semblent entretenir un rapport important avec la notion de fonction ?

4.a. Donnez-vous une définition explicite de la notion de fonction à vos élèves ?

Si oui, laquelle? Si non, pourquoi ?

4.b. Indépendamment des programmes actuels, quelle est votre propre définition (conception) de la notion de fonction ?

5.a. Définissez-vous explicitement ce qu'est un tableau de valeurs à vos élèves ?

Si oui, comment ? Si non, pourquoi ?

5.b. Indépendamment des programmes actuels, quelle est votre propre définition (conception) du tableau de valeurs ?

5.c. Quel est le rôle, selon vous, du tableau de valeurs pour la notion de fonction ?

6.a. Définissez-vous explicitement ce qu'est un tableau de variations à vos élèves ? Si oui, comment ? Si non, pourquoi ?

6.b. Indépendamment des programmes actuels, quelle est votre propre définition (conception) du tableau de variations ?

6.c. Quel est le rôle, selon vous, du tableau de variations pour la notion de fonction ?

7. Voici un exercice de Seconde :

« Soit une fonction f définie sur l'intervalle [-2 ; 2] dont on connaît les valeurs suivantes:

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-3	-1	1	3	5

a. Donner un tableau de variations possible pour f.

b. *Est-ce qu'on pourrait en trouver un autre ? Si oui, lequel ? Si non, expliquez. »*

a. Donnez un corrigé de cet exercice.

b. Poseriez-vous cet exercice à vos élèves de Seconde ?

Explicitez vos raisons.

c. Si vous le posiez à des élèves, l'envisageriez-vous comme un exercice

- d'introduction □
- d'entraînement □
- de réinvestissement □
- une partie d'un DS □
- une partie d'un DM □
- autres (précisez) □

(Plusieurs réponses sont possibles)

d. Quelles seraient, selon vous, les principales difficultés qu'un élève de Seconde pourrait rencontrer dans la résolution de cet exercice ?

8. Voici un exercice de Seconde :

« *Soit une fonction h définie sur l'intervalle [-3 ; 3] et son tableau de variations :*

x	-3	-1	0	2	3
h(x)	1	2	0	4	9

a. Tracer une représentation graphique possible pour h.
b. *Est-ce qu'on pourrait en tracer une autre ? Si oui, laquelle ? Si non, expliquez.* »

a. Donnez un corrigé de cet exercice.

b.Poseriez-vous cet exercice à vos élèves de Seconde ?
Explicitez vos raisons.

c. Si vous le posiez à des élèves, l'envisageriez-vous comme un exercice (Plusieurs réponses sont possibles)

- d'introduction ☐
- d'entraînement ☐
- de réinvestissement ☐
- une partie d'un DS ☐
- une partie d'un DM ☐
- autres (précisez) ☐

d. Quelles seraient, selon vous, les principales difficultés qu'un élève de Seconde pourrait rencontrer dans la résolution de cet exercice ?

9. Voici un exercice de Seconde :

« Soit une fonction g définie sur l'intervalle [-2 ; 14] dont on connaît les valeurs suivantes :

x	-2	3	8	14
g(x)	-7	41	7	34

- Quelle est, à votre avis, la plus petite valeur prise par g sur l'intervalle [-2 ; 14] ? Expliquez.

- Quelle est, à votre avis, la plus grande valeur prise par g sur l'intervalle [-2 ; 14] ? Expliquez»

a. Donnez un corrigé de cet exercice.

b.Poseriez-vous cet exercice à vos élèves de Seconde ?

Explicitez vos raisons.

c. Si vous le posiez à des élèves, l'envisageriez-vous comme un exercice

- d'introduction ☐
- d'entraînement ☐
- de réinvestissement ☐
- une partie d'un DS ☐
- une partie d'un DM ☐
- autres (précisez) ☐

(Plusieurs réponses sont possibles)

d. Quelles seraient, selon vous, les principales difficultés qu'un élève de Seconde pourrait rencontrer dans la résolution de cet exercice ?